Cuadernos Galileo
de Historia
de la Ciencia

3

A. Lafuente
A. J. Delgado

La geometrización de la tierra (1735-1744)

Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Instituto "Arnau de Vilanova"

La geometrización de la tierra

Cuadernos Galileo de Historia de la Ciencia

3

Colección dirigida por

DR. A. ALBARRACÍN TEULÓN

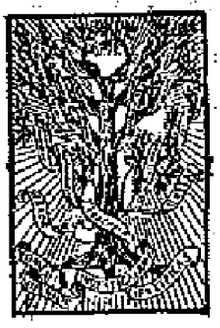
DR. JOSÉ LUIS PESET

del Instituto Arnau de Vilanova

ANTONIO LAFUENTE
ANTONIO J. DELGADO

LA GEOMETRIZACION DE LA TIERRA: OBSERVACIONES Y RESULTADOS DE LA EXPEDICION GEODESICA HISPANO-FRANCESA AL VIRREINATO DEL PERU (1735-1744)

Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Instituto «Arnau de Vilanova»
Madrid - 1984



© C. S. I. C.

I. S. B. N.: 84-00-05794-5

Depósito legal: M. 36228 - 1984

Impreso en España

Printed in Spain

Artes Gráficas Clavileño, S. A. - Pantoja, 20 - 28002 Madrid

INDICE

		PAGS.
	Introducción...	13
I.	Las observaciones geodésicas...	31
	El proyecto inicial	36
	Los instrumentos básicos de observación ...	51
	La medida de la base fundamental	63
	Reducción al horizonte y refracción atmosférica	66
	Determinación de la altura y nivelamiento barométrico	87
	La dilatación de materiales	108
	La triangulación geodésica	116
	Medida de los ángulos	128
	Longitud horizontal de los lados y reducción al nivel del mar	131
	Reducción de los ángulos a la horizontal ...	136
	Inclinación de los lados respecto del meridiano	138
	La base de comprobación	142
II.	Las observaciones astronómicas...	147
	Determinación de la latitud...	147
	Descripción del sector astronómico...	150
	El método de las alturas circunmeridianas	159
	Determinación de la longitud	167
	La refracción astronómica	173
	Paralaje, aberración y semidiámetro aparente del Sol	201
	Las observaciones astronómicas...	209
	Descripción, instalación y corrección de los instrumentos	212
	Resultado de las observaciones...	247
	La medida del arco de meridiano	256
	La figura de la Tierra	258

Para Elena, María, Antonio,
Manuel José e Isabel

Abreviaturas utilizadas

AAS	Archives de l'Académie des Sciences (Paris).
AIF	Bibliothèque de l'Institut de France (Paris).
AMP	Archives du Museum d'Histoire Naturelle (Paris).
ANP	Archives Nationales (Paris).
AOP	Archives de l'Observatoire de Paris (Paris).
BNM	Biblioteca Nacional (Madrid).
BNP	Bibliotèque National (Paris).
DSB	*Dictionary of Scientific Biography*, 16 vols., Charles Coulston Gillispie (ed.), New York, 1970-1980.
Hist.	*Histoire de l'Académie royale des Sciences.*
Mem.	*Mémoires de l'Académie royale des Sciences.*
Reg.	*Académie royale des Sciences. Procés-Verbaux.*

Introducción

> «L'histoire de nos diputes montre l'abus des mots et des notions vagues, l'avancement des sciences retardé par les questions de nom, les passions sous le masque du zêle, l'obstination sous le nom de fermeté: elle nous fait sentir combien les contestations sont peu faciles pour apporter la lumière.»

Así describía D'Alembert en el *Essai sur les éléments de philosophie* (París, 1759) el lento y agitado proceso de penetración de las ideas de Newton en Francia. En las próximas páginas vamos a esbozar la historia de una de las disputas científicas de mayor visibilidad social acaecidas durante el setecientos. El problema de la figura de la Tierra, motor de dicho proceso, pasaría a convertirse por unas décadas en la cuestión más acuciante de la física y la astronomía. En efecto, durante las primeras décadas del siglo XVIII newtonianos y cartesianos van a comparar el poder explicativo y predictivo de dos concepciones del Universo radicalmente enfrentada. La cuestión de la figura de la Tierra será presentada por la Academia de Ciencias de París como decisoria entre ambas teorías, y las expediciones para la medida de grados de meridiano efectuadas en Laponia y Quito, como lo que hoy denominamos *experimentum crucis* [1].

[1] Nos hemos ocupado de este tema con mayor extensión en A. LAFUENTE, *La cuestión de la figura de la Tierra y la expedición geodésica al virreinato del Perú (1734-*

Retengamos del texto de D'Alembert la mención expresa a las *cuestiones de nombre* y al *celo patriótico* como causas determinantes en el nacimiento de polémicas vanas y estériles. Difícilmente podrá encontrarse un concepto en la historia de la física que haya engendrado tanta literatura como el de *acción a distancia.* Como se sabe, toda la mecánica celeste newtoniana estaba construida sobre la base de una ley de atracción inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Nunca Newton, consciente de las implicaciones metafísicas de este principio de atracción, se atrevió a caracterizarlo como una propiedad inherente a la materia. Cualquier debilidad en este sentido le habría enfrentado abiertamente a la comunidad científica europea, que no hubiese dudado en calificarlo de metafísico y de restituidor en la ciencia de las cualidades ocultas del aristotelismo y física medieval. Todas las precauciones adoptadas por Newton, sin embargo, no fueron suficientes para eludir el rechazo casi generalizado de los científicos del continente. Aunque insistió en que sólo le interesaba esta fuerza como cuestión de hecho, como un formalismo matemático capaz de dar cuenta del movimiento de los astros y la caída de los graves, desde la Academia de

---

1743). Tesis doctoral de la Universidad de Granada (1983). Puede consultarse también D. H. HALL, *History of the earth sciences duryng the scientific and industrial revolutions with special emphasis on the Physical Geosciences*, Amsterdan, 1976. P. BRUNET, *L'introduction des thèories de Newton en France au XVIII° siécle (Avant 1738)*, París, 1931. J. LORIDAN, *Voyages des astronomes françaises à la recherche de la figure de la Terre et de ses dimensions*, Lille, 1890. I. TODHUNTER, *A history of the mathematical theories of attraction and the figure of the earth. From the time of Newton to that of the Laplace*, 2 vols., Londres, 1873. A. LAFUENTE, "La mecánica de fluidos y la teoría de la figura de la Tierra entre Newton y Clairaut (1687-1743)", *Dynamis*, 3, pp. 55-90, 1983.

Ciencias de París se exigía una respuesta a la pregunta de cuál sería la causa de tal atracción. De nada valieron las explicaciones tendentes a legitimar un discurso limitado a dar razón geométrica de los efectos. El término atracción pasaba a convertirse en la propuesta más anticartesiana que jamás se hubiese pronunciado:

> «Si M. Newton —escribía Voltaire en 1734— ne s'etoit pas servi du mot d'attraction dans son admirable filosophie, toute notre académie auroit ouvert les yeux à la lumière, mais il y a eu le malheur de se servir à Londres d'un mot auquel on auroit attaché una idée ridicule à Paris, et sur cela seul on luy a fait icy procés avec une témerité qui fera un jour peu d'honneur à ses ennemis»[2].

En efecto, desde el esquema conceptual de la física cartesiana sólo era posible la interacción por *contacto*. La *extensión* entendida como propiedad esencial de los cuerpos, y por tanto anterior o previa a cualquier otra, permitía geometrizar el espacio, es decir, localizar y dimensionar su contenido; el *movimiento*, debido a la impenetrabilidad de la materia, daba cuenta de todo cambio en el Universo. Para cerrar este orden discursivo, bastaba suponer un *éter cósmico*, capaz de llenarlo todo, y mediador de cualquier interacción entre cuerpos distantes. Como el movimiento había sido creado por Dios, su inmutabilidad exigía la conservación de este motor del cosmos; así pues, el sinfín de colisiones necesario en el *plenum* cartesiano para que los astros se mantuviesen en sus órbitas o los cuerpos gravitaran hacia la Tierra sólo provocaba el cambio que continuamente apreciamos en el mundo, pero nunca su deterioro

[2] VOLTAIRE a LA CONDAMINE, 22 de junio de 1734, *The Complet Works of Voltaire*. Ed. T. Besterman. Institut et Musée Voltaire-Géneve. University of Toronto Press. La carta es la indizada por D 759.

o degeneración debido a la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Naturalmente, como es sabido, este racionalismo materialista, a pesar de que supuso un importante avance para las ciencias, no estaba exento de dificultades tanto científicas como teológicas.

No obstante, las aportaciones de Mallebranche y Huygens consiguen superar algunas de las más importantes y dotar al cartesianismo de una coherencia interna que alcanzaría a convertirse en filosofía oficial de la Academia de Ciencias de París. Ninguna exageración hay en nuestras palabras sobre este punto. La polémica sobre la figura de la Tierra cuestionaba la validez de un esquema tan simple y que tantos éxitos había logrado; el tema dejaba de ser puramente científico y afectaba a sentimientos tan íntimos y acuciantes como el nacionalismo. Ningún salón ilustrado parisiense ni pudo ni quiso permanecer al margen: el prestigio de Francia estaba sobre el tapete; veamos cuál es el ambiente que describe Maupertuis cuando al regresar de su expedición a Laponia aportaba resultados concluyentes en favor de la tesis de Newton:

> «Mais avant nôtre départ l'Academie des Sciences avoit en quelque sorte pris parti dans cette affaire. Notre mesure donna le contraire et fit la Terre applatie. Nous trouvâmes donc en arrivant des grandes contradictions: Paris, dont les habitants ne sauroient sur rien demeurer dans l'indifférence, se divisa en deux partis; les unes prirent le nôtre, les autres crurent qu'il y alloit de l'honneur de la nation à ne pas laisser donner à la Terre une figure qui avoit été imaginée par un Anglois et un Hollandois. On chercha à repandre des doutes sur nôtre mesure: nous attaquames à nôtre tour les mesures qu'on avait faites en France: des disputes s'eleverent, et des disputes naquirent bientôt des injustices et les inimitiés. La Ministère, qui avoit fait de grandes dépenses pour les mesures du mé-

ridien de la France, ne vouloit croire les mesures inutiles qu'à la dernier extremité»[3].

El texto de Maupertuis es sobradamente elocuente. Además de la Academia de Ciencias y los elegantes salones cortesanos, en la polémica se había comprometido al propio Estado francés a través de su ministro de Marina, el conde de Maurepas.

En definitiva, estamos en un debate cuya ideologización es patente. Se trata de una polémica científica en la que el peso de los elementos no científicos decidió en gran medida los argumentos del debate.

Pero vengamos ahora a responder a la pregunta de si siempre fue así. Es decir, nos proponemos esbozar mínimamente el origen de la cuestión y los hechos que determinaron tanto su resonancia como la amplitud del debate. Tal fue el interés puesto por la Academia de Ciencias de París y el secretario de Marina francés, que en 1760 Cassini de Thury, el tercer miembro de la saga de astrónomos con apellido Cassini, afirmaba ante la Asamblea General de la Academia:

«...il n'est actuellement aucun astronome de cette académie qui n'ait déjà voyagé pour le progrès de l'académie et de la geographie, car ils ont eu part à la mesure des degrés dans toutes les parties du monde"[4].

---

[3] P. L. M. MAUPERTUIS, «Lettre sur la figure de la Terre», *Oeuvres*, 4 vols, Lyon, 1756. *II*, p. 264.

[4] El discurso fue pronunciado en la sesión académica del 12 de noviembre de 1760 y apareció publicado en *Mem. 1757* (imprimidas en 1762). La cita en página 331. El tema de los elementos ideológicos, políticos, culturales o científicos que configuraron el debate sobre la figura de la Tierra ha sido analizado con mayor detalle en A. LAFUENTE, «Los elementos de un debate científico durante la primera mitad del siglo XVIII: la cuestión de la

Ya hemos insinuado el interés que podría tener Francia en apoyar unas investigaciones que de resolverse favorablemente evidenciarían ante el mundo civilizado la grandeza del genio francés y consolidarían el prestigio de su Academia de Ciencias. ¿Pero justifica ello, por sí solo, la magnitud de los gastos que ocasionaba la financiación de tan costosas expediciones científicas? Y aunque uno pudiera estar tentado a contestar afirmativamente sería improbable que sólo la motivación ideológica justifiase un esfuerzo económico sostenido durante más de cincuenta años. Buscando en la documentación generada por las observaciones geodésicas se encuentran con relativa facilidad numerosas declaraciones abstractas y ambiguas sobre los intereses que habría de obtener a largo plazo el Estado: es decir, posibilidad de descubrir yacimientos mineros, viabilidad de caminos u obras públicas, etc. Sin embargo, como la política casi nunca se ha hecho a largo plazo, es preciso buscar razones perentorias. En un momento de expansión comercial, situado entre dos guerras de sucesión como la española y la polaca, que en definitiva constituyeron dos grandes ocasiones para que los más poderosos se disputaran el dominio del Atlántico o de Centroeuropa, las razones militaristas debieron actuar decisivamente. Veamos cómo nos lo explica con toda claridad Jacques Cassini:

> «...la situation de quantité de lieux remarquables et de la plus grande partie des villes de l'Artois et de la France, ce qui est d'une très grande utilité pour dresser et rectifier les cartes particulières de ce pays qui est ordinairement le théatre de la

---

figura de la Tierra», *Geo Crítica* (Barcelona), núm. 46, agosto de 1983.

guerre et qu'il importe si fort de connaître exactement»[5].

Las previsiones de Cassini, efectuadas en 1718, iban a ser confirmadas sin ambigüedad en 1748 por Granjean de Fouchy, entonces secretario perpetuo de la Academia de Ciencias de París, al comentar los últimos trabajos geodésicos realizados por Cesar François Cassini de Thury:

> «Dés l'année 1746, le Roi avoit ordenné à M. de Thury de *suivre exactament le progrès de ses armées*, et de lier aux triangles de la meridienne les conquêtes qu'il méditoit; en même temps que la guerre devoit faire respecter les armes du Roi par ses ennemis, la Géographie devoit profiter des succès *pour assurer et pour étendre des connoisances utiles* à toutes les nations»[6].

Es decir, se mediría la amplitud del grado, corrigiendo las antiguas observaciones de Snellius, pero también se atenderían las nuevas exigencias planteadas por el rey a sus científicos. No creemos que sea imprescindible ampliar nuestro comentario sobre los intereses del Estado, ni sobre las razones que explican por qué la mayor parte de los astrónomos europeos de la primera mitad del siglo XVIII se vieron envueltos en la polémica sobre la figura de la Tierra. Vengamos ya, sin mayor dilación, a explicar el origen de este debate.

Las Proposiciones XVIII, XIX y XX del Libro III de los *Principia* de Newton demostraban,

---

[5] J. CASSINI, «De la grandeur de la terre et de sa figure», *Mem. 1718*, p. 252.

[6] G. DE FOUCHY, «Sur la comparaison des mesures de Snellius à celles qui ont été faites en France». *Hist. 1748*, página 110. El comentario del Secretario de la Academia era relativo a la memoria de C. F. CASSINI DE THURY, «Sur la jonction de la Merdenne de Pars à celle que Snellius a tracée dans la Hollande; avec des Réflexions

desde primeros principios, que la Tierra era achatada por los polos. Para ello había supuesto la ley de atracción inversamente proporcional al cuadrado de la distancia y una distribución homogénea de la masa del planeta. Al año siguiente, Huygens publica apresuradamente una pequeña memoria titulada *Discours sur la cause de la pesanteur* (1690), en la que, considerando el tema de la figura de la Tierra desde supuestos cartesianos, concluye también un achatamiento polar pero de una magnitud diferente al encontrado por Newton. Así las cosas, la excentricidad del planeta era tan pequeña que ambos coinciden en señalar que ni este descubrimiento tendrá repercusiones cartográficas ni que con los métodos de la astronomía del momento se pudiese alcanzar una precisión suficiente como para decidir sobre el desacuerdo. Por otra parte, los trabajos geodésicos que auspiciados por Collert habían sido comenzados por Jean Picard y continuados por Gean Domenico Cassini, La Hire, Maraldi, etc., terminarían en 1718 una vez triangulado el meridiano de París entre las ciudades de Dunquerque y Collioure; en total, más de 8° de latitud, es decir, unos 900 kilómetros. El análisis de estas observaciones producía una conclusión radicalmente contrapuesta a la sostenida por Newton. Contra lo previsto por su mecánica celeste, Jacques Cassini afirmaba que la Tierra era un esferoide achatado por el ecuador. Así pues, resultaban enfrentados dos modos de proceder ante la Naturaleza. Se trataba de dilucidar cuál de los dos, si la teoría o la experiencia, era el más adecuado. Nótese que, curiosamente, en esta pri-

---

sur la Carte de la France», *Mem. 1748*, pp. 123-132. Con mayor énfasis sería resaltado este mismo aspecto por CONDORCET en su «Eloge de Cesar-François Cassini de Thury», *Hist. 1748*, pp. 54-63.

mera fase del debate mientras que desde Francia se reivindica la supremacía de las observaciones astronómicas, en Inglaterra se defiende el carácter predictivo de los principios de la física de Newton. Así al menos lo haría ver Fontenelle, que como secretario perpetuo de la Academia de Ciencias terciaba en la polémica afirmando que:

> «Il est evident que les mesures actuelles —refiriéndose a las de Cassini— doivent être preferées à ce qui resulte des théories geometriques —las de Newton y Huygens— fondées sur un très petit nombre de suppositions très simples, d'oú l'on écarté à dessein toute la complication du physique et du réel.
> Si Jupiter est un sphéroide aplati, il se sera trouvé plus exactement des circonstances requises par la théorie, mais il n'aura pas empeché la terre d'en sortir» [7].

Es decir, se aboga decididamente por los dictados de la experiencia. Pero ello no es todo. Porque aunque las observaciones de Flamsteed sobre el achatamiento de Júpiter confirmaban *indirectamente* las tesis de Newton, no existía, para Fontenelle, ninguna razón necesaria que obligase a un comportamiento similar de la Tierra. Las leyes de la física, por tanto, no eran válidas y extensibles a todo el Universo.

Muy pronto, sólo cuatro años más tarde, publicará Dortous de Mairan una memoria que, desde el cartesianismo, proveerá de soporte teórico a las conclusiones del astrónomo Cassini. Para Mairan *lo que era justamente el problema, es decir*, el achatamiento ecuatorial del planeta, es adoptado como principio del que se pretende ofrecer una explicación. Así pues, la Tierra, originariamente alargada por los polos, se parecería más

[7] FONTENELLE, *Hist. 1732*, p. 131.

a un melón que a una sandía, y dando esto por hecho afirma el académico de París:

> «...il n'est question que de chercher par des observations immediates, quelle est véritablement aujourd'hui la figure de la terre» [8].

La memoria de Mairan lograba explicar los resultados existentes pero a costa de violentar gravemente, con distintas hipótesis *ad hoc*, el sistema cartesiano del Universo. Su contribución, por tanto, situaba el tema de la figura de la Tierra en el centro del debate Newton-Descartes, y añadía a la contradicción Teoría-Experimento un nuevo ingrediente.

Conviene en este punto señalar que el atomismo y vacío newtonianos estaban llenos de contradicciones epicúreas y ateas. Después de la cristianización operada en el cartesianismo por el ocasionalista Mallebranche, los filósofos deudores de Descartes podrán abandonar el patrón deísta, según el cual la divinidad quedaba limitada a ser una pieza metafísica en su concepción del cosmos. Ya hemos comentado cómo en tal esquema Dios sólo es necesario para conservar el movimiento. Desde la física de Newton, donde no se precisaba de la materia etérea, soporte de toda interacción, era en cambio necesario reforzar la imagen de un Dios omnipresente cuya acción continua hacía que providencialmente se verificasen en cada momento las leyes naturales. El «éter» newtoniano entendido como *sensorium* divino evidenciaba, por su sola presencia, la voluntad del

[8] D. de MAIRAN, «Recherches géométriques sur la diminution des degrés terrestres en allant de l'équateur vers les pôles, où l'on exprime les conséquences qui en résultent tant à l'égard de la figure de la terre que de la pesanteur des corps et de s'accourcissement du pendule», *Mem. 1720*, p. 60.

Creador de asegurar en cada instante el orden de la creación. Ello, sin embargo, iba a ser un fuerte obstáculo para la penetración del newtonismo en los países católicos, pues a la filosofía natural anglosajona se apareaba una especie de panteísmo que iba a ser combatido desde la teología por las influyentes órdenes de los jesuitas y los oratorianos entre otras.

Desde Londres, la guardia newtoniana de la Royal Society observaba con inquietud estas sucesivas desautorizaciones del pensamiento de Newton. El *Elogio* que Fontenelle se vio obligado a dedicarle en tanto que miembro asociado de la Academia, como era tradicional después de la muerte de un académico, causó una muy desagradable impresión en Inglaterra. Pues, tal y como nos lo cuenta Voltaire,

> «...Se esperaba en Inglaterra el Juicio del Sr. Fontenelle como una declaración solemne de la superioridad de la filosofía inglesa; pero, cuando se ha visto que comparaba Descartes con Newton, toda la Sociedad Real de Londres se ha sublevado" [9].

Después de lo que fue considerado como un agravio, la citada memoria de Mairan habría de recibir, junto con las observaciones de su compatriota Cassini, una devastadora crítica por parte de Desaguliers. En tres memorias publicadas en los *Philosophical Transactions* de 1725 venía a concluir que, en primer lugar, las observaciones astronómicas estaban tan mal realizadas que no podían ser aceptadas sus conclusiones. Mucho menos para poner en cuestión todo un sistema que como el de Newton lograba explicar tantos y tan variados fenómenos. Y, en segundo térmi-

[9] VOLTAIRE, «Sobre Descartes y Newton», *Cartas filosóficas*, Madrid, 1976, pp. 117-122. Edición preparada para la Ed. Nacional por Fernando Savater.

no, que la memoria de Mairan no merecía ninguna consideración, extrañándose incluso de que hubiese sido publicada por la Academia de Ciencias de París.

A partir de estas fechas el debate irá adquiriendo un tono cada vez más violento y un carácter más abiertamente ideologizado. Veamos algunos de sus hitos más notables. Naturalmente, en la medida en la que se acentúan estos rasgos, la polémica se irá limitando a los círculos ilustrados y académicos parisienses. La Academia, replegada sobre la ortodoxia cartesiana, está constituida por una mayoría silenciosa que se siente sólidamente representada por Fontenelle, su portavoz y secretario perpetuo. Para él las cosas son claras:

> «Il est certain que si l'on veut entendre ce qu'on dit, il n'y a que des impulsions, et si on ne se soucie pas de l'entendre, il y a des attractions et tout ce qu'on voudra; mais alors la Nature nous est si incompréhensible qu'il est peut-être plus sage de la laisser là où elle est» [10].

Por su parte, la toma de posición de Maupertuis, primer newtoniano oficial en Francia a partir de 1732, no es menos clara y contundente:

> «L'Attraction n'est plus, pour ainsi dire, qu'une question de fait» [11].

Dos años más tarde, Voltaire sufría un acoso implacable por parte de aquellos que querían impedir la publicación de las *Cartas filosóficas*. El escándalo provocado por su contenido, además

---

[10] Citado por J. EHRARD, *L'idée de Nature en France dans la première moitié du XVIIIe siècle*, París, 1981, p. 152.

[11] MAUPERTUIS, *Discours sur les differents figures des Astres*, París, 1732, p. 103. Ver A. LAFUENTE y J. L. PESET, *Maupertuis, el orden verosímil del cosmos*, Madrid, Alianza Editorial, en prensa.

de la quema pública de ejemplares, motivó su exilio en el palacio de Cirey con Mme. du Chatêlet. El mismo mes de su difusión pública escribía a Maupertuis explicándole la reacción producida en París y sus iniciales sospechas sobre los promotores de la persecución de que era objeto:

> «Ce sont ces lettres anglaises qui vont m'exilier. En verité je crois qu'on sera un jour bien honteux de m'avoir persecuté pour un ouvrage que vous avez corrigé. Je commence à soupçonner que ce sont les partisans des tourbillons et des idées innées qui me suscitent la persecution. Cartesiens, mallebranchistes, jansenistes, tout se déclaine contre moy. Me j'éspere en votre apuy. Il faut s'il vous plait que vous deveniez chef de secte. Vous êtes l'apôtre de Locke et de Newton» [12].

En otros lugares de su correspondencia nos aclarará que son los jesuitas los principales instigadores de la persecución. Así pues, junto a las declaraciones de principios puramente académicas se añaden actuaciones y actitudes menos neutras y cordiales. El propio Maupertuis, ayudado por Clairaut y La Condomine, inician una batalla en la Academia en la que la ironía y el sentido del ridículo son sus principales armas:

> «Les jours d'assemblée —nos cuenta L. Anglivel de la Beaumelle— il donnait à dîner à quelques jeunes newtoniennes, qu'il menait au Louvre pleins de gaité, de presomption et de bons arguments. Il les lâchait contre la vieille académie, qui desormais ne pouvais ouvrir la bouche sans être assaillie par ces enfants perdus, ardents défenseurs de l'attraction. L'un accablait d'epigrammes les cartésiens, l'autre de démonstrations. Celui-ci, prompt à saisir les ridicules, copiant d'après nature les gestes, les mimes, les tous, répondait aux raisonnements des adversaires en les répétant. Celui-là, n'opposant

[12] VOLTAIRE a LA CONDAMINE, 22 de junio de 1734, *The Complet...*, D.759.

qu'un rire moqueur aux changements qu'on faisait au système ancien, soutenait que le fond du système etait atteint et convaincu d'être vicieux. Cette petit troupe était animée de l'enjouement quelque fois caustique de son chef» [13].

Esta anécdota sobre la estrategia empleada por Maupertuis para imponer el newtonismo en la Academia, pese al tono jocoso en que está redactada, no oculta la violencia del ambiente. Y tal vez se hubiera conseguido horadar la determinación académica de no ceder ni un ápice en la ortodoxia cartesiana si no se hubiese producido en 1734 una declaración en su favor del prestigioso y respetado Jean Bernoulli, quien calificaría las observaciones de Cassini como de «inconcebiblemente exactas». Este hecho, dado que tanto Maupertuis como Clairaut habían estudiado con los Bernoulli en Basilea, decidió a ambos grupos de contendientes a reclamar de la Academia y la Secretaría de Marina apoyo para la realización de dos expediciones, una a Laponia y otra a Quito, con el fin de resolver definitivamente el debate. No vamos a entrar aquí en el análisis de estas expediciones; baste, para concluir esta introducción, la reproducción de dos documentos que demuestran la imposibilidad de resolver en términos científicos un debate, que después de dos décadas ya no discutía el tema de origen, sino cuestiones de orden muy diferente.

En el primero de ellos, Bernoulli responde a Maupertuis una carta en la que éste le informaba de que la Academia había aprobado la medida de un grado de meridiano en Laponia. En tanto que jefe de la expedición, Maupertuis le pedía

[13] L. ANGLIVEL DE LA BEAUMELLE, *Vie de Maupertuis*, París, 1856, p. 33.

a su antiguo maestro algún consejo para la mejor realización de los trabajos. La respuesta de Bernoulli arrojaba una sombra sobre los resultados de la expedición antes de que ésta se produjese:

> «Mais, dites moi, Monsieur —escribía Bernoulli el 8 de mayo de 1735—, les observateurs ont-ils quelque prédilection pour l'un et l'autre des deux sentiments? car s'ils sont portés pour la Terre applatie, ils la trouveront sûrement applatie; si au contraire ils sont imbus de l'idée pour la terre allongée; leurs observations ne manqueront pas de confirmer son allongement: le pas du sphéroïde comprimé pour devenir allongé est si insensible, qu'il est aisé de s'y tromper si on vent être trompé en faveur de l'une ou l'autre opinion. Toutefois supposé que les observations décident contre moi, je me suis déjà muni d'une réponse convenable, qui me mettra à l'abri de toute objetion; ainsi j'attendrai de pied ferme le résultat des observations Américaines» [14].

Si esta cruda opinión de la persona más autorizada a opinar en nombre del cartesianismo fuera del contexto en que se produjo hubiera resultado escandalosa, no es menos grave el recibimiento que hizo la Academia a los expedicionarios del norte una vez que sus observaciones daban la razón a Newton; tal y como Mme. Chatêlet se lo cuenta a Francisco Algarotti el 10 de enero de 1738, los hechos sin añadir ni quitar fueron como sigue:

> «On regarde dan ce pays-ci les Newtoniens comme des hérètiques. Vous savez sans doute le retour de mr. de Maupertuis; l'exactitude et la beauté de ses operations passent tout ce qu'il disait en espérer lui même. Les fatigues qu'il a essuyées sont dignes

[14] Citado por H. Brown, *Science and the Human Comedy. Natural Philosophy in french literature from Rabelais to Maupertuis*, Toronto y Buffalo, 1976, pp. 174-5.

de Charles XII. Je vous assure que votre petite poitrine italienne s'en serait bien mal trouvés. La recompense de tant d'exactitude et de tant de fatigues a été la persecution. La vieille académie s'est soulevée contre lui, mr. de Cassini et les Jésuites qui, comme vous savez, ont trouvé à la Chine la terre allongée, se sont réunis; ils ont persuadé aux sots que mr. de Maupertuis ne savait ce qu'il disait; la moitié de Paris, et même les trois quarts le croient. Il a essuyé mille difficultés pour l'impression de la relation de son voyage et de ses operations, je ne sais s'il y parviendra. On leur a donné pensions si médiocres que mr. de Maupertuis a refusé la sienne, et a prié qu'on la répartît sur ses compagnons; en fin on ne veut pas que mr. Newton ait raisson en France» [15].

Los dos textos presentados son, a nuestro juicio, tan claros que no precisan comentario. Lo ideológico había penetrado hasta tal punto en el debate científico que ni los propios experimentos, como manifestaba Bernoulli, podían aportar pruebas concluyentes.

La expedición al Perú se había gestado en este ambiente que comentamos. El espíritu inicial de sus miembros era presentar al mundo científico un amplio conjunto de observaciones incontestables. A lo largo de las próximas páginas vamos a encontrarlos interesándose por temas muy diversos y, a veces, alejados del objetivo final de su misión: construirán nuevas tablas de declinación del sol o de la refracción astronómica, efectuarán medidas sobre la velocidad del sonido o la variación del mercurio del barómetro con la altura sobre el nivel del mar, verificarán reiteradamente los instrumentos o los catálogos de estrellas y efemérides traídos de Europa...; en fin, procurarán alcanzar límites de precisión ejempla-

[15] Mme. CHATÊLET a F. ALGAROTTI, Cirey, 10 de enero de 1738, *The Complet...*, D. 1421.

res mediante la revisión crítica del estado de conocimientos astronómicos en torno a la tercera década del setecientos. Tanto es así, que no pueden evitar el creerse y confesarlo, especialmente Bouguer y Godin, que estaban reinventando la astronomía sobre la base de fundamentos ya definitivos. Sin embargo, una cuestión que hoy nos parecería trivial sólo fue barruntada al final de los trabajos: ¿era posible técnicamente realizar la misión que les había sido encomendada? Jorge Juan, tal vez por ingenuidad, declara sin pudor las circunstancias en que se habían efectuado las observaciones para la determinación de la máxima oblicuidad de la eclíptica; después de exponer los resultados, dice que el único defecto que se encontró al instrumento era que sufría una torsión debido a su gran radio y excesivo peso y, más adelante, que los hilos del micrómetro se habían desajustado necesitando nueva corrección. Por otra parte, las series de observaciones para la determinación de la latitud llevadas a cabo por los distintos académicos muestran la existencia de errores por encima de los 20″. Basten estos dos ejemplos, analizados con detalle más adelante, para ilustrar lo que venimos diciendo. Su confianza en los métodos de la astronomía práctica no dejaba lugar a dudas.

Por encima de las polémicas cosmológicas, cuyos ecos aún se recibían a principios del siglo ilustrado, se alzaba para ellos una ciencia capaz de proporcionar evidencias empíricas incontestables. No debe extrañarnos, por lo tanto, encontrar en las páginas siguientes de nuestro análisis una colección de observaciones antes que el diseño conclusivo de un «experimento crucial». Esta impresión, sin embargo, es fiel a lo que realmente fue la ciencia, y más aún la astronomía, durante la primera mitad del siglo XVIII. Nuestros expedicio-

narios parecen extrañamente obcecados por acumular datos, sobre cuya precisión sólo se interesan de modo tangencial y aislado respecto al objetivo final de sus trabajos. Señalemos finalmente, antes de dar paso al estudio de las observaciones, que todo este cúmulo de intereses diversos abrirá paso a una nueva disciplina científica. Los intereses del Estado que habían sido capaces de movilizar fuertes inversiones para el levantamiento de las cartas geográficas nacionales se verán ahora complementados por la puesta a punto de un método normalizado, necesario dado el carácter masivo de observaciones que requerían este tipo de proyectos. La expedición científica aquí tratada será el crisol donde por primera vez se perfile una suerte de «experimento geodésico» que aspira a dar cuenta de una pequeña parcela de realidad. La geodesia en toda su amplitud emerge como una disciplina autónoma respecto del conjunto de saberes genéricamente denominados astronómicos y/o geográficos. Para España, gracias a la participación en las tareas de Juan y Ulloa, significó la incorporación a la ciencia europea de primera fila. A través de estos autores —fuertemente apoyados por la Marina española— se inicia, a veces con tintes de brillantez, la historia de nuestra ciencia física del período ilustrado.

I. Las observaciones geodésicas

El conjunto de los trabajos que debían realizarse era diverso, aunque básicamente pueden distinguirse dos tipos de operaciones perfectamente caracterizables: de una parte, la misión geodésica y cartográfica —geométrica se decía en el siglo XVIII— que involucraba el reconocimiento de una amplia franja de terreno comprendida entre las dos cadenas montañosas que constituyen los Andes; y, de otra, la estrictamente astronómica, que suponía la determinación precisa del meridiano y la amplitud del arco recorrido. Como resultado se obtenía la longitud de un grado de meridiano, que comparado con otros en diferentes lugares permitía cuantificar la variación de la curvatura de la superficie terrestre con la latitud.

La primera fase de los trabajos los ocuparía durante dos largos años y consistía en medir la distancia entre dos puntos suficientemente alejados según los procedimientos geográficos y geométricos que hoy conocemos por geodésicos. Los instrumentos necesarios para ello se reducían a una regla y un cuarto de círculo bien construidos. Desde el punto de vista teórico, el problema se consideraba básicamente resuelto: existían numerosos tratados donde quedaba explicitado el método que debía seguirse en la investigación geo-

désica. Por otra parte, desde los trabajos de Picard o los Cassini se contaba con una amplia experiencia acumulada que no hacía prever grandes dificultades.

Antes de adentrarnos en ellas describiremos someramente en qué iban a consistir exactamente las operaciones que se realizaron durante los primeros años transcurridos en tierras americanas.

La parte geodésica de la misión comenzaba por la medida palmo a palmo —con mayor propiedad, toesa a toesa— de la *base fundamental* de unos 12 kms. de longitud. Para ello era preciso disponer de una unidad de medida bien reglada y fácilmente transportable, sobre la que poder construir varios listones de madera isométricos. La mayor dificultad de esta operación provendría de las irregularidades del terreno. Por supuesto, la inexistencia de un patrón de medida y el enfrentamiento al conjunto de problemas teóricos y técnicos que su construcción e identificación supuso no podría ser considerado en este estudio como una circunstancia colateral. Antes bien, la documentación existente sobre las expediciones geodésicas del setecientos nos demuestra que existe una evolución en los objetivos principales a cubrir: mientras las primeras apuntan hacia la realización de trabajos cartográficos o la solución del tema de la figura de la tierra, las últimas intentarán la definición de patrones de medida de validez universal. En efecto, poco a poco este problema irá siendo aislado y adquiriendo una creciente envergadura, tanto más acusada cuanto que las políticas intervencionistas en los ámbitos comercial y fiscal del absolutismo exigían el esclarecimiento del tema tanto como su imposición desde el Estado.

Concluida la medida de la base, operación que requería el trabajo de dos grupos de científicos

durante un tiempo que oscilaba entre veinte y treinta días, se procedía a la triangulación del arco de meridiano. Después de un reconocimiento geográfico y cartográfico de la zona, se designaban (fig. 1) los puntos 1, 2, ... que permitirían recorrer la distancia deseada. Con un cuadrante de círculo se determinaban los ángulos sustentados por los imaginarios lados de la serie de triángulos. Conocidos los tres ángulos y uno de los

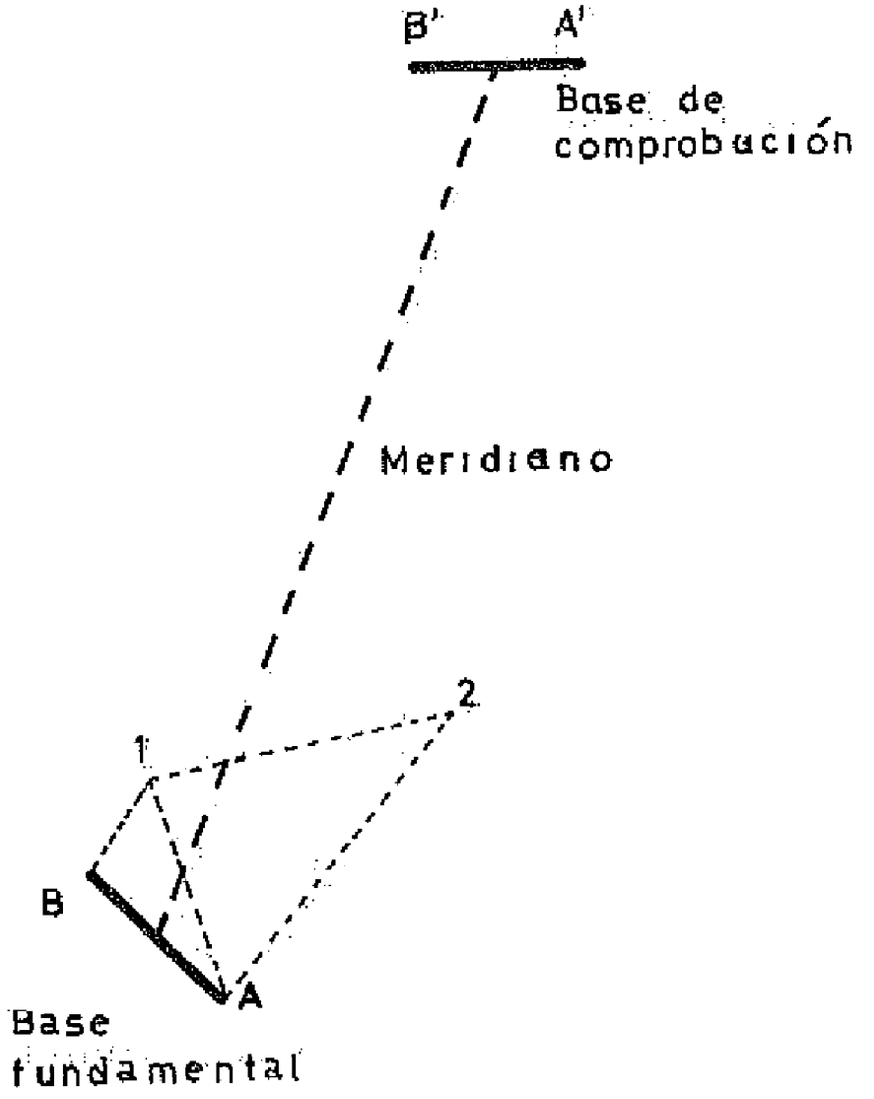


Figura 1

lados, podía calcularse por aplicación simple de la trigonometría la longitud del lado *1A*, que pasaba a convertirse en «base» para el nuevo triángulo *A12*

Durante dos años, siguiendo este procedimien-

to, se recorrieron los 400 kms. que aproximadamente constituían los más de 3° de latitud triangulados en las llanuras ecuatorianas. Se verificaba, finalmente, la bondad de las observaciones efectuadas midiendo una nueva *base de comprobación* de dos modos diferentes: en primer lugar, por inducción conectándola a la triangulación referida, y, en segundo término, por el mismo procedimiento con el que fuera medida la primera base. Si ambos resultados eran compatibles y su diferencia estaba dentro de un margen de error aceptable. se daba por finalizada la fase geodésica.

Si bien sobre el papel el programa descrito parece fácil, aunque molesto de realizar, en la práctica las cosas serán muy diferentes. Ya hemos comentado el tema de la unidad de medida, sobre cuya importancia algo nos dice el hecho de que fueron encargados los académicos Fouchy, Mairan o Godin y el artesano Langlois de su clarificación. Las cuestiones relativas a la dilatación de materiales o la división en partes iguales de una regla pasaban a convertirse en principalísimo objeto de las investigaciones necesarias para la preparación de la expedición. La simple medida de la base planteaba dificultades que un hombre de nuestra época no tomaría en consideración: las irregularidades del terreno, la determinación de la vertical —tema que adquiriría mayor importancia en las observaciones astronómicas— o, por ejemplo, la existencia de desniveles pronunciados, riachuelos o quebradas exigía correcciones y precauciones extremadas que asegurasen la precisión de un dato sobre el que reposaba el éxito o fracaso de la misión.

Si bien los puntos de la triangulación fueron cuidadosamente seleccionados, la orografía del terreno y otras dificultades difíciles de prever mo-

tivaron cambios en su disposición que retrasarían los trabajos por algunos meses. Entre dos cadenas montañosas y buscando puntos isoipsos era preciso, a veces, remontar más de 4.000 m. de altura y acampar en condiciones climatológicas extremadas durante varios días, hasta que desaparecieran las nubes que impedían la visibilidad. Quiere ello decir que durante dos años los expedicionarios estuvieron expuestos a graves peligros —todos se vieron aquejados de enfermedades y sufrieron graves caídas que hicieron temer incluso por su vida— y notables retrasos que minaron de modo cada vez más acuciante su moral. Tal vez en ello resida la causa de fondo que provocó tantos enfrentamientos entre los científicos.

La prolongación de su estancia en América, la incomodidad subsiguiente a largas jornadas a pie entre montañas para alcanzar las señales de la triangulación, las enfermedades o caídas, la rapidez con que se alteraban las condiciones climatológicas impidiéndoles realizar observaciones precisas, las disputas internas entre los académicos, la insuficiencia de los fondos de financiación, el desajuste de los instrumentos provocado por sus continuos desplazamientos, el choque a menudo violento con las autoridades administrativas, la desconfianza de los naturales del país respecto de la verdadera finalidad de sus trabajos... constituyen en su conjunto dificultades de tipo externo que nunca fueron menospreciadas o infravaloradas por esta peculiar embajada intelectual europea. Junto a ellas, la insuficiencia teórica con que eran abordados los problemas relativos a la dilatación, refracción, posición aparente de las estrellas, velocidad del sonido, presión atmosférica, teoría de errores o del instrumento que en cada caso debía ser reparado... les llevaron a situaciones anímicamente inestables cuya dimen-

sión científica está reflejada en las continuas dudas y vacilaciones con que se intentó buscarles solución adecuada. Conforme transcurrían los años hemos apreciado una creciente desconfianza sobre los fundamentos teóricos y técnicos de la misión que les había sido encomendada. Poco a poco les iremos viendo conformarse a soluciones aproximadas, renunciando a las numerosas mejoras técnicas propuestas sobre los instrumentos, al comprobar que en la práctica eran irrealizables. Sus elucubraciones teóricas sobre fenómenos naturales irán desbrozando un nuevo y fértil camino para la física: el concepto de sistema físico y los límites del conocimiento experimental.

El proyecto inicial

En la última sesión de la Academia de Ciencias de Paris correspondiente al año 1733, Godin presentaba una memoria en la que se proponía la medición de la longitud de un arco de meridiano próximo al ecuador. Desgraciadamente su contenido sólo puede ser reconstruido a través de testimonios indirectos. Testigo de excepción de los debates previos a la decisión académica fue el P. Souciet, habitual corresponsal de J. N. Delisle. El día 10 de julio de 1734 escribía al afamado astrónomo para informarle de la buena marcha de las gestiones encaminadas a la realización de la expedición americana, y de los acuerdos adoptados en la Asamblea Pública de St. Martin. Además de los hombres que habrían de desplazarse a Quito, se decidía encomendarles:

> «...tracer une meridienne depuis l'Equateur et le haut de Péron jusqu'à l'extremité du Chili vers les

terres Magallaniques pour determiner si la terre est aussi elliptique de ce côté là come du nostre» [16].

Pronto veremos lo desmesurado del proyecto sobre el que informaba el P. Souciet. De hecho fue necesario considerar la extensión del terreno a triangular y definir objetivos que fuesen realizables. La Condamine proponía verbalmente que las operaciones geodésicas se realizasen en las costas de Cayena. El propio Bouquer nos lo explica en una memoria que lamentablemente quedaría inédita:

> «On crut que les environs de Quito qui est dans la partie plus septentrionale du Pérou formaient l'endroit le plus convenable. Cette ville qu'on destinait à servir comme de centre à toutes nos opérations n'est rentré que de quelques minutes dans l'autre hémisphere, et sa distance de 40 ou 45 lieues de la mer pacifique faisait soupçonner qu'elle serait un terme commode lorsqu'on mesurerait un arc de l'Equateur, ce qu'on regardait alors comme le premier objet que nous devions nous proposer. C'est sans doute ce qui determina M. Godin à préférer le Pérou aux environs de Cayenne que M. de la Condamine assure avoir proposé de vive voix, et ce qui empêcha de jeter les yeux sur les côtes d'Afrique qui offroient dans les royannes de Gabon et de Congo une infinité de plages à souhait dirigiées du Nort au Sud où il semble que nos travaux pouvaient s'achever beaucoup plus aisément» [17].

---

[16] París, 10-VII-1734. ANP, *Marine*, 2JJ62, núm. 160. Referencias al carácter y autoría del proyecto inicialmente discutido en la Academia, pueden encontrarse en LA CONTAMINE, *Supplément au Journal historique au voyage à L'Equateur et au livre de la Mesure de trois premiers degrés du méridienne, servant de Réponse à quelques objectios*. Première partie, Paris, 1752. Seconde partie, Paris, 1754. *I*, pp. 28-9, y *II*, p. 190.

[17] P. BOUGUER, «Relation du voyage au Pérou par ordre du roy pour déterminer la figure de la terre», manuscrito dispuesto para una publicación que no llegó a producirse sino parcialmente en sus escritos de réplica y contraréplica a los firmados por La Condamine. AOP, ms.C-2-7, fragmento 1, F° 7.

Las reales cédulas otorgadas por Felipe V recogían el fondo de la petición académica y siguiendo las recomendaciones del Consejo de Indias precisaban el lugar en que debían realizarse los trabajos. Se especificaba que tendrían la protección de las autoridades peruanas, siempre que sus trabajos se realizasen en las proximidades de la ciudad de Quito. Sin embargo, una vez efectuado el desembarco en el puerto de Manta, Bouguer y La Condamine proponen al jefe de la expedición que las operaciones se realicen a lo largo de la costa al Pacífico de la provincia de Quito. La documentación que poseemos nos ha permitido confirmar que el primer enfrentamiento dialéctico entre los miembros de la compañía se produjo antes de que concluyera el viaje.

El 12 de marzo de 1736 Bouguer comunicaba a Godin su proyecto de iniciar las observaciones en la franja de terreno comprendida entre los cabos de San Francisco, Santa Elena, el océano Pacífico y la cordillera occidental. Alegaba, entre otras razones, la mayor comodidad, economía de gastos, exactitud y rapidez. En su opinión, suprimir el viaje hasta Quito desde Guayaquil —para el que serían necesarios numerosos gastos, derivados de la necesidad de contratar más de cien mulas para transportar el equipaje— no contravendría lo ordenado en las reales cédulas.

> «...il nous procurera divers moyens de rendre tout nôtre travail plus simple et plus exact nôtre transport deviendra beaucoup plus facile de même que celuy de nos instruments; ce qui diminuira extremement les frais. Il sera outre beaucoup plus aisé de pourvoir à la subsistance de nôtre compagnie» [18].

[18] P. BOUGUER, «Memoire sur les avantages qu'il y a faire passer sur la coste comprise entre les caps de St. Francisco et de Ste. Helene la Meridienne que nous devons tracer», firmada en Monte-Christi el 22 de marzo

Y sobre el más espinoso tema de la posible contradicción del mandato real añade:

> «J'ose même adjouter qu'il est de son interrest —se refiere a Felipe V— que nos operations se fassent dans l'endroit que s'indique; parce que c'est le moyen de joindre à l'utilité generale qu'elles pouront avoir, l'avantage particulier de contribuer à la sureté de la Navigation de les sujets dans la mer du Cud. Car nous ne pouvons pas en effet consommer nôtre ouvrage proche de la mer sans construire une carte dont les Navigateurs tireront de grande secours. D'ailleurs la Meridienne que nous tracerons passera par l'isthme de Panama et par les caps les plus occidentaux de l'Amerique meridionale; ainsi ce sera un premier meridien qui au lieu de n'être marqué que par des points arbitraires et dont les vestiges peuvent être effacés, ce sera par des termes naturels qui subsisteront autant que le Monde» [19].

La memoria aporta, sin duda, poderosas razones que debiera haber considerado detenidamente el jefe de la expedición. Independientemente de los argumentos puramente formales y jurídicos, Godin debió pensar que si bien un arco de meridiano podría ser descrito en aquella zona con mayor facilidad, no ocurría lo mismo con el de paralelo al tener que atravesar la cordillera occidental. Un mejor conocimiento de la geografía de la provincia, sin embargo, habría servido para invalidar estos argumentos, pues entre las dos cadenas montañosas andinas tal objetivo re-

---

de 1736. AOP, ms. C-2-7, Fº 1v. Al final lleva escrito al margen de la mano de Bouguer «icy envoyé une copie de ce memoire a Don Georges Juan en même temps...». En la memoria se explica que «nôtre dépense sera deux ou trois moins loin si nous tracerons la Meridienne sur la coste...»

[19] Cit. ant., Fº 3. Ver sobre este tema A. LAFUENTE, «Una ciencia para el Estado: la expedición geodésica hispano-francesa al virreinato del Perú (1734-43)", *Revista de Indias, 43*, pp. 549-629, 1983.

sultaba también impracticable en las proximidades de Quito.

El texto anterior evoca otro tema de capital importancia para la comprensión del significado e *intencionalidad de la misión científica*. A pesar de que las memorias enviadas al Consejo de Indias, y aprobadas por las Secretarías de Marina de ambos estados, hacían referencia explícita a los grandes progresos que se esperaban para la navegación y la geografía, la memoria de Bouguer nos remite a la realidad de tales proyectos: el objeto de la expedición era dilucidar la cuestión de la figura de la tierra, y sólo se producirían aquellas ventajas como resultado colateral de las investigaciones. Sin necesidad de contraponer artificialmente acontecimientos que se codeterminaron, valdrá la pena precisar que no fue la necesidad de conocimientos geográficos la única razón que impulsó estas expediciones geodésicas, sino que más bien de ellas pudo derivarse la puesta a punto de métodos precisos para la geografía matemática. En nuestra opinión, antes que una contradicción entre los intereses de Estado —que financiaba generosamente el proyecto— y los de la Academia —que aportaba su experiencia y personal— la divergencia inicial de objetivos nos muestra la todavía débil vertebración existente entre ambas instituciones. Como ha explicado R. Hahn [20], el proceso de profesionalización de las actividades científicas en Francia fue lento y se retrasó considerablemente respecto del institucionalizador. Sabemos que los científicos y miembros de la Academia de Ciencias tuvieron que buscar fuentes de financiación personal desempeñando funciones no académicas, tales como im-

[20] Cf. R. HAHN, «Scientific Careers in Eighteenth-century France» in M. CROSLAND (ed.), *The Emergence of science in Western Europe*, Londres, 1975, pp. 127-138.

partir cursos públicos, integrarse en la administración o manufacturas reales... De ahí que durante algún tiempo nunca se les aplicara el sustantivo «scientifique», reservándoseles el tratamiento de «savant», que ante todo caracterizaba una actividad mental y especulativa, a veces un rol social y raramente un *status* profesional.

Si la memoria de Bouguer presenta sus argumentos de modo equilibrado, tal distanciamiento táctico estaba lejos de reflejar mínimamente el enfrentamiento existente en el seno de la compañía. Unos días antes de que Bouguer recomendase por escrito a Godin la conveniencia de alterar los planes iniciales, Seniergues escribe a Bernard y Antoine Jussieu lo siguiente:

> «...demen nous devons toucher a la pagla pour voir sy le terrain sera propre ay mesurer une base. Le Sieur Gaudin net pas de cet avis il conte se rendre a Goujaquille et de la a Quito endroite route. Le sieure de la Condamine a deja dit devant tous le monde que sy personne ne voulet y rester il resteret tout seul. S'il pran ce partit la le Sieur Bouguer restera surement avec luy. Le Sieur Gaudin (et) eux ne se parlent poin depuis un sertain tens. Ils se mangent comme chien et chat et se guachent leurs observations d'epart et d'autre. Il ne pas possible quils puissent finir le voyage ensemble" [21].

La división entre los académicos, como vemos, era profunda. La colisión entre el carácter despótico de Godin y la arrogancia de Bouguer y La Condamine no se hizo esperar.

La carta aclara otro de los puntos que repetidamente ha sido tratado por otros historiadores de esta empresa científica: en unos casos se alegaba que el motivo de la división era consecuencia de una estrategia racionalmente diseñada para au-

[21] SENIERGUES a BERNARD y ANTOINE JUSSIEU; Panamá, 18-II-1736. AMP, ms. 179.

mentar la eficacia, como se esforzarán los propios académicos en difundir; en otros, sería el resultado de graves divergencias sobre la prioridad que debía darse a cada una de las operaciones a realizar. Este segundo aspecto será tratado más adelante. El primero, sin embargo, merece un breve comentario; puesto que la separación descrita por Seniergues era impresentable ante los medios científicos parisienses, se buscó una solución de compromiso que garantizase oficialmente la autoridad de Godin, pero que consagraba en la práctica la real situación de separación en que se encontraban. Es por ello que Bouguer en otra memoria inédita, apostillada por La Condamine, *escribía el 14 de julio de 1739:*

> «Bien loin qu'on put regarder cet arrangement comme une separation, c'êtoit plustot une forte preuve et la plus demonstrative que nous pussion donner que nous travaillons tous de concert» [22].

La actitud de Bouguer reflejaba también su incapacidad para dar a la expedición una dimensión distinta a la meramente geodésica. La zona por él propuesta hubiese permitido teóricamente la medida de la base en terreno adecuado y, tal vez, una disminución considerable en el tiempo necesario para la conclusión de los trabajos. Sin embargo, hubiese impedido la importante cantidad de observaciones botánicas, físicas, médicas geográficas... que el viaje hasta Quito y los desplazamientos continuos entre Loja y Cuenca facilitaron. Investigaciones que dieron lugar a numerosas memorias y que no llegaron a producirse en otras expediciones geodésicas, como la dirigida por Maupertuis a Laponia. Para España hubiese

[22] La memoria no lleva título y está firmada en la señal de Yassuay el 14 de julio de 1737. AMP, ms. 111 *Dossier Geodesique*, p. 2.

sido aún más lamentable una drástica reducción del tiempo, pues, aparte de que Juan y Ulloa no hubiesen podido completar su formación junto a los académicos, tampoco habría sido posible la elaboración de un texto tan influyente y decisivo como las *Noticias secretas de América*.

Hoy no cabe duda de que si esta expedición alcanzó tanto renombre durante el siglo XVIII fue precisamente debido al conjunto de investigaciones que se realizaron en ella, relacionadas o no con el tema de la figura de la tierra. El propio Joseph Jussieu, durante las fechas en que la polémica adquiría sus mayores cotas de enfrentamiento, escribía el 15 de febrero de 1736:

> «Je m'apperçois que ce voyage qui n'auroit du bout qu'un objet deviendra justement par le nombre des faits, et des connoisances geographiques, historiques, mathematiques, asthronomiques, botaniques, medicinalles, chirurgialles, anathomiques, etc. Nous ramassons chemin faisant des memoires instructives, ce tout faira un corp d'ouvrages curieux et bien remplis»[23].

La separación con que, según nos cuenta Seniergues, amenazó La Condamine llegó a producirse. De hecho, tanto él como Bouguer llegaban a Quito desde Manta por un camino diferente al empleado por los otros expedicionarios. A pesar de que reconocieron el terreno que consideraban adecuado, no pudieron alterar lo más mínimo la decisión de Godin de comenzar la medida de la base en las proximidades de dicha ciudad. No terminarían así las disputas.

En efecto, mientras se efectuaban los trabajos de la base, las relaciones entre los dos grupos en que se había dividido la compañía no iban a me-

[23] «Copie de la lettre de M. de Jussieu escrite a M. de Par. A Panama à 15 fevrier 1736», AMP, ms. 179.

jorar. A finales de 1736 se plantea el tema de si debe proyectarse la triangulación para medir un grado de paralelo o, por el contrario, un grado de meridiano. Como es sabido, la primera opción exigía precisar la longitud de los dos extremos del arco, cuestión que no había sido resuelta hasta el momento con la precisión requerida por las investigaciones que pretendían realizar. Los métodos entonces en uso reportaban datos de discutible fiabilidad para usos meramente geográficos o náuticos, pero en ningún caso aseguraban errores menores de cuatro o cinco segundos en el tiempo. Las medidas efectuadas por Cassini en su descripción del paralelo entre St. Malo y Strasbourg habían suscitado numerosas críticas y, aunque fueron usadas para confirmar la tesis de la tierra oblonga, en realidad seguía considerándose la comparación entre los distintos fragmentos del meridiano Collioure-Dunquerque como su mejor soporte empírico.

Antes de la partida de los expedicionarios el tema de la descripción de un arco de paralelo había sido objeto de discusión en la Academia. Delisle, maestro de Godin y Fouchy, respondía en 1736 al *P.* Gramatici sobre este punto lo siguiente:

> «Sur ce que vous me marquez dans vôtre lettre, que vous ne pouvez pas vous imaginer comment on peut determiner plus exactament que l'on a fait jusqu'à present la figure de la terre par la mesure des arcs des parallèlles à l'equateur, puisque c'est tout ce que l'on peut esperer, de pouvoir déterminer la difference des meridiens de deux lieux differens, à une seconde de temps près, ce qui doit produire sur l'equateur une erreur de 155 toises 5 pieds, et sur le parallele de 45° une erreur de 11 toises, sur cela il y a deux choses à distinguer. Il est vrai que si par la seule mesure des degrés de l'equateur ou d'un parallele quelqonque on prétendoit determiner la grandeur de la terre, on ne

pourroit pas esperer du le pouvoir faire avec plus de précision que l'on ne l'a fait jusqu'ici, par le mesure seule des degrés du meridien: mais si l'on compare le mesure des degrés de l'equateur ou de quelque parallèlle avec ceux du meridien déjà connus, le rapport que l'on trouvera entre ces deux differentes mesures déterminera avec assez de précision la figure de la terre dans l'endroit où l'observation aura été faite» [24].

Pese al carácter discutible, y entonces discutido, de tal afirmación es preciso señalar que procede de uno de los grandes astrónomos de mediados de la centuria. Su contenido, por tanto, puede considerarse representativo del período y especialmente de aquellos que se reputaban de astrónomos y geógrafos. Por su parte, La Condamine presentaba en 1733 una memoria en la que se proponía un método [25] que como tantos otros durante los siglos XVII y XVIII merecería el siguiente juicio de Delambre:

"C'est encore une de ces inventions qui ne sont guère bonnes qu'à faire la matière d'un memoire, et qui n'ont aucune utilité pratique" [26].

El mismo año, Godin defendería la tesis de que resultaba más fácil y preciso medir un grado de paralelo que de meridiano. Siguiendo el procedimiento usual de determinación de la altura al cénit, podría, en su opinión, definirse un paralelo y con el uso del péndulo medir la diferencia de

[24] DELISLE al P. GRAMATICI; S. Petersbourg, 10-IV-1736, ANP, *Marine*, 2JJ62, núm. 73.

[25] Esta aportación coincidía con el encargo dado a Cassini II para que describiera el paralelo que pasaba por París. La memoria de La Condamine es «Description d'un instrument qui peut servir à déterminer sur la surface de la terre, tous les points d'un cercle parallèle à l'équater», *Mem. 1733*, pp. 294-301.

[26] M. DELAMBRE, *Histoire de l'Astronomie au dix-huitième siècle*, París, 1827, p. 377.

tiempo con que culminaba una misma estrella en dos lugares diferentes [27]. El mayor problema seguía siendo cómo garantizar el isocronismo de los péndulos en un momento dado. En 1735 de nuevo La Condamine vuelve a ocuparse de esta cuestión desenterrando un viejo procedimiento utilizado por Picard en su viaje a Copenhague y Uraniburg [28]. Básicamente su propuesta consistía en utilizar señales luminosas instantáneas, como la producida por un cañonazo, para sincronizar los dos péndulos. Alternativamente, se apuntaba la posibilidad de conocer la distancia midiendo el tiempo transcurrido hasta que el ruido del cañón fuese escuchado en el otro extremo. La idea era sugestiva porque su aplicación permitía efectuar «triangulaciones» que atravesaran montañas y lugares donde las condiciones climatológicas u orográficas fuesen extremadas [29]. Ello motivó que entre *agosto de 1737 y julio de 1738 se realizaran* experiencias para la determinación de la velocidad del sonido en la zona tórrida. Godin, Juan, Ulloa y La Condamine, sobre distancias comprendidas entre las 5.700 y 6.800 toesas, obtuvieron valores situados entre 175 toesas/segundo y 178 toesas/seg. [30]. La diferencia de 3 toesas/seg. demostraría la in-

---

[27] L. GODIN, «Méthode pratique de tracer sur terre une parallèle par un degré de latitude donné et du rapport du même parallèle dans la sphéroïde oblong et dans le sphéroïde applatie», *in Mem. 1733*, pp. 223-232.

[28] Ver el artículo dedicado a PICARD en *DSB*.

[29] LA CONDAMINE, «Manière de déterminer astronomiquement la difference en longitude de deux lieux en eloignés l'un de l'autre», *in Mem. 1735*, pp. 1-11.

[30] Sobre estas experiencias para medir la velocidad del sonido, ver J. JUAN, *Observaciones astronómicas, y physicas hechas de orden de S. Mag. en los Reynos del Perú*, Madrid, 1748, pp. 132 ss. También LA CONDAMINE, *Journal du voyage fait par ordre du roi à l'équateur, servant d'introduction historique à la mesure des trois premieres degrés du meridien*, Paris, 1751, pp. 36, 57 y 98.

viabilidad del método tanto para la determinación de tiempos como de distancias. Aunque, según La Condamine, podía asegurarse un error menor de 65 toesas, lo cierto es que este procedimiento no garantizaba menos de 100 toesas en un grado de longitud. Todos los métodos propuestos durante la primera mitad del siglo XVIII para determinar la longitud proporcionaban medidas con imprecisiones mínimas de dos segundos en el tiempo, es decir, 30″ de arco o unas 500 toesas en la distancia. En suma, la medida de grados de paralelo, como habían demostrado Maupertuis y Clairaut, debía ser abandonada si se aspiraba a la precisión que exigía la cuestión de la figura de la tierra. Sin embargo, el tema no era tan simple. Mucho menos cuando las investigaciones conducentes a la determinación de la longitud geográfica, fuertemente apoyadas por las distintas coronas europeas, producían una gran cantidad de memorias pretendidamente científicas que aspiraban a lograr las sustanciosas recompensas para quien lograse un buen método. Toda esta literatura, la mayor parte de la cual estaba firmada por farsantes y oportunistas, logró mantener permanentemente vivo el espejismo de que el problema estaba resuelto. Hemos visto cómo los propios La Condamine o Godin anunciaban procedimientos, en la práctica irrealizables, que incluso fueron publicados en las *Mémoires de l'Académie des Sciences*.

Lo cierto es que Godin ordenó la medida de una base cuya disposición admitía potencialmente triangulaciones hacia el norte y el oeste. Su intención, inicialmente apoyada por La Condamine, era aplicar el método descrito por Delisle y comenzar, contra el criterio de Bouguer, por la medida del grado de paralelo. Años más tarde depositaría este último en la secretaría de la Academia trece extractos de cartas con los que pretendía desca-

lificar a sus compañeros y demostrar su mayor solvencia científica. Una de ellas, firmada por Jorge Juan el 16 de junio de 1748, afirmaba con toda claridad:

> «A nuestra llegada a Quito que fue a mediados del año 1736 no hay duda en que estaba M. Godin en medir primero el ecuador, y en esta opinión tampoco hay duda que se mantuvo hasta que volvimos de medir la base y de tomar los ángulos de Yllalo. Después de esto y que entramos en 1737, bien sabe Vmd. el trabajo en que me hallé y que era tal que no daba lugar a que se pensase en otras cosas» [31].

Los últimos meses de 1736 y primeros de 1737 transcurrieron entre los problemas derivados de la ausencia de fuentes de financiación y las discusiones en torno al tema del que venimos ocupándonos. La división debió ser tan profunda que los académicos escribirían a París buscando la mediación de otros astrónomos y la decisión del ministro de Marina. El 15 de febrero de 1737 comunicaba Bouguer a Maurepas lo siguiente:

> "M. Godin est jusqu'à present bien résolu de commencer par l'equateur (...) je ne puis pas manquer sur toutes ces considerations dont l'evidence me frappe d'employer toutes les voies raissonables et même d'en mener aux protestations pour detourner M. Godin de la resolution où je le vois, et je suis sur, Monseigneur, que vous me ferez l'honneur de m'approuvez...» [32].

---

[31] J. JUAN a P. BOUGUER; Madrid, 16-VI-1748. Forma parte del dossier «Extraits de quelques lettres et de quelques autres écrits deposés au Sécretariat de l'Académie royale des Sciences, le 5 mars 1750». AOP, B-5-7. Por otra carta de este mismo dossier de Verguin a Bouguer (Toulon, 8-V-1748) sabemos que La Condamine apoyó el proyecto de Godin hasta enero de 1737, fecha en la que pospuso su viaje para reconocer el terreno en la costa ecuatoriana.

[32] Extracto de carta que se encuentra en el lugar citado en la nota anterior. Ver también P. BOUGUER, «Jus-

Dos días más tarde Godin informaba a Maurepas sobre el plan que había diseñado para el comienzo de los trabajos:

> «Je profiterai de ce même hiver pour parcourir et reconnaître le terrain d'ici la côte, et planter des signaux sur les montagnes qui se trouveront propres à appuyer nos triangles, de cette manière et si cela me réussit, nôtre mesure de l'équateur deviendra facile et courte» [33].

El 9 de marzo, sin embargo, el secretario de Marina ordenaría al jefe de la expedición abandonar el proyecto de medir un arco de paralelo [34]. En París, los miembros de la Academia estaban preocupados tanto por el tono de las cartas que se recibían como por el tema que había provocado la polémica. El propio Clairaut, el más importante geómetra parisiense, escribía a La Condamine aprobando su alineamiento con la postura defendida por Bouguer:

> «...je suis charme que vous soyez résolus à present de mesurer d'abord la meridienne, et de ne pas trop vous attacher à mesurer l'equateur. C'aurait été affreux si M. Godin ne vous avait pas cru vous et M. Bouguer, puisque vous aurrez pu passer un

---

tification d'un article de la Relation abregée du voyage fait à Pérou, qui se trouve dans le volume de 1744 des mémoires de l'Academie royale des Sciences», AOP, ms. C-2-7, p. 10. También P. BOUGUER, *Justification des Memoires de l'Académie des Sciences de 1744 et du livre de la «Figue de la terre»*, Paris, 1752, pp. 11-2, y LA CONDAMINE, *Supplement..., I*, p. 36.

[33] La carta se encuentra copiada entre los papeles de Jules Maillard de la Gournerie, que se encuentran en AIF, ms. 2118. También puede verse *Supplement..., I*, pp. 11 y 12, *Justification d'un article...*, pp. 16 ss. *Lettre a M*** dans la quelle on discute divers points d'astronomie pratique*. Paris, 1754, p. 30.

[34] El 22-IX-1737 Bouguer recibiría la carta de Maurepas en la que se le comunicaba la orden dada a Godin el 9-III-1737. Ver *Justification...*, pp. 4-5.

tems très-considerable sans savoir le figure de la terre...» [35].

Sabemos que esta carta fechada en marzo de 1738 no fue recibida hasta siete meses más tarde. Dato que ilustra un tema que ya hemos apuntado y que confirma hasta qué punto las dificultades para mantener un contacto fluido por correspondencia con París obstaculizaron y retrasaron considerablemente los trabajos. Decidido Bouguer a imponer sus puntos de vista, redactaría una clarificadora memoria, que apareció publicada en las *Mémoires de l'Académie des Sciences* de 1736. En ella, después de un dilatado análisis y a modo de conclusión, se afirmaba:

> «Il résulte de tout cela que la mesure des degrés de longitude n'est guère propre pour décider la question, qui partage aujourd'hui les mathématiciens sur la figure de la terre. Si l'on s'arrêtait à les vouloir comparer les uns aux autres, la difference des deux axes, qui n'est pas vraisemblablement fort grande, pourrait être absorbée par les erreurs des observations, et on pourrait même croire que la terre serait aplatie ou oblongue, pendant qu'elle aurait une forme toute contraire. Il est vrai qu'on peut combiner avec succés ces degrés avec ceux du meridien; mais il ne faut pas comparer les degrés de l'equateur avec des degrés de latitude éloignés; il faut au contraire comparer des degrés de longitude pris vers le pôle avec des degrés du meridien pris vers l'équateur; nous avons vu que cette voie est susceptible d'une assez grande exactitude. Cependant la precition qu'on peut obtenir par ce moyen est toujours fort éloignée de celle à laquelle on peut prétendre par les degrés du meridien comparés les uns avec les autres» [36].

---

[35] CLAIRAUT a LA CONDAMINE; París, 3-III-1738. AIF, *Papiers Jules Maillard de la Gournerie*, ms. 2118. Ver también LA CONDAMINE, *Journal...*, p. 43, de P. BOUGUER, *Justification...*, p. 16.

[36] P. BOUGUER, «De la manière de determiner la figure de la terre par la mesure des degrés de latitude et de longitude», *in Mem. 1736*, pp. 443-468.

Ya hemos comentado que este tema era uno de los más controvertidos —recuérdese lo manifestado el mismo año por Delisle— de la ciencia de la primera mitad del setecientos. Afirma Bouguer que la cuestión de la figura de la tierra ha dividido a los matemáticos. Tal afirmación precisa de un comentario que aclare su significado. Ya hemos mencionado que en el seno de la Academia habían quedado enfrentados de un lado los geómetras y de otro los astrónomos y geógrafos. Para aquéllos toda la polémica finalmente quedaría superada cuando se pusiesen a punto técnicas experimentales de precisión, ya que, desde su perspectiva abiertamente newtoniana, la experiencia habría de doblegarse ante el principio de atracción universal. Sin embargo, los astrónomos y geógrafos, curiosamente portadores a la vez de un saber empírico y de una tradición cartesiana, pensaban con Delisle, D'Anville y los Cassini que habría de ser la observación quien tuviese la última palabra. Según ellos, los métodos de observación eran perfectamente rigurosos y afirmaban, no sin parte de razón, que las propuestas teóricas de los matemáticos quedaban, a veces, en el aire, debido a su carácter especulativo.

Los instrumentos básicos de observación

Los dos instrumentos básicos para la ejecución de los trabajos geodésicos durante la primera mitad del siglo XVIII eran el patrón de medida y el cuarto de círculo. Independientemente de la experiencia como observadores de los miembros de la expedición, la calidad de las medidas estaba subordinada a la precisión de los instrumentos. Ante todo, la medida de la base fundamental, primer eslabón sobre el que habría de construirse la

descripción del meridiano, exigía la existencia previa de una unidad de medida bien reglada y de cómodo transporte. Mientras se efectuaban las gestiones diplomáticas para la obtención del permiso correspondiente, Godin se desplazaría a Londres para adquirir algunos instrumentos —péndulo de Graham y sector astronómico de Bradley— construidos por acreditados artesanos ingleses. A su vuelta, mientras Mairan era encargado de investigar la longitud del péndulo horario en París, Godin y Langlois trabajan en la construcción de una toesa de hierro según el patrón establecido en 1668 al pie de la escalera del gran Châtelet de París. Puesto que se preveían graves deterioros sobre la regla base a lo largo del viaje, La Condamine propuso la realización de una réplica que permitiese posteriormente la verificación de las medidas realizadas en América. Sabemos que fue aceptada su propuesta y que el duplicado fue construido por el mismo Langlois, depositándose en la Academia hasta que Maupertuis la utilizó en las observaciones de la expedición del norte[37].

Si bien la polémica en torno a la figura de la tie-

[37] La Condamine en su obra *Mesure des trois premiers degrés du méridiene dans l'hémisphère austral*, París, 1751, pp. 75-76, da la descripción física de la toesa del Perú; era un prisma de hierro pulido cuyas dimensiones eran 1 toesa, 17 líneas y 4 líneas para sus tres lados. Juan, sin embargo, afirma que las dimensiones eran 1 t., 8 lín. y 3,5 lín., ver *Observaciones...*, p. 91. A pesar de las precauciones adoptadas en la construcción de las dos toesas, Boscovich (*Voyage astronomique et geographique dans l'Etat de l'Eglise*, París, 1770) dice que Mairan comprobó que la toesa del Norte era 1/20 líneas más corta que la del Perú. La toesa con la que fue medido el grado romano, fabricada por Mairan, era 8/75 líneas menor que la del Perú. Estos datos nos permiten valorar el grado de exactitud con el que era posible efectuar medidas de precisión.

rra tuvo su primera aportación en la obra de Newton, sería en Francia donde adquiriría la importancia que tuvo en el siglo XVIII. Mientras que en Inglaterra la Royal Society potenciaría activamente la confección de catálogos de estrellas, en Francia se desarrollarían con creciente especialización los trabajos geográficos y geodésicos. Este hecho, manifestación de las diferentes estrategias científicas nacionales, tendrá importantes consecuencias en el tema del patrón de medida. El desarrollo de los estudios geodésicos y la influencia de la política de intervención espacial borbónica provocarían una rápida internacionalización del pie de rey francés como unidad de medida entre los científicos. En 1766 se adoptó la toesa del Perú como patrón oficial en Francia y fue encargado Tillet de construir ochenta réplicas exactas para distribuirlas por las principales ciudades francesas y europeas. Antes de ello, sin embargo, todas las naciones de Europa ya habían ajustado su unidad de medida al pie de París: Graham se ocupó de establecer la equivalencia con el pie inglés, Juan con la vara castellana, Boscovich con el pie romano, Delisle con el verstes ruso y, en general, todas las medidas de longitud difundidas en los medios científicos eran presentadas en unidades francesas [36].

[36] Los submúltiplos de la toesa eran los siguientes: 1 toesa = 6 pies; 1 pie = 12 pulgadas; 1 pulgada = 12 líneas; 1 línea = 12 puntos. Una vara castellana era, según Juan, 371/144 pies de París. Para la historia de la toesa puede consultarse G. BIJOURDAN, *Le systeme métrique des poids et mesures*, París, 1901. También la obra de J. F. LALANDE, *Astronomie*, 3 vols., París, 1792, *III*, p. 6, tiene interesantes reflexiones sobre el tema. La obra de C. WOLF, *Histoire de l'Observatoire de Paris de sa fondation à 1793*, París, 1902, pp. 91-3, cuenta los primeros intentos desde el observatorio de París para racionalizar el tema del sistema de medidas.

Para observar los ángulos de la triangulación cada miembro de la compañía llevaba un cuarto de círculo provisto de anteojo y micrómetro. Salvo uno de los llevados por La Condamine que había pertenecido al caballero de Louville, todos poseían parecidas características y fueron construidos por Langlois. El de Juan y Ulloa, también realizado por este artesano entre 1735 y 1736 bajo la dirección de Du Fay, será el que utilizaremos de modelo para nuestra descripción. Su radio era de dos pies ($\simeq$ 65 cms.), estaba fabricado en hierro, el limbo sobre el que se grababan las divisiones era de latón, y admitía dos rotaciones independientes (fig. 2). La primera según el eje que sustenta su base, y la segunda, que permitía definir planos de distinta inclinación respecto del horizonte. Además, el anteojo podía deslizarse por el arco del sector entre los 0° y los 90° de amplitud.

Excluyendo los instrumentos de gabinete o exhibición, la construcción de un cuarto de círculo entrañaba dificultades técnicas de importancia: 1) asegurar la estabilidad de toda la armadura metálica; 2) garantizar el paralelismo entre el plano definido por el cuadrante y el eje del anteojo; 3) dividir el arco de 90° en partes iguales.

Todas ellas estaban íntimamente relacionadas con la inexistencia de una tradición artesanal especializada, o con las deficiencias de una metalurgia que no podía obtener metales adecuados para los fines que se perseguían. De éstas y otras dificultades técnicas no nos ocuparemos sino para mencionarlas, dedicando mayor atención a las tres anteriormente citadas.

La primera cuestión era resuelta dando un radio corto al instrumento y reforzando su armazón por

distintos procedimientos. Los de mayor radio no llegaron a realizarse suficientemente precisos hasta la segunda mitad del setecientos; los anterior-

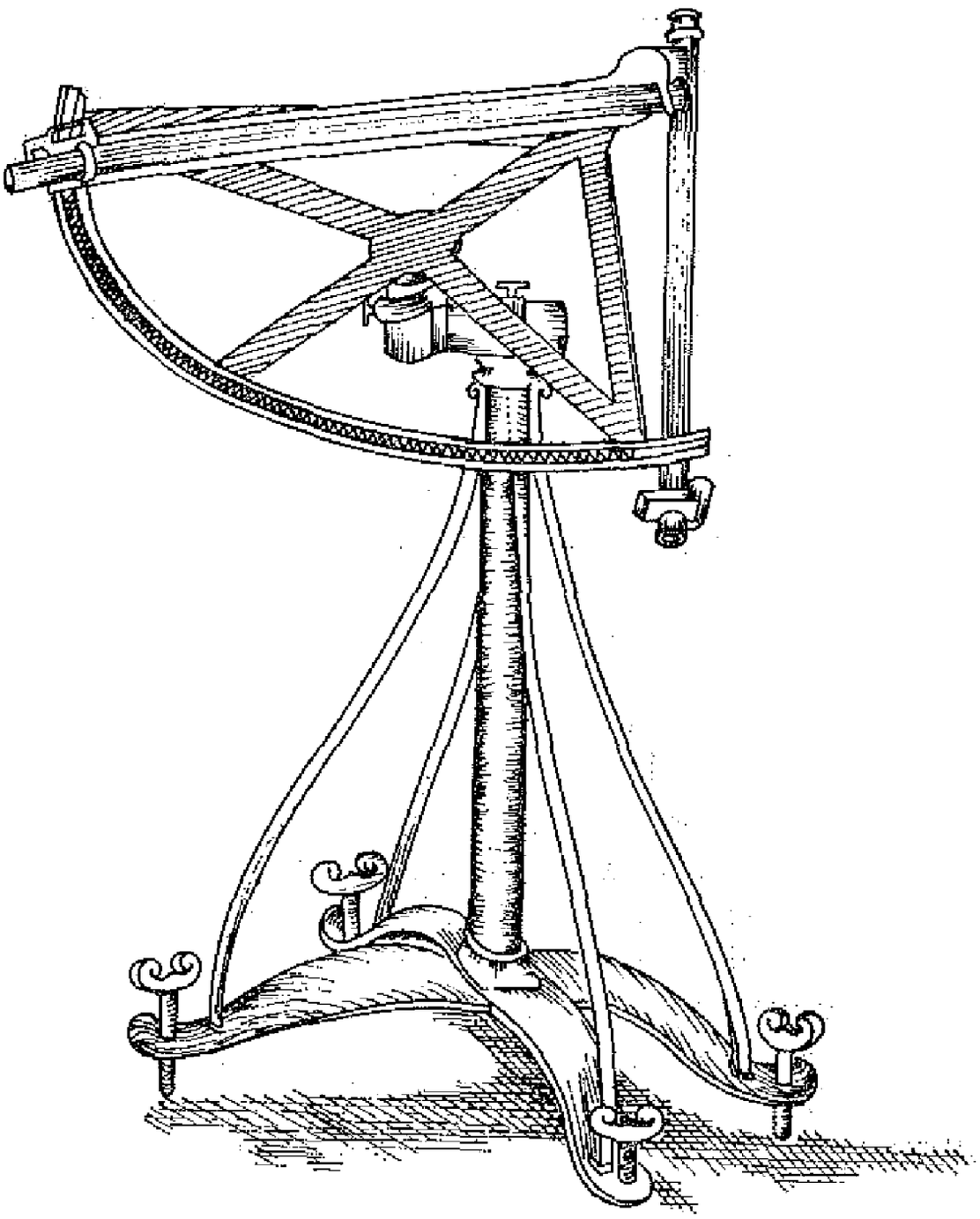


Figura 2

mente existentes en los observatorios de Greenwich o París eran dibujados sobre gruesas paredes interiores, no presentando por ello problemas de

estabilidad. El tamaño habitual durante la primera mitad del siglo XVIII oscilaba entre 1,5 y 3 pies de radio [39].

El mayor problema a que hubieron de enfrentarse los constructores desde el Renacimiento fue, sin duda, el de las divisiones y métodos de grabado del limbo del instrumento. Un cuarto de círculo como el utilizado por Juan de 24 pulgadas de radio podía dar una precisión de hasta 10′ y ello exigía que sobre una longitud circular de 102,05 centímetros se realizasen 40 divisiones; es decir, la distancia entre dos señales del limbo era de 89 mm. aproximadamente, cifra que nos permite una primera valoración de la dificultad que su construcción suponía. Veamos cuál era el procedimiento más generalizado [40]. Una vez fijados los puntos 0 y 90 del arco, realizando sucesivas bisecciones y trisecciones angulares se lograba una primera división del limbo en partes iguales de 5°. El problema era cómo aumentar la precisión del cuarto de círculo.

El método de división exacta utilizado desde finales del siglo XVII había sido descrito en su forma definitiva por La Hire. Básicamente consistía en trazar sobre el limpo el número de arcos adecuado para la subdivisión que se quería conseguir y, posteriormente, buscar las transversales (figura 3) ab, bC, cD..., teniendo en cuenta el carácter radial de los círculos «paralelos» emplea-

[39] El radio de los cuartos de círculo que llevaron al Perú era el siguiente: Godin, 22 pulgadas; Juan y Ulloa, 24 pulgadas; Bouguer, 30 pulgadas, y La Condamine, que llevaba dos, 12 pulgadas y 36 pulgadas respectivamente.

[40] M. DAUMAS, *Les instruments scientifiques aux XVIIe et XVIIIe siècles*, París, 1953, pp. 249 ss.

dos. Todo el problema se reducía a la determinación del lugar geométrico XX′ de los centros desde los cuales podían trazarse dichas transversales. La solución no tenía más complicaciones que las derivadas de buscar la circunferencia que pasase

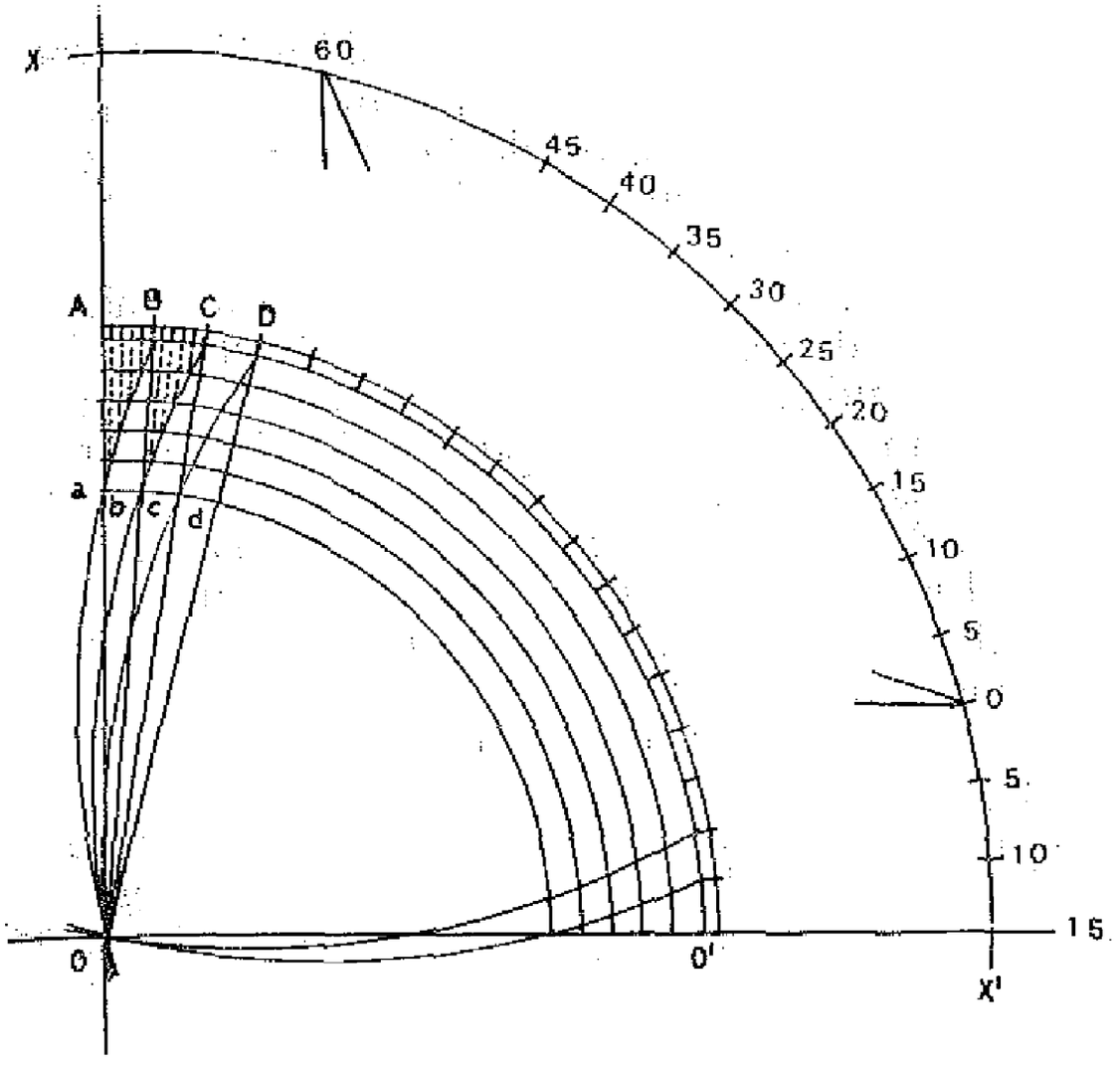


Figura 3

por los puntos O, a y B, es decir, el centro del instrumento, la división 0° del círculo más interior y la división 5° del más exterior, respectivamente. El radio de dicha circunferencia proporcionaba el arco XX′. Los puntos en los que aB cortaba a los seis círculos concéntricos definían otras tantas particiones de la amplitud angular de 5°, así como

el punto b del círculo interior sobre el que habría de pasar la segunda transversal ObC. Reiterando el proceso descrito podían grabarse sobre el limbo las divisiones correspondientes a 1° de amplitud.

Una vez grabados los cuartos de círculo existían numerosos métodos para calibrar la precisión del trabajo efectuado por el artesano. La idea básica común a todos ellos era bien simple: se verificaban los distintos puntos de la escala rotando el instrumento y observando ángulos previamente conocidos en ambas disposiciones del sector. Todas las precauciones debían extremarse cuando las pínulas de los antiguos cuartos de círculo fueron sustituidas por anteojos: aunque las divisiones fueran exactas, una pequeña desviación entre los planos del anteojo y del limbo podía inducir errores de bulto. Más adelante veremos que este tema llegaría a adquirir una importancia decisiva durante la fase astronómica de la misión. Indiquemos ahora brevemente el carácter de los procedimientos empíricos empleados para verificar algunos de los puntos grabados sobre el limbo.

Comencemos por la división 90°, base sobre la cual se encontraban las siguientes. Supongamos que se observa un objeto en el horizonte en la línea que une el centro del instrumento con la división 0°, y simultáneamente una plomada roza levemente la división 90° de la escala. Si a continuación repetimos la operación intercambiando los brazos del cuarto de círculo y la vertical no coincide con el 0°, entonces se confirma la existencia de un error en el instrumento. Con el mismo fundamento, un giro de 180° podía verificar también la exactitud de aquellas divisiones; era preciso, en este caso, disponer de una línea recta bien reglada. Con este fin y el de comprobar mediante un triángulo equilátero la división 60°,

se midió una pequeña base de 296 toesas, 1 pie, 3 pulgadas y 5 líneas.

Por procedimientos similares se comprobaba la exactitud de las divisiones, que durante la primera mitad del siglo XVIII pudieron conseguirse con una precisión que oscilaba entre los 5″ y 10″.

Entre los manuscritos de Bouguer hemos encontrado la tabla de correcciones que aplicaba al resultado de sus observaciones [41]. Dicha tabla, teniendo en cuenta que todos los cuartos de círculo de nuestros expedicionarios fueron construidos por Langlois, nos permite comprobar la exactitud con que fueron construidos.

41. P. BOUGUER, «Table des Equations que j'ay employées pour la correction des angles de position observées avec mon Q. de cercle», AOP, ms. B-5-7. Desgraciadamente sólo poseemos algunos datos sueltos de las correcciones aplicadas por La Condamine, sin embargo, vemos que la magnitud de ellas es simular a la encontrada por su compatriota. También tenemos las correcciones aplicadas por Godin a los ángulos medidos de altura y depresión de unas señales respecto de otras. La tabla que reproducimos, procedente de una carta de La Condamine dirigida a Bouguer (Quito, 24 de abril de 1741. AOP, ms. C-2-7), contiene además de la corrección debida al instrumento la calculada para la refracción (¡). Ver más adelante lo que se dice sobre este tema en el apartado dedicado a la refracción atmosférica.

Angulo observado	*Corrección depresión*	*Corrección altura*
6°	+ 6″ 4‴	+ 8″ 11‴
5°	— 0″ 30‴	+ 6″ 54‴
4°	— 4″ 27‴	+ 17″ 50‴
3°	— 4″ 45‴	+ 16″ 2‴
2°	— 4″ 52‴	+ 16″ 21‴
1°	+ 1″ 1‴	+ 6″ 3‴
0°	0″ 0‴	

Angulo medido	Correc. Bourguer	Correc. La Condamine
6°	0"	—
16° 30'	2"	—
20	3	—
27.30-34	— 4	—
35	— 5	—
36	— 6	—
37	5	—
38	12	12
39	0	—
40	15	—
41	— 25	— 25,5
42.30	— 15	—
44.30	— 36	—
45	— 18	—
47	— 15	—
48.30	— 5	—
49-50	0	—
51	— 1	—
52	— 3	—
53	— 6	—
54-55	— 9	—
56.30	— 12	—
57	— 14	—
58	— 17	— 18
59	— 19	—
60	— 5	—
60.30	— 20	—
61	— 19	—
62-64	— 15	— 15,5
67.30	— 20	—
68.30	— 25	—
69.40	— 28	—
71	— 25	—
72-73	— 20	—
74	— 10	— 10
75	— 20	—
76-78	— 26	—
79-80	— 29	—
81-89	— 30	— 30
90	5	—
91	6	—
94	10	—
95	18	—

Las columnas segunda y tercera recogen la corrección (en segundos) que se sumaba al ángulo (en grados) observado. Vemos cómo, pese a las precauciones adoptadas por los artesanos y científicos, los errores del instrumento, cuyo valor medio es de 13,4″, sin llegar a ser importantes, presentan una distribución relativamente dispersa. Ello debe ser atribuido a los toscos procedimientos existentes para la realización del grabado.

La precisión podía incrementarse mediante la incorporación de un micrómetro. La primera descripción que poseemos de este artificio técnico es de 1639, pero su difusión en los medios científicos habría de retrasarse hasta 1666. Entre los distintos tipos de micrómetro, el descrito por Auzout será, con ligeras modificaciones, el prototipo más generalizado durante la primera mitad del siglo XVIII. Consistía básicamente (fig. 4) en una

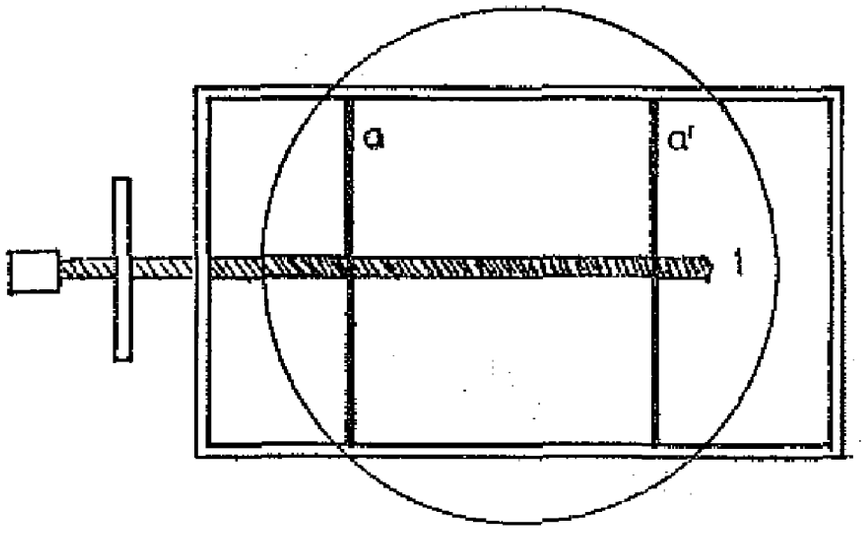


Figura 4

estructura metálica de dos cabellos o filamentos de plata, uno fijo que indicaba el cero (a), y el otro móvil (a'), que podía desplazarse accionado por un tornillo micrométrico a lo largo del eje del dispositivo. Instalado en el ocular del ante-

ojo, podía ser utilizado para determinar el diámetro del Sol y los planetas, o para precisar con exactitud el lugar de paso por el ocular de una estrella.

Durante el período a que se refieren las observaciones geodésicas, podían construirse tornillos que precisaban de tres vueltas para que el filamento a' avanzase una línea. Los giros del tornillo quedaban reflejados sobre una rueda dividida en cien partes. Por tanto, era factible apreciar hasta segmentos de 1/40.000 pies de longitud [42]. El procedimiento habitual para determinar el paso de rosca era el siguiente: conocida la distancia entre dos puntos, se instalaba en un extremo el cuarto de círculo, mientras en el otro se situaban dos objetos equidistantes de modo que DC fuera perpendicular a AB (fig. 5). Desde A era recorrido

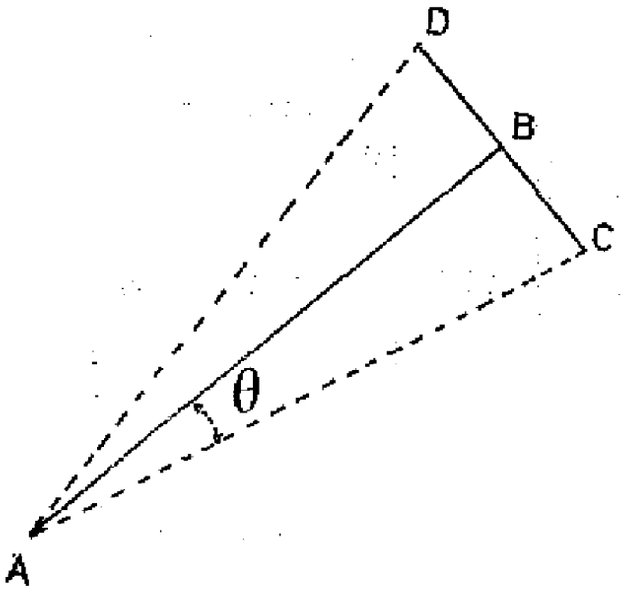


Figura 5

con el filamento a' en ángulo θ, determinándose la relación existente entre vueltas del tornillo y distancia angular. El sector con que Bouguer efectuó sus observaciones astronómicas disponía de

[42] M. DAUMAS, *op. cit.*, pp. 69 ss.

un micrómetro capaz de dividir un ángulo de 4'35" en 1.000 partes, siendo cada una de ellas de 16''' 30^{iv} [43]. Vemos, pues, que la precisión teórica con que podían realizarse observaciones geodésicas y astronómicas era realmente espectacular. En la práctica, sin embargo, comprobaremos cómo las deficiencias del instrumento —a veces necesitado de correcciones de 20"— o el defectuoso análisis de fenómenos como el de la refracción, inducían errores de medida que anulaban la pretendida exactitud de las observaciones.

La medida de la base fundamental

Mientras se resolvían las disputas sobre si había de medirse un arco de meridiano o de paralelo, el 8 de octubre de 1736 se decide emprender la medida de la base en la llanura de Yaruqui, lugar situado a unas cuatro leguas de Quito hacia el oriente. Inicialmente se pensó para dicha operación un lugar próximo a Cayambe, pero sería desechado debido a la existencia de un pronunciado desnivel del terreno. La distancia entre las haciendas de Oyambaro y Caraburu, extremos de la base fundamental, era de unos 12 kms. El desnivel existente de 126 toesas entre ambos puntos no era constante, de modo que, como nos cuenta Bouguer, algunos puntos

> «...sont 10, 15 et 20 toises au-dessus de la ligne droite conduite en l'air depuis une extremité (del terreno) jusqu'à l'autre» [44].

[43] P. Bouguer, «Table de la valeur des parties du micrométre du secteur de 18 pieds longuer», AOP, ms. C-2-7.

[44] P. Bouguer, *La Figure de la terre, déterminés par les observations des Messieurs De La Condamine et Bouguer*, París, 1749, pp. 42-3.

Teniendo en cuenta que además la línea entre Oyambaro y Caraburu atravesaba una quebrada de 9 toesas de anchura [45], cabe suponer que el lugar no fue bien elegido. De nuevo el insuficiente conocimiento de la geografía del país les impidió prever muchas de las dificultades a que habrían de enfrentarse. Pese a ello, dada la imprecisión de los instrumentos que llevaban, era preferible buscar un lugar lo suficientemente alejado de París o Laponia aunque añadiera nuevas dificultades antes que condicionar todas las operaciones a un lugar técnicamente más adecuado. Mucho más cuanto que la diferencia entre grados de distintas latitudes era pequeña.

El método elegido consistía en medir toesa a toesa la distancia indicada. Para ello se construyeron tres perchas de 20 pies de largo rematadas con una pieza de cobre de 1,5 líneas de grosor. El terreno fue alineado con señales situadas a 600 toesas por Bouguer, La Condamine y Juan. Para asegurarse de un alineamiento perfectamente horizontal de las perchas se construyeron caballetes de pintor que permitían, con el uso del nivel, la perfecta realización de esta delicada operación. Para garantizar toda la precisión posible se efectuaron medidas sistemáticas de dilatación y se dividió la compañía en dos grupos, partiendo cada uno de ellos de un extremo y ejecutando la medida en sentidos opuestos. Dichos grupos —de una parte, Bouguer, La Condamine y Ulloa; y de otra, Godin y Juan— emplearon veinticinco días en recorrer los 13 kms. [46]. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Bouguer	$6272^{t}\ 4^{pi}\ 5^{po}$
Godin	$6272^{t}\ 4^{pi}\ 2^{po}\ 2^{lin}$

[45] JUAN, *Observaciones*..., pp. 146 ss.

[46] Los trabajos comenzaron el 18-X-1736 y terminaron

La pequeña diferencia de 2^{po} 10^{lin}, error menor de 10^{-5}, nos da una idea de la exactitud con que podía realizarse esta parte de la misión. Veremos cómo las correcciones que sobre estas medidas se efectuaron debidas a la refracción, nivelamiento o dilatación, introducirán mayores diferencias entre ellos. La base adoptada por ambos grupos sería de 6272^{t} 4^{pi} 3^{po} 7^{lin}, media aritmética entre las efectivamente medidas.

Sobre la base acordada era preciso efectuar distintas correcciones que tuviesen en cuenta la altura sobre el nivel del mar, la dilatación de las perchas o el desnivel existente entre los extremos. La medida de la pendiente con el cuarto de círculo se veía afectada por la refracción, cuya influencia sobre la medida final era tanto más importante cuanto que el ángulo de depresión era de aproximadamente 1°. La homogeneidad de los datos exigía que fuesen reducidos a un punto de la triangulación para, finalmente, ser expresados al nivel del mar y a 14 grados Reaumur. La consideración de todas estas correcciones precisaba de observaciones sobre la altura, temperatura, presión de los lugares y el conocimiento del radio de la tierra, para lo cual necesitaban termómetros, barómetros y planchetas o cuartos de círculo bien ajustados. Las páginas que siguen estarán destinadas a describir estas operaciones, así como la teoría desde la que eran analizadas. Ello nos permitirá apreciar que los verdaderos problemas a que hubieron de enfrentarse nuestros académicos en este terreno no surgieron de las medidas estrictamente geodésicas, sino de todas las correcciones que precisaban sus datos. Adelantemos que para nin-

el 5-XI-1736. Cuenta Juan que los primeros días no alcanzaban a medir más de 40 toesas, mientras que los últimos, con mayor experiencia, superaban las 500 toesas. JUAN, *Observaciones...*, p. 150.

guna de ellas se poseía una teoría mínimamente contrastada, de ahí la diversidad de planteamientos y soluciones que cada uno aportó. Sería ocioso intentar ofrecer aquí una descripción completa de todo cuanto escribieron sobre la dilatación de materiales o refracción de la luz; para no hacer excesivamente extensa y farragosa nuestra exposición, nos limitaremos a presentar algunos puntos de mayor interés.

Recordemos que la separación en dos grupos no fue resultado de un acuerdo entre los académicos para alcanzar mayor precisión. De hecho, como ya hemos dicho, fue consecuencia de las disputas y discusiones existentes entre los miembros de la compañía desde antes de su llegada a Quito. Los acontecimientos posteriores no harían más que agravar la situación, de modo que debe hablarse con propiedad de la medida de varios grados de meridiano en una única expedición científica. De una parte, tendremos al grupo formado por Bouguer, La Condamine y Ulloa, y de otra al constituído por Godin y Juan. A veces, incluso, las diferencias internas en cada uno de estos grupos —ya hemos mencionado los continuos altibajos existentes en la relación entre Bouguer y La Condamine— nos obligará a matizar con mayor detalle.

Las correcciones que a continuación analizamos, aunque referidas a la medida de la base, fueron aplicadas a todos los ángulos y distancias determinados durante toda la fase geodésica de la misión.

Reducción al horizonte y refracción atmosférica

Esta corrección era la que menos complicaciones teóricas contenía. Se trataba de resolver el triángulo formado por la base y las dos verticales

a sus extremos. Dichas líneas se suponía que se encontraban en el centro de la Tierra, hipótesis simplificadora que sólo es rigurosamente cierta en el supuesto de que su figura fuese esférica. No obstante, tal reducción no alteraba sustancialmente el resultado final, dado que el lado de la base era pequeño comparado con el radio de la Tierra y que su figura, por demás, no se apartaba considerablemente de la esfera. Del mismo modo el valor elegido para el radio dependía del resultado de la misión que les llevaba a Quito, pues sólo sería conocido cuando se tuviese una determinación precisa de la longitud de un arco, siendo así que ésta era justamente la ulterior conclusión de la totalidad de sus operaciones. Pero no se podía concluir la base sin efectuar las correcciones debidas y, por tanto, suponer un radio. Semejante modo de proceder, propio de todo razonamiento circular, era y sigue siendo usual en física y fue resuelto recurriendo a argumentos de autoridad. Hay algo, sin embargo, que merece un pequeño comentario: Godin eligió para su radio el valor que había sido propuesto por Newton, es decir, 3.276.500 toesas [47]. ¿Por qué no adoptó el que se deducía de las medidas de Cassini de Thury? En definitiva, la expedición había sido planeada para decidir entre dos teorías contrapuestas, y la Academia de París aseguraba que la conclusión de Newton, derivada de reflexiones teóricas, debía suspenderse ante el apoyo empírico a las tesis del astrónomo francés. ¿Podría deducirse de ello una predisposición a aceptar una figura de la Tierra achatada por los polos tal y como se proponía desde Inglaterra? El propio

[47] I. NEWTON, *Principia...*, III, Propos. XIX, problema III. Desde los resultados publicados por Picard concluía que el radio de la tierra en el ecuador era 3276433,333 toesas.

La Condamine, decidido defensor, como todos los miembros del círculo en torno a Mme. Chatêlet, de la atracción universal, habría de sorprenderse cuando supo que el jefe de la expedición no utilizaba en sus cálculos el valor del radio propuesto por su compatriota. Cassini usó en suelo francés el valor de 3.269.297 toesas y según las dimensiones de su elipse el radio ecuatorial de nuestro planeta era de 3.255.398 toesas [48]

La línea que unía Caraburu y Oyambaro era una quebrada debido a las irregularidades del terreno. Bouguer utilizará innecesariamente el cálculo integral para obtener la corrección debida a la esfericidad de la tierra. Godin y Juan consideraron que este complejo cálculo podía evitarse por un razonamiento de base empírica muy simple: observando desde ambos extremos de la base el terreno recorrido, supusieron que la distancia entre ambos puntos podía ser corregida considerando que la línea recta efectiva, corregida de las irregularidades del terreno, era aproximadamente igual a la distancia horizontal entre dos señales imaginarias que estuviesen a 1/3 de la diferencia de altura entre los extremos de la base. Caraburu se hallaba a 1.328 toesas sobre el nivel del mar y 126 más bajo que Oyambaro: se trataba de reducir al horizonte la recta CO′, siendo su altura sobre el nivel del mar de 1.370 toesas. El cálculo finalmente realizado es elemental, y sólo involucraba la resolución de los triángulos semejantes CO′P y C′O″P (fig. 6). En ellos,

$$\frac{C'O''}{CO'} = \frac{R}{R+h} - \frac{C'P}{C'P + C'C}$$

[48] Las dimensiones de la elipse de CASSINI (*De la grandeur et de la figure de la terre*, París, 1720, p. 242) eran: diámetro mayor 6579368 toesas, diámetro menor 6510796. Así D-d/D = 1/95.

de donde:

$$C'O'' = 6270^{t}\ 0^{p}\ 6^{po}\ 8{,}8^{lin},$$

que Godin redondeará en $6270^{t}\ 0^{p}\ 6^{po}\ 8{,}5^{lin}$

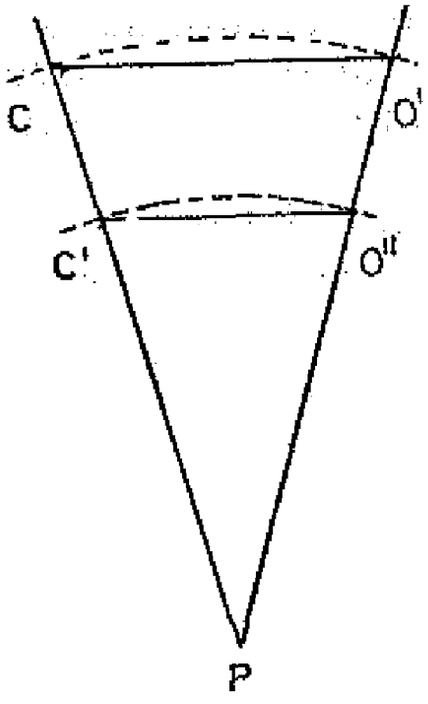


Figura 6

De haber utilizado el radio de Cassini, la diferencia habría sido de $1^{po}\ 2{,}2^{lin}$, y sólo hubiese afectado en una cantidad del orden de 10^{-6} t. Si cuantitativamente hemos de considerarla irrelevante, cualitativamente parece confirmar la sospecha de que los académicos encontraban más convincentes las tesis de Newton antes de concluir sus operaciones. Si la reducción al horizonte pudo efectuarse sin mayores complicaciones, muy distinta fue la situación ante el problema planteado por la pendiente del terreno.

Dado que las señales se hallaban a diferente altura y que la distancia entre ellas debía reducirse a la línea recta, es preciso medir los ángulos con que se ve una señal desde la otra y viceversa.

La lectura angular efectuada con el cuarto de círculo está afectada por dos perturbaciones: la primera, ya comentada, se debe al propio error del instrumento; la segunda es consecuencia de la refracción. Aquí explicaremos el tratamiento que los académicos dieron a este segundo problema, pero antes daremos cuenta de la base teórica sobre la que, por distintos procedimientos, cada uno intentó encontrar la magnitud de la corrección a realizar.

Sean A y B (fig. 7) las dos señales y T el punto donde se cruzan las verticales a dichos puntos.

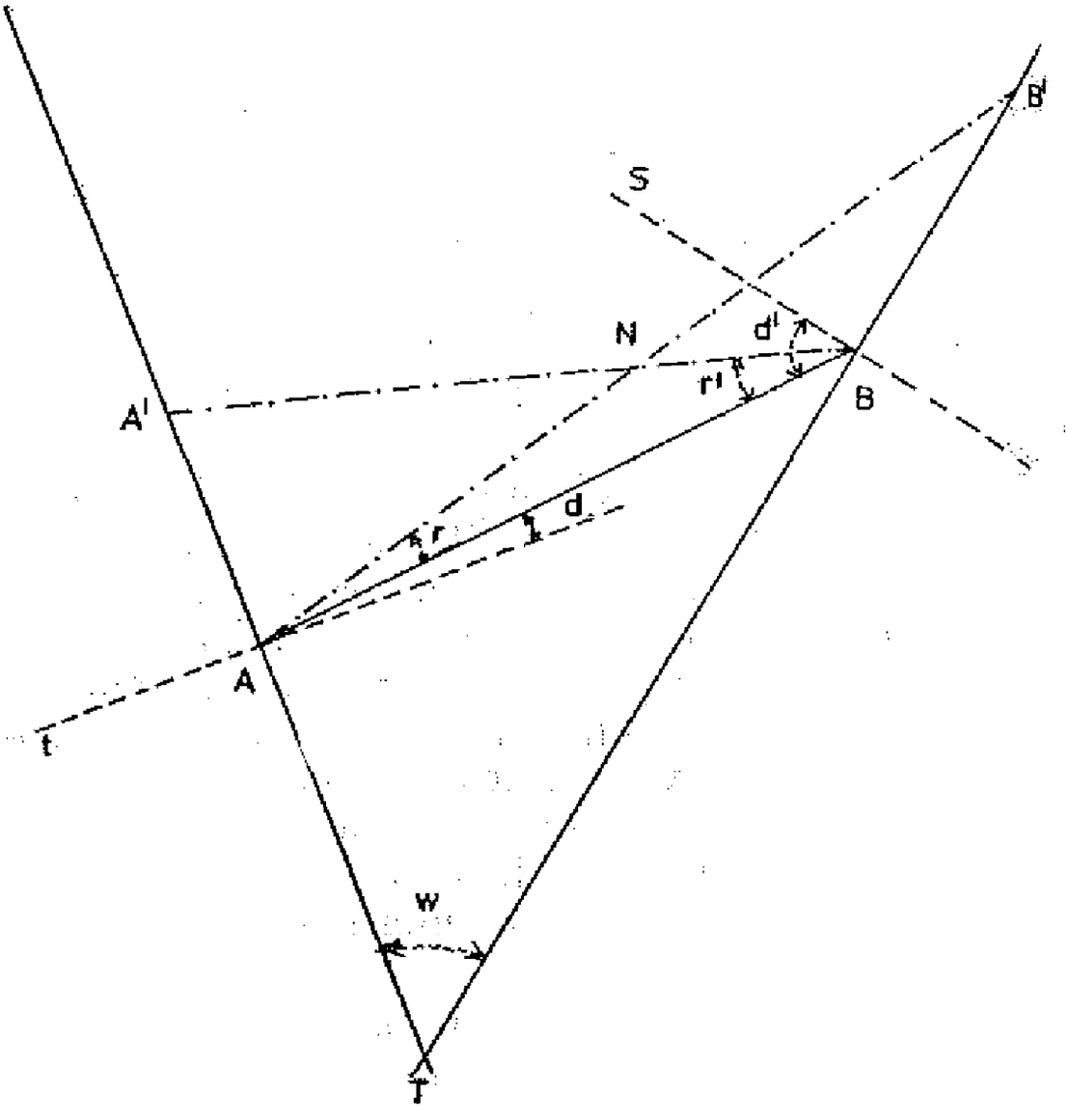


Figura 7

Los ángulos de altura y depresión, d y d′, son los comprendidos entre la vertical y el horizonte, s y t, en A y B respectivamente. La refracción desplaza dichos puntos hasta las posiciones A′ y B′. En la situación real conocemos los ángulos d y d′, afectados como muestra la figura por las refracciones r y r′. En el polígono ANBT se verifica que:

$$w = d' - d$$

Veamos el tratamiento clásico (fig. 8) para corregir la altura relativa de las dos señales debido

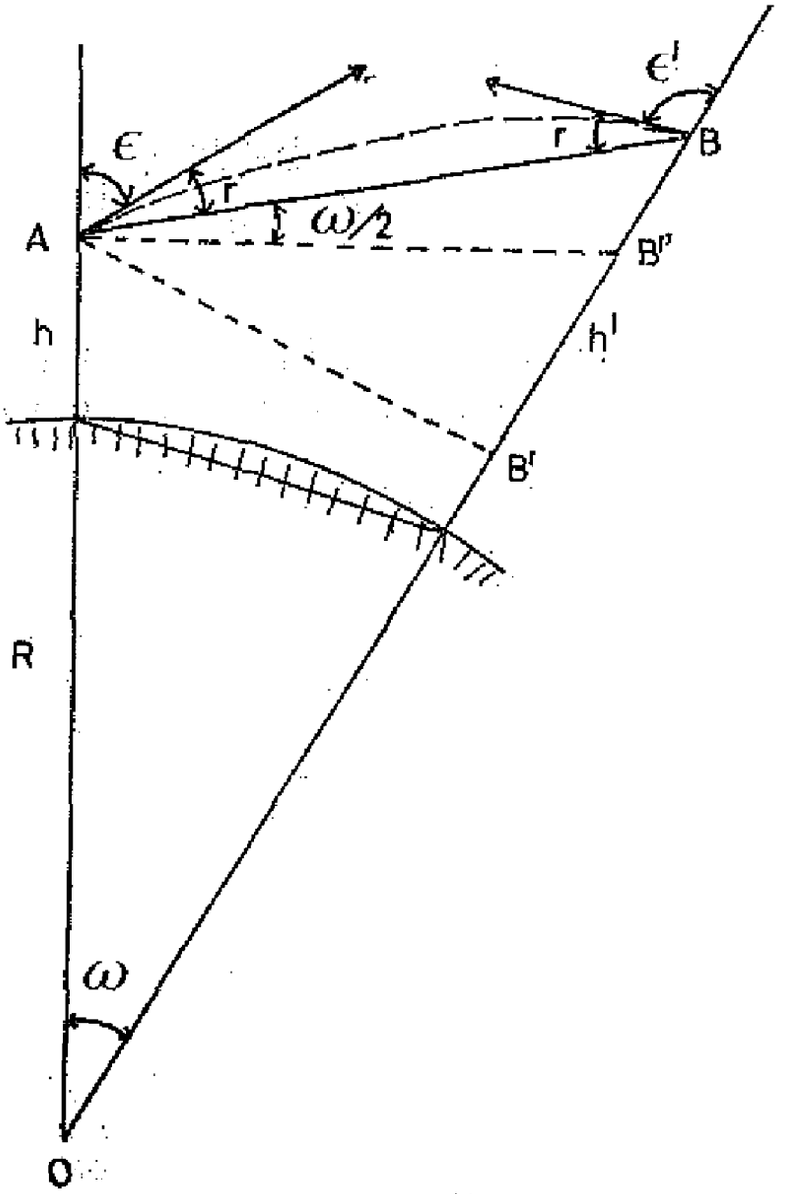


Figura 8

a la refracción [49]. En la hipótesis conocida por el nombre de Bouguer-Biot se hacen las siguientes suposiciones de partida: *a*) El ángulo de refracción en un punto determinado de un lado de la triangulación es proporcional al ángulo en el centro de la tierra sustentado por dicho lado. *b*) Si este lado no es excepcionalmente largo, los ángulos de refracción r y r′ pueden considerarse iguales. *c*) Para que dichos ángulos de refracción sean mínimos, y sobre todo constantes, debe efectuarse la medida de los ángulos de altura y depresión, d y d′, a las horas más cálidas del día.

Tras un laborioso cálculo algebraico, se obtiene la corrección Δh, debida a la refracción, que debe aplicarse a la altura medida:

$$\Delta h = h - h' = \overline{AB}\left(1 + \frac{h+h'}{2R}\right) \operatorname{tag} \frac{\epsilon - \epsilon'}{2}$$

donde el significado de los símbolos está indicado en la figura 8. Vemos que salvo en lugares montañosos, el término correctivo $\frac{h'+h}{2R}$ puede despreciarse, pues la altura de las señales es muy pequeña comparada con el radio de la Tierra R. En cualquier caso, esta corrección podía ser ignorada, ya que era de signo contrario y unas ocho veces menor que la debida a la esfericidad de la Tierra, cuyo valor puede calcularse por la expresión:

$$\Delta h \simeq \frac{(AB'')^2}{2R}$$

[49] Entre la numerosísima bibliografía existente que presenta formulaciones actualizadas sobre estos temas, citaremos solamente A. CAILLEMER, *Astronomie de Position. Géodésie*, París, 1971.

Nuestros académicos, sin embargo, pensaron que el error debido a la refracción podía ser determinante. Dicho tema fue uno de los que más atrayeron su interés, llegando a provocar nuevos motivos de roce entre ellos. Su modo teórico de proceder podemos reconstruirlo con absoluta fidelidad, ya que hemos encontrado alguna correspondencia en la que se da cuenta de los métodos empleados por Godin, Juan y La Condamine. Los cálculos que a continuación reproducimos se ajustan escrupulosamente en la forma y en el fondo a los realizados por estos académicos para cada par de señales de la triangulación [50]. El ejemplo que reproducimos se refiere a datos relativos a las señales de Tanlagua y Oyambaro, cuyas alturas sobre el nivel del mar son $h_t = 1.857$ y $h_o = 1.460$ toesas, respectivamente. Los ángulos de altura y depresión con que son vistas cada una de las señales desde la otra fueron:

Altura de Oyambaro sobre Tanlagua ...	1° 18′ 39″
Depresión de Tanlagua sobre Oyambaro	1° 33′ 48″

La figura 9 representa el triángulo del que se valió Godin para la resolución del problema.

Tomando para el radio de la Tierra el valor antes mencionado de:

$$r = 3.276.500 \text{ toesas}$$

su razonamiento fue el siguiente:

$$PT = R + h_T = 3.278.357 \text{ t.}$$
$$PO = R + h_o = 3.277.960 \text{ t.}$$

La distancia TO, obtenida por trigonometría desde el triángulo anterior de las observaciones

[50] La Condamine a Bouguer; Quito, 24-IV-1741. AOP, ms. C-2-7, p. 7.

geodésicas, era de 15.659 t. El valor de w podía conocerse dividiendo la distancia TO por el número de toesas que contenía un segundo de arco. En nuestro caso, y según el radio adoptado, eran

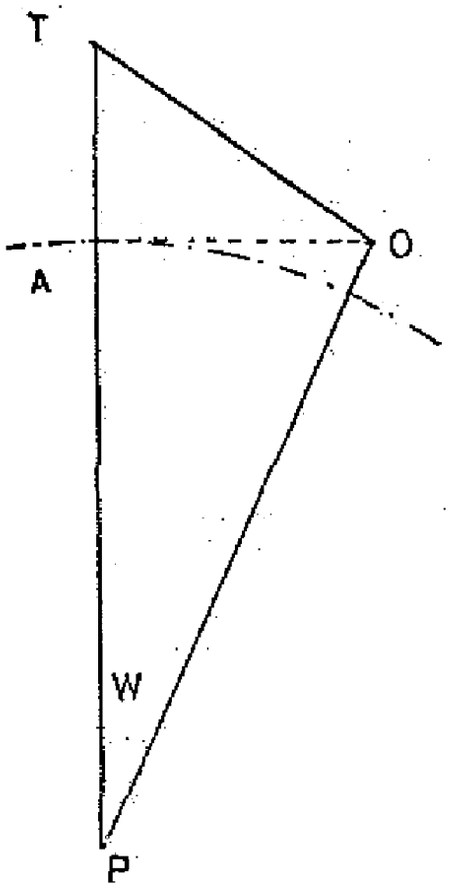


Figura 9

15.885 t. y, por tanto, w = 16′ 25″. Notemos el carácter circular de este razonamiento, que necesita suponer un valor para el segundo de arco, cuando es justamente este valor el que se pretende obtener como resultado de las observaciones. En fin, una vez calculado w se obtiene:

$$PA = PO \cdot \cos w = 3.277.922{,}63 \text{ t.}$$

$$\text{El ángulo } \hat{TOR} = \text{arc} \cdot \text{sen} \frac{TR}{OT} = 1^{\circ}\, 35'\, 22{,}38''$$

de donde PTO y PÔT valdrán:

$$P\hat{T}O = 88^\circ\, 24'\, 37''\, 37'''$$

$$P\hat{O}T = 91^\circ\, 18'\, 57''\, 23'''$$

Según lo dicho anteriormente, la altura de Tanlagua desde Oyambaro será el exceso de 90° del ángulo PÔT. Dicho exceso vale 1° 18′ 57″ 23‴, mientras que el verdaderamente observado era 1°18′39″. Concluía Godin que la diferencia entre ambos, en este caso negativa, era la refracción —o, con mayor propiedad, en palabras de Godin, la «antirrefracción»— de valor 18″ 23‴.

Del mismo modo, en el otro punto, el defecto hasta 90° del ángulo PTÔ será la depresión de Oyambaro vista desde Tanlagua. La diferencia de dicho ángulo con el verdaderamente observado vale 1′ 34″ 23‴, que será, por tanto, la refracción en Tanlagua.

El hecho de que el método de Godin diese refracciones negativas no pudo dejar satisfechos ni a Bouguer ni a La Condamine. Juan, a la vista de tan sorprendente resultado, optaría por otro método aproximado que no contenía tan graves incongruencias:

> «Por varias observaciones, que se hicieron de alturas, y depresiones de las Señales en toda la Serie de triángulos, procuré deducir la refracción, que le correspondía a cada Señal respecto de su altura, y distancia; pero hallé tal variedad en ello, que algunas observaciones daban la refracción negativa, o contraria de lo que debían: por cuyo motivo, e inducir poco yerro el tomar un minuto más, o menos grandes estos ángulos para las operaciones que se siguen, me pareció omitirlas; no obstante, en la ocasión que se observó altura y depresión de Señales correspondientes, tomo un medio entre las dos, que es lo propio que emplear la refracción» [51].

[51] JUAN, *Observaciones...*, p. 176.

Puesto que los ángulos d y d' no verificaban la igualdad $w = d' - d$, Juan adoptaría para el valor de la refracción en cada una de las dos señales el valor:

$$r_1 = r_2 = \frac{w - (d_2 - d_1)}{2}$$

Por su parte, La Condamine ensayaría otro procedimiento que al menos evitaba la incongruencia de las refracciones negativas. Además, con buen criterio, escribía a Bouguer para comunicarle que el método de Godin exigía el conocimiento previo de la altura de las señales, pero

> «...une toise de difference dans la hauteur supposée de Tanlagua changera autant l'angle obtus de son triangle qu'elle change l'angle de hauteur cherché qui n'est que ce même angle obtus diminué d'une quantité constante» [52].

En efecto, la medida de alturas por medio del barómetro daba errores considerables que podrían modificar notablemente el resultado obtenido para la refracción. En general, el método de Godin era duramente criticado por sus compatriotas, como se manifiesta en el siguiente texto de La Condamine:

> «...vous me marquez —se refiere a Bouguer— que celui-cy n'est qu'un assemblage de sophismes et des pétitions de principes, je convenis de fait il est seulement question de savoir si la pétition de principes influe icy beaucoup sur la conséquence, vous savez mieux que moy que tout est plein de pétition de principes dans le calculs astronomiques à parler rigeureusement, mais les consequences n'en sont pas dangereuses» [53].

---

[52] La Condamine a Bouguer; Quito, 8-VII-1741. AOP, ms. C-2-7, p. 8.

[53] En la misma carta citada en la nota anterior, p. 7.

Veamos el tratamiento alternativo propuesto por La Condamine[54]. Por sus observaciones conoce los ángulos de altura y depresión d y d'. Supone conocidos también por el cálculo trigonométrico desde la etapa anterior de la triangulación los lados OT y Oθ. En la figura 10, donde utilizamos la misma nomenclatura usada por La

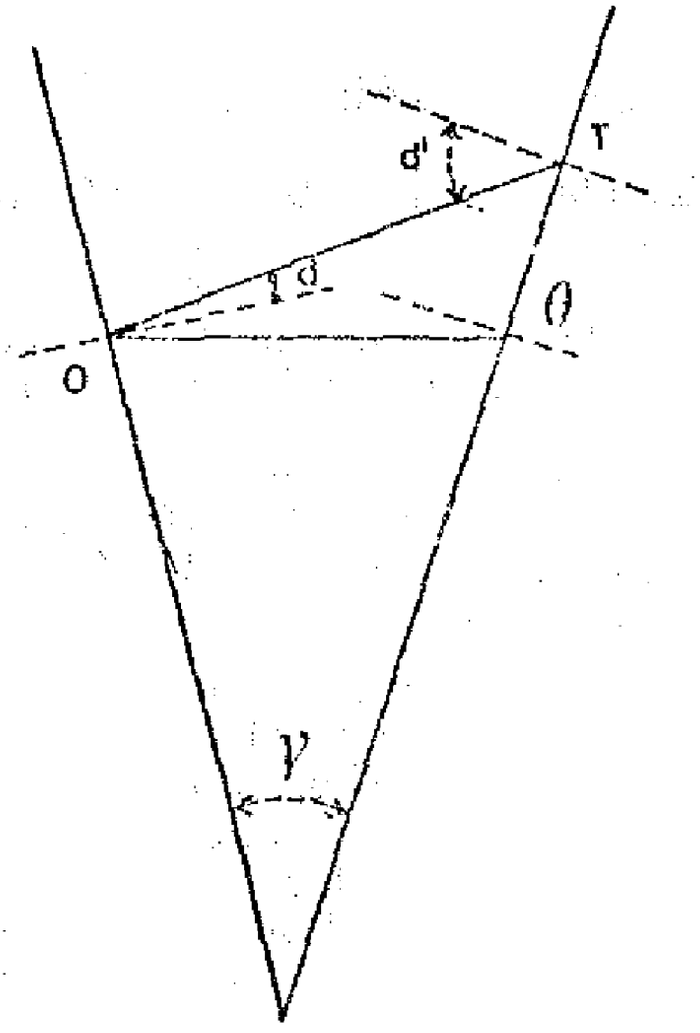


Figura 10

[54] Además de las cartas citadas en las notas 49 y 51, ver también LA CONDAMINE a BOURUER; Quito, 3-VIII-1741. BNP, *Nouvelles acquisitions françaises*, ms. 6197, FF. 14r-19v.

Condamine, son conocidos los lados OT, Oθ y el ángulo en el centro de la Tierra $\gamma = 16' 29''$.

$$O\theta = 15.657{,}42 \text{ toesas.}$$
$$OT = 15.663{,}20 \text{ toesas.}$$

En primera aproximación, teniendo sólo presente la esfericidad de la Tierra, puede suponerse que:

$$d = d' = \frac{\gamma}{2}$$

de modo que entonces:

$$O\hat{\theta}T = 90° + d_2 = 90 + \frac{\gamma}{2} = 90° 8' 14{,}5''$$

Por simple aplicación de la trigonometría, podemos encontrar el ángulo en T y en O, de modo que:

$$O\hat{T}\theta = 88° 26' 14{,}6'' \text{ , y}$$
$$T\hat{O}\theta = 1° 25' 30{,}9''$$

Puesto que el complemento de $O\hat{T}\theta$ vale $1° 33' 45{,}4''$ y el ángulo verdaderamente observado fue de $1° 33' 48''$, la refracción en el punto T debe valer $2{,}6''$. Del mismo modo se obtiene para la refracción en O, el valor $1' 22{,}6''$ que resulta de restar al ángulo $T\hat{O}$ el verdaderamente medido.

Tal y como está concebido este nuevo método, La Condamine evitaba la posibilidad de obtener refracciones negativas. Para ello, hubo de adoptar algunas suposiciones —«pétitions de principes»— que, según sus palabras, no afectarían a la conclusión final:

> «Je conviens qu'il y ay plusieurs pétitions de principes rigeureusement parlant. 1.° je supose l'angle

au centre connu et je n'ay pu avoir la mesure du degrée qui me le donne qu'en réduisant les angles à l'horizon, ce que je n'ay pu faire exactement sans connaître le réfraction que je cherche icy, mais comme 1 a 2 angles vrais de hauteur me fussent ils révéles ne changeront pas sensiblement la valeur du degré en les employant au lieu des angles observés. Cette pétition de principe ne tire pas à consequence dans le cas présent. 2.º je suposse le coté Oθ connue et il l'est effectivament par la réduction du coté incliné horizontal, mais pour le réduire il m'a fallu employer l'angle de hauteur observé qui est vicié par la réfraction, voilá donc le même pétition de principes que M. Godin, je suppose comme luy la hauteur de Tanlagua ou ce qui revient au même l'angle d'où on déduit la hauteur et cet angle est affecté de la réfraction. Mais je crois être icy dans le cas où se trouvent les Astronomes dans la plupart de leurs calculs où il font un cercle mais sans danger pour les conséquences» [55].

El metodo empleado por Godin, en cambio, es calificado sin pudor de artificioso, recurrente y, en definitiva, erróneo. Veamos en base a qué argumentos merece un juicio tan severo de su compatriota: de la distancia Tθ + θC, Godin deducía el ángulo TÔC, que por simple resta de CÔθ proporcionaba TÔθ, lo que:

«c'est précisement la même chose que si dans le triangule TOθ, de Tθ suposé il déduisait l'angle opposé O et que de cet angle conclu, il prétendit déduir la vraie hauteur de Tθ il n'a fait que prendre un plus long détour, du reste la consequence est précisément la même» [56].

Mientras que, según La Condamine, debe ser preferido su método aunque no proporcione valores exactos para la refracción, pues consiste en emplear Oθ deducido de OT —es decir, desde el

[55] Carta citada en nota 51, pp. 8-9.
[56] Carta citada en nota 51, p. 9.

ángulo $T\hat{O}\theta$— no por simple aplicación de la fórmula

$$\frac{\text{sen } T\hat{O}\theta}{T\theta} = \frac{\text{sen } OT\theta}{O\theta}$$

sino que,

> «...c'est du coté OT que je l'ai déduit principalement quoique l'angle de hauteur observé en O ait eu quelque part à la conclusion" [57].

Hasta aquí el resumen de sus posiciones respecto del tema de la refracción. Veamos ahora cómo corrigieron la base verdaderamente medida. Empezaremos por Jorge Juan, que, como vimos, adoptará los criterios de máxima simplificación del problema. De nuevo emplearemos la misma nomenclatura (fig. 11) y seguiremos paso a paso su línea argumental. Aunque este criterio de exposición puede hacer más complejo el texto, creemos, sin embargo, que se proporciona mayor información histórica sobre los procedimientos geométricos utilizados por los científicos durante la primera mitad del siglo XVIII.

Como dijimos, Jorge Juan consideró con Godin que la base real medida podía corregirse de las perturbaciones ocasionadas por las irregularidades del terreno, suponiendo que se encontraba a 1/3 de la diferencia de altura entre los dos extremos, por encima de Caraburu.

Los datos de partida eran los siguientes:

ED = 6272^{t} 4^{p} 3^{po} 6^{lin}.
HD = (1/3) HO.
T centro de la Tierra.
CT y OT verticales en C y O.
OF y CB perpendiculares a OT y CT respect

[57] Carta citada en nota 51, p. 9.

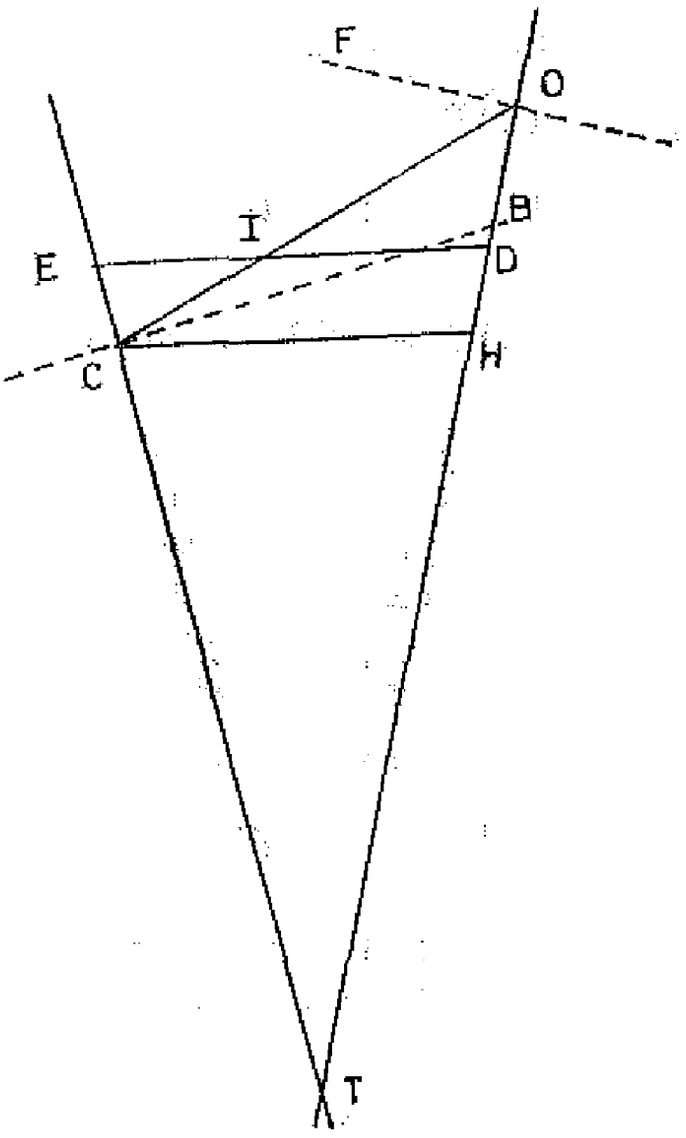


Figura 11

Los ángulos de depresión y altura observados fueron:

$$\hat{BCO} = 1^\circ\ 6'\ 30''$$

$$\hat{FOC} = 1^\circ\ 11'\ 35''$$

El ángulo en el centro de la tierra según sus cálculos era de 6′ 32″, aunque adoptaría el valor de 6′ 37″.

Veamos el razonamiento para encontrar la distancia CO corregida de la refracción:

$$C\hat{O}T = 88^\circ\ 48'\ 25''$$

$$O\hat{C}T = 91^\circ\ \ 6'\ 30''$$

luego:

$$C\hat{T}O + C\hat{O}T + O\hat{C}T = 180^\circ\ 1'\ 32''$$

El exceso de 180° es 1′ 32″. Según su hipótesis sobre la refracción, considerada igual en ambos puntos, ésta valdría 46″. Corregidos los ángulos CÔT y OĈT, tendremos que, en el triángulo CTO,

$$C\hat{O}T = 88^\circ\ 47'\ 39''$$

$$O\hat{C}T = 91^\circ\ \ 5'\ 44''$$

$$C\hat{T}O = \qquad 6'\ 37''$$

El problema era determinar el valor de los lados CI e IO resolviendo los triángulos CIE y DOI respectivamente. Así,

$$IC = 2091^{t}\ 1^{p}\ 8^{po}\ \ 7{,}5^{lin}$$
$$ID = 4182^{t}\ 4^{p}\ 4^{po}\ 10{,}6^{lin}$$

valor que difiere del obtenido por Juan, ya que sus cálculos se realizaron sobre tablas de senos del siglo XVIII. El resultado adoptado, atribuido explícitamente a Godin, fue de $6274^{t}\ 0^{p}\ 2^{po}\ 1^{lin}$,

> «...que es la distancia en línea recta desde Caraburu a Oyambaro: la cual el día 24 de agosto de 1737 alargamos M. Godin y yo 3 pulgadas, 8 líneas: y así será la verdadera distancia de 6.274 toesas, 0 pies, 5 pulgadas 9 líneas: o de 6.274 toesas, 0 pies, 6 pulgadas justas, por faltarle sólo 3 líneas para ello» [58].

[58] JUAN, *Observaciones...*, p. 155.

correcciones cuya razón de ser no es explicitada, pero que en todo caso están por debajo del límite de error inevitable de las medidas. Así pues, la corrección hecha a la base fue de 1^t 1^p 10^{po}. El método de Godin para el cálculo de la refracción dio $-54''$ en Oyambaro y $48''$ en Caraburu, concluyendo una base de 6274^t 0^p 2^{po} 10^{lin}, muy próxima a la encontrada por Juan. La diferencia entre ambas es, como vemos, despreciable, mucho más cuanto que ambos añadirían «sur le terrain» 3^{po} 8^{lin} para redondear el resultado final. Veamos ahora cómo corrigió La Condamine sus observaciones.

El 24 de abril de 1741 escribía La Condamine a Bouguer en los siguientes términos:

> «Je luy ai dit —refiriéndose a Godin— que je trouvais la réfraction différente de luy mais par une autre voye et je ne luy ai pas dit mon moyen et encore moins la valeur de mes angles au centre pour qu'il n'en deduise pas la valeur de notre degré» [59]

Pese a esta declaración y a la gran cantidad de manuscritos referidos al tema de la refracción, las memorias que publicó en la revista de la Academia de Ciencias de París no recogen las correcciones que supuestamente debió realizar. Su base *horizontal media* 6272^t 4^p 7^{po} 5^{lin}, *los ángulos de* altura y depresión de Caraburu y Oyambaro $1°\,6'\,19''$ y $1°\,11'\,53''$ respectivamente y el formado por las verticales de los extremos en el centro de la tierra era de $6'\,38''$.

Como hemos visto, el procedimiento de Godin y Juan para corregir la medida de la base de las irregularidades del terreno consistía sencillamente en emplear una suposición de dudosa exacti-

[59] Carta citada en nota 49, p. 7.

tud. Por contra, Bouguer utiliza el cálculo integral para la corrección, lo que resulta en exceso laborioso y no necesariamente más exacto. La Condamine elegirá un método que le permite evitar ambos inconvenientes. Esencialmente, consiste en reducir la medida de toda la base a la de un número suficiente de tramos en los que era dividida, aprovechando las irregularidades del terreno y sumando después los valores parciales. Este procedimiento permite no solamente corregir dichas irregularidades, sino también liberar prácticamente el resultado de la influencia de la refracción al ser la longitud de cada tramo mucho menor que la de la base completa. Al menos así lo esperaba La Condamine. Realizada la operación, volverá a calcular su longitud en línea recta suponiendo que el verdadero ángulo de inclinación era la media entre los de altura y depresión observados desde ambos extremos. Pretende así corregir de la refracción su medida inicial y compararla con el resultado antes descrito. Sin embargo, la diferencia de $1^{p}\ 8^{po}\ 3^{lin}$ habría de descorazonar al académico, quien finalmente adoptaría, sin que hayamos podido conocer la razón, el valor de 6274^{t}, no sin reconocer que,

> «Comme sur une distance de plus de 6000 toises, on ne peut répondre dans une mesure actuelle de quelques pouces, ce seroit prendre une peine inutile, que de porter la précision du calcul fort au delà des bornes prescrites à notre industrie, d'autant plus qu'un pied même d'erreur, sur la longueur de cette Base, ne seroit qu'une toise et un tiers de difference sur le degré» [60].

[60] La Condamine, «Extrait des operations Trigonometriques, et des observations Astronomiques, faites pour la mesure des degrés du Méridien aux environs de l'Equateur» *in Mem. 1746*, p. 623.

No le faltaba razón a La Condamine cuando en 1746 hacía tal afirmación. Respecto de su método para tomar en consideración el efecto de la refracción, llega a parecidas conclusiones:

> «La refraction qui augmente l'angle de la hauteur apparente, et qui diminue à peu près également l'angle correspondant de dépression, sera corrigée en prenant pour l'angle vrai de hauteur d'un objet au dessus d'un autre, la demi-somme des deux angles de hauteur et depression réciproquement observés» [61].

Más que el propio hecho de que La Condamine optara finalmente por supuestos que simplificaban sus cálculos, debe destacarse la significación de tal modo de proceder en el contexto de la ciencia de mediados del setecientos. Durante los primeros años, los académicos mantienen viva la esperanza de alcanzar una precisión total en sus observaciones; estaban convencidos de que era posible aislar físicamente un fenómeno para después ir añadiendo sobre los datos medidos las correcciones debidas a la influencia del medio. Más tarde comprenderán que ello era radicalmente imposible, aun con instrumentos más perfectos. Pronto se percatarán de que el problema residía en la insuficiencia de recursos teóricos con que se contaba para penetrar un fenómeno físico. Pero ahí no terminarían sus reflexiones, pues, aunque se dispusiese de esas bases teóricas, era el propio método experimental el que estaba sujeto a limitaciones. Era posible, sin duda, mayor precisión que la alcanzada por sus antepasados, pero ello no pasaba de ser una saludable ambición. La pregunta clave que paulatinamente irán formulándose uno tras otro, aún no tenía respuesta: ¿cuál era el grado de precisión que era

[61] La Condamine, «Extrait...», p. 649.

razonable esperar? O, dicho de un modo que simplifica algo la cuestión, ¿por encima de qué error podía darse por fracasada la misión que les había conducido hasta el Perú? Puestas así las cosas, su objetivo no era medir un grado de meridiano en el ecuador, sino comparar el resultado de sus observaciones con otros ya conocidos. Siendo ésta la finalidad de la expedición, entonces no tenía sentido aquella aspiración inicial a una exactitud ilimitada: bastaba con encontrar un resultado cuyo margen de error fuese conocido y, tal vez, inevitable.

La física particular, como eran conocidas genéricamente la astronomía, geografía, electricidad, óptica..., no era ciencia exacta por más que hubiese incorporado la geometría y álgebra a su discurso: el error en las medidas era algo que formaba parte de la propia estructura de la ciencia experimental. No se trataba, pues, de evitarlo ciegamente, sino de racionalizar su magnitud. Algo de esto barruntaba La Condamine cuando nos hablaba de la necesidad de formular supuestos —«pétitions de principes»— que facilitarán el acceso a parcelas de realidad de otro modo impenetrables. Si todo ello, sin embargo, era fruto del fracaso parcial de sus aspiraciones como hombres de ciencia, la simple toma de conciencia de este problema habría de inducir uno de los impulsos más creativos y prometedores en el desarrollo de la ciencia moderna. Aún era pronto para la confección de una teoría de errores, aunque sus bases, al menos intuitivamente, comenzaban a estar presentes. Los dos grandes modos de entender las ciencias físicas durante el siglo XVIII iniciaban así un lento camino de aproximación: de una parte, la física-matemática, para cuyos representantes sólo era física lo que podía ser matematizable; de otra, los experimentalistas,

que consideraban como meramente especulativo todo aquello que no se pudiese medir y objetivar cuantitativamente. La reducción de los datos experimentales a leyes o la deducción de leyes desde primeros principios constituían dos esferas de actividad que sólo van a fundirse cuando la exactitud de las medidas, base de la física cuantitativa, pueda ser abordada desde un cuerpo teórico matemáticamente estructurado [62].

Determinación de la altura y nivelamiento barométrico

Ya hemos comentado cómo la altura de los puntos de la triangulación podía ser medida por observaciones geodésicas. Este procedimiento permitía referir todas las operaciones a un punto determinado, pero el problema aparecía cuando se deseaba presentar los resultados al nivel del mar. Ello exigía que desde algún punto de la triangulación pudiese avistarse el mar, lo cual era extremadamente difícil si tenemos en cuenta que los trabajos se efectuaban entre dos cadenas montañosas. A primera vista puede pensarse que la precisión final alcanzada hubiese sido mucho mayor, pero tal punto de vista sólo puede sostenerse desde una perspectiva meramente teórica que ignorase las dificultades prácticas: la gran distancia a que se encontraba el mar junto a las persistentes nieblas que ocultaban los puntos más altos desde los cuales podía ser observado hacían poco menos que impracticable este método de nivelación. Una nueva triangulación adicional este-oeste

[62] Algo de lo aquí dicho es insinuado en J. L. Heibron, *Electricity in the 17th and 18th centuries. A study of early modern physics*. Berkeley y Los Angeles, 1979, pp. 73 ss.

era imprescindible, y ello hubiese añadido errores que diluirían la supuesta mayor precisión pretendida. Pero ello no es todo, pues, como dijimos, si Godin renunció a su proyecto de medir un grado de paralelo ante la cerrada oposición de Bouguer y La Condamine, ¿qué habría de pensar cuando sus compañeros le propusiesen la nivelación geodésica? Su respuesta, que no dejaría lugar a dudas, terminó por consolidar definitivamente la separación en dos grupos de los miembros de la compañía. En efecto, en abril de 1739, cuando se aproximaba el final de los trabajos geodésicos, Bouguer se ofrece formalmente para realizar las observaciones necesarias que permitiesen conectar la triangulación con algún punto que estuviese al nivel del mar. Su única condición era que se le esperase para el inicio de la fase astronómica de la misión. En parte por lo ya dicho y también debido al retraso que ello supondría para el final de los trabajos, Godin, unos días más tarde —el 28 de abril de 1739—, le envía el sector de doce pies traído de Francia comunicándole su decisión de romper definitivamente los contactos entre ambos grupos.

El 2 del mes siguiente se reafirma en ello y escribe a Bouguer explicándole las razones científicas por las que consideraba que su proyecto no era necesario:

> «Oui, Monsieur, je regarde comme une chose néccesaire à la précision de nôtre ouvrage de savoir la hauteur de nos stations au dessus de la surface de la mer; mais je ne vois pas que le moyen que vous m'avez proposé soit le plus exact: la raison en est que je n'ai pas examiné les autres qui se pourraient exécuter. Le croyez-vous par exemple éxact à 100 toises près. Cela produirait 2 toises d'incertitude de la grandeur du degré» [63].

[63] GODIN a BOUGUER; Au pied di Signal de Sinazanan, 2-V-1739. AIF, *Papiers J. M. de la Gournerie*, ms. 2118.

No le faltaba razón a Godin en su valoración de las consecuencias que acarrearía un error de 200 metros en la determinación de la altura absoluta. Pues ello equivaldría a unos 4″ o 5″ en la amplitud del arco terrestre recorrido, quedando, como veremos, dentro de los límites de precisión que cabía esperar. La carta de la que procede el texto anterior no era sino la primera respuesta a un documento redactado por Bouguer y apostillado por La Condamine que se conserva entre los manuscritos de J. Jussieu. Dicho manuscrito intitulado «Protestations résolue et annoncée par Godin» recogía una tendenciosa historia de sus conflictos que les exculpaba de cualquier posible implicación que pudiese derivarse de la actitud del jefe de la expedición. El texto de la memoria era suficientemente explícito:

> «Je (ne) me trouve pas —escribe Bouguer— plus rassuré contre toutes mes craintes, et au contraire M. Godin les fait augmenter lorqu'il dit que si nos resultats different entre eux, chacun de nous rendra compte des faits et l'Académie sera le juge" [64].

El estado de sus relaciones, nuevamente crítico, ya no habría de mejorar en los años que restaban para la conclusión de los trabajos. Las protestas de Bouguer y La Condamine no conseguirían doblegar la voluntad de Godin; temerosos, sin embargo, de que la Academia descalificase su comportamiento, le escriben para solicitar cuanto menos el intercambio de datos y observaciones:

> «A l'égard de la communication réciproque de nos observations —escribía Godin en 1740—, je pense avoir déjà en l'honneur de vous dire que je ne désirais nullement ni avoir aucun besoin des vôtres: les miennes du Sud, si vous êtes ici, je vous les communiquerai, comme j'ai toujours en des-

[64] Memoria citada en nota 20.

> sein de le faire; mais de telle manière que vous ne la pourrez pas comparer avec vôtres. Mon intention est de les constater, même de les déposer si cela se peut, entre vos mains, mais non encore de les manifester" [65].

Así las cosas, cada grupo resolvió el problema del modo que creyó más adecuado. Juan y Godin emplearon el barómetro, pues

> «aunque el método no sea muy exacto, como el yerro, que se puede cometer, es muy corto, fue preciso valernos de él, no presentando la incomodidad del terreno otro más adecuado» [66].

Aunque Bouguer y La Condamine hicieron el nivelamiento por ambos procedimientos, la documentación manuscrita demuestra que en realidad dedicaron mayor atención a la nivelación barométrica. Desde el punto de vista científico, la polémica entre los dos grupos de expedicionarios en torno al tema fue estéril. En la práctica ambos terminaron por pensar el problema en términos de descensos de la columna de mercurio en el barómetro.

El barómetro era conocido desde los trabajos de Torricelli de 1643, que ponían de manifiesto la correlación existente entre la presión atmosférica y la altura del mercurio. Unos años más tarde, B. Pascal y su cuñado F. Périer demostrarían que el nuevo instrumento podía ser utilizado para determinar la altura respecto del nivel del mar. Durante la segunda mitad del siglo XVII una larga nómina de científicos contribuyeron tanto a su perfeccionamiento técnico como a la realización de series de observaciones; entre ellos merecen

---

[65] GODIN a BOUGUER; Quito, 13-X-1740. AAS, *Dossier Godin*.

[66] JUAN, *Observaciones...*, p. 106.

ser destacados Pascal, Hooke, Maraldi, Horrebow, Mariotte, Boyle, Halley, Cassini, Picard, Fortin... Pese a los muchos modelos propuestos, el barómetro de Torricelli —básicamente consistía en un tubo de vidrio cerrado por uno de los extremos e introducido por el otro en una cubeta de mercurio— se impone en los medios científicos. M. Daumas afirma que fue «... le seul instrument universellement répandu» [67].

La determinación de la altura según los métodos de la geodesia exigía previamente la medida de una base fundamental y, posteriormente, la aplicación de correcciones a los ángulos de la triangulación. Ello complicaba enormemente las observaciones, siendo ésta la razón fundamental por la que era preferido el barómetro. Pero aún existe otra razón más influyente: durante los siglos XVII y XVIII la mayor parte de las observaciones geográficas eran realizadas por viajeros que pese a sus «luces» no disponían ni de los recursos ni del tiempo necesarios para prolongar sus trabajos en cada lugar; el barómetro, sin embargo, después de las mejoras ideadas por Fortin, era un instrumento de fácil manejo y cómodo transporte.

Desde el punto de vista técnico, la construcción de un barómetro presentaba numerosos problemas [68]. Era preciso disponer de tubos de vidrio de sección regular que garantizasen variaciones constantes de la altura en la columna de mercurio. El propio mercurio usado era ya un problema,

---

[67] Ver M. DAUMAS, *op. cit.*, pp. 80 ss y 272 ss. También H. H. FRISINGER, *The history of Meteoroloy to 1800*, New York, 1977, y W. E. K. MIDDLETON, *A history of the Thermometer and its uses in Meteorology*, Baltimore, 1966.

[68] A la bibliografía citada en la nota anterior, puede añadirse H. ARTHUR KLEIN, *The World of Measurements*, Londres, 1975. También el artículo de DE LUC en DSB.

pues no sólo había que conseguirlo con unas mínimas garantías de pureza, sino que cualquier intercambio de observaciones entre científicos exigía un líquido *standard* al que referirlas. Los métodos para la división de la escala o la simple dificultad existente para rellenar un tubo de sección pequeña constituirán obstáculos de gran importancia. El menisco que formaba el mercurio, el riesgo en el transporte de un instrumento frágil o los procedimientos para «purgar» el líquido e impedir la formación de burbujas de aire y asegurar la luminosidad de la columna completan este apresurado resumen de los problemas que fue preciso resolver antes de que el barómetro se asegurara la confianza generalizada en los medios científicos. Aunque algunos de ellos fueron solucionados a finales del siglo XVII y durante la primera mitad de la centuria siguiente, no será hasta la segunda mitad del setecientos cuando los trabajos de De Luc lo conviertan en un instrumento de precisión [69].

Desde finales del seiscientos se conocían parte de los factores que influían en las variaciones de la columna del mercurio. Además de la influencia de la presión atmosférica, se sabía que la temperatura, irregularidades o fluctuaciones atmosféricas y la gravedad repercutían sobre la lectura barométrica. Sin embargo, para todos estos fenómenos faltaban instrumentos teóricos de análisis, aunque ello no implicase que fuesen ignoradas las desviaciones de los datos sobre valores pre-

---

[69] Cf. A. WOLF, *A history of Science, Technology, and Philosophy in the Eighteenth century*, 2.ª ed., Londres, 1952, pp. 289 ss. También W. E. K. MIDDLETON, *The history of the barometer*, Baltimore, 1964, pp. 129-131 y 167 ss. La Memoria de Jean André De Luc, *Recherches sur les Modifications de l'Atmosphere* (Ginebra, 1772), contiene una historia del barómetro hasta 1749.

vistos o medios: las observaciones realizadas aspiraban a la formación de tablas cuya validez no era generalizable a todos los puntos del planeta. Nuestros expedicionarios se plantearon la necesidad de saber si el comportamiento del barómetro en el ecuador era compatible con las experiencias realizadas en Europa. Para Jorge Juan, era imprescindible responder ante todo a dos preguntas: ¿es la atmósfera al nivel del mar menos pesada en el ecuador? Y, puesto que se habían apreciado variaciones locales en la altura del mercurio en observaciones realizadas en tiempos diferentes, ¿son menos sensibles las alteraciones atmosféricas conforme nos aproximamos al paralelo 0?[70].

Después de comparar las medidas realizadas por todos los expedicionarios, concluye que era posible establecer una ley general tal y como había hecho Mariotte. Pero veamos este punto con mayor detalle. Los datos efectivamente medidos se reflejan en la tabla siguiente:

Observador	*Fecha*	*Lugar*	*Altura sobre el nivel del mar*	*Altura del mercurio*
G.	13-07-35	S. Louis	1	
G.	15-07-35	S. Louis	1	27. 9. 2 ½
G	24-08-35	Petit-Gôave	550	27. 9. 5 ½
G	25-08-35	Petit-Gôave	550	24.11.10
G.	25-08-35	Petit-Gôave	3,5	24.11. 6
G.	30-08-35	Petit-Gôave	3,5	28. 0. 0
G.J.-U . . .	7-12-35	Portobelo	1	27.11. 6
G.J.-U . . .	22-12-35	Chagres	0	27.11. 7
G.J.-U . . .	28-12-35	Chagres	1	27.11. 7
G.J.U. . . .	4-01-35	Panama	1	27.11. 5
G.J.-U . . .	10-03-36	Manta	0	27.11. 7
G.J.U. . . .	04-36	Guayaquil	2	27.11. 6
G.J.U. . . .	17-05-36	Quito	—	27.10. 0

[70] JUAN, *Observaciones...*, pp. 104-5.

Observador	*Fecha*	*Lugar*	*Altura sobre el nivel del mar*	*Altura del mercurio*
B.-LC.-U. . . .	09-37	Quito	—	20. 1. 0
G.-J.-U.	17-11-36	Caraburu	—	21. 3. 3
G.-J.	22-08-37	Caraburu	—	21. 3. 3
B.-LC.-U. . . .	24-01-38	Caraburu	—	21. 3. 3
G.-J.-U.	13-11-36	Oyambaro	—	20. 7. 9
G.-J.	25-11-37	Oyambaro	—	20. 7. 9
B.-LC.-U. . . .	23-12-37	Oyambaro	—	20. 7. 6
G.-J.	31-08-37	Pambamarca	—	17. 3. 4
B.-LC.-U. . . .	3-02-38	Pambamarca	—	17. 3.10

La tabla refleja la magnitud de las oscilaciones en las medidas efectuadas. Jorge Juan explica que cuando se adoptaron valores medios a veces llegó a haber variaciones de 11 puntos, es decir, casi una línea. Las observaciones que presentaron diferencias excesivas fueron rechazadas, y sobre las restantes se tabuló la magnitud de las divergencias en los distintos lugares; en algunos de ellos los resultados fueron los siguientes:

Petit-Gôave	2^{lin}	6^{p}
Guayaquil	1^{lin}	3^{p}
Quito	1^{lin}	
Riobamba		10^{p}
Chusuay		10^{p}

a su juicio, revelaban que

«...cuanto más elevadas, se hacían las experiencias menos sensibles se encontraban las diferencias (...), y asimismo, que las mismas diferencias son mucho menores en la Zona Tórrida, que en Europa; puesto menores en la ona Tórrida, que en Europa; puesto que se han hallado éstas en París de ordinario de dos, y más pulgadas. De donde se sigue, que la alteración en peso de la Atmósfera es menos sensible en las cercanías del Ecuador, que en mayores la-

titudes: y menos en las cumbres de los Cerros, que en los Valles, y profundidaes» [71].

La conclusión de las observaciones parece imposibilitar la elaboración de una teoría general del fenómeno. Sin embargo, a nadie se le ocultaba que el verdadero problema era la escala barométrica, y más concretamente el punto de altura cero, es decir, la presión al nivel del mar. Oigamos a Juan de nuevo:

> «...las experiencias de Barómetro en las cercanías del Ecuador a la orilla del Mar se pueden obtener exactas a 1 1/4 líneas de diferencia; y en la latitud del Petit Gôave a 2 1/6 líneas; por lo cual las alturas de los Montes, o Cerros halladas por este medio, no pueden tener de yerro, más que el que procediese de estas diferencias» [72].

Parecían, pues, quedar claras dos cuestiones: en primer lugar, que en puntos de poca altura podían cometerse errores de mayor envergadura; probablemente, y así lo creyó Bouguer, el uso del barómetro para lugares bajos respecto del nivel del mar habría de sujetarse a leyes más empíricas. En segundo lugar, que dadas las diferencias resultantes de distintas series de observaciones podía concluirse sin riesgo que

> «...la Atmósfera pesa igualmente en Europa y América» [73].

Pues, a pesar de la contradicción existente entre ellas,

> «...es muy dable, que en éstas no se hallasen sus Barómetros igualmente divididos, que el nuestro; pues es cierto, que por más exactitud, que se guar-

---

[71] JUAN, *Observaciones...*, pp. 109-110
[72] JUAN, *Observaciones...*, p. 110.
[73] JUAN, *Observaciones...*, p. 111.

de, jamás convendrán las divisiones hechas por varios, a menos, que en recíproca correspondencia, no procuren atender a los reparos, hechos en el libro antecedente —se refiere a la influencia de la gravedad, temperatura e inestabiidad atmosférica sobre cada observación—: además, que muchos hacen sus experiencias, sin examinar antes las divisiones, que hizo en el Instrumento el Operario, las cuales rara vez se encuentran exactas» [74].

Juan adoptaría para el nivel del mar la altura del mercurio de 27^{po} 11^{lin} 6^{p}, mientras que, por ejemplo, La Condamine haría sus cálculos con 28^{po}.

Desde el punto de vista teórico, el análisis de las variaciones en la altura de la columna de mercurio se apoyaba sobre el siguiente principio básico:

«...a causa de que por la tercera ley de movimiento la acción y reacción deben ser iguales, la altura del Mercurio en el Barómetro debe ser asimismo proporcional a la fuerza, con que por su elasticidad intenta dilatarse el Ayre, que circunda la taza» [75].

Notemos la referencia implícita a Newton que tal formulación encierra. Hecho que merece un comentario, pues no sólo indica que conocía los *Principia*, sino que presupone también, como se recordará en otro lugar, la aceptación de una Tierra achatada por los polos. Lo notable en este caso es que podría interpretarse como una identificación con los supuestos básicos de la física newtoniana y no sólo con una de sus consecuencias parciales.

La proporcionalidad de que nos habla Juan queda claramente formulada al afirmar que «...el Aire se dilata en aquella Región, en razón inversa de los pesos, que le oprimen» [76]. Siguiendo a Boyle y Mariotte, veamos cómo obtiene la ley matemática que describe el fenómeno:

---

[74] JUAN, *Observaciones...*, p. 111.
[75] JUAN, *Observaciones...*, p. 103.
[76] JUAN, *Observaciones...*, p. 111.

Supongamos un tubo de 31 pulgadas de largo y una cubeta llena de mercurio (fig. 12) y realicemos la siguiente operación: se introduce mercurio dejando una cantidad *a* de dicho tubo con aire. Si no hubiese aire, el mercurio, al introducir el tubo en la cubeta, alcanzaría una altura *f*. En

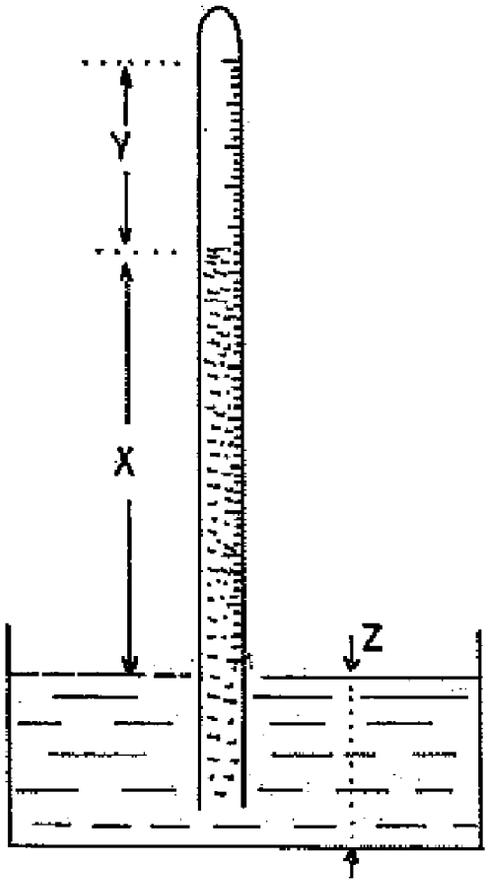


Figura 12

el otro caso, el mercurio subiría hasta la altura *x*, quedando otra porción *y* llena de aire que denominaba «dilatado». Con estas premisas, escribe Juan:

> «Es pues preciso según M. Mariotte, que el lugar, que ocupó este Aire, en su estado primero, sea al que ocupó, habiéndose dilatado, como el peso que le oprimía en esta última ocasión, al peso, que le oprimía en la primera» [77].

[77] JUAN, *Observaciones...*, p. 112.

O lo que es igual,

$$\frac{y}{a} = \frac{f}{f - x}$$

donde f es la altura del mercurio cuando a = 0. Finalmente, la altura del mercurio una vez introducido en la cubeta es

$$x = 1 - \frac{1}{2} b \pm \left(af + \frac{b^2}{4} \right)^{1/2}$$

siendo $b = 1 - f$ y $l = x + y$.

Para la verificación de la ley de Mariotte, Juan realizó las cuatro experiencias que a continuación reseñamos:

Exp.	*a*	*z*	*x* *Experimto.*	*x'* *Ley Mariot.*	*x-x'* *Difer.*
1	0	—	$17^{po}3^{lin}4^{p}$	—	—
2	$5^{po}10^{lin}8^{p}$	7^{lin}	$12^{po}1^{lin}7{,}5^{p}$	$11^{po}10^{lin}2^{p}$	$3^{lin}6^{p}$
3	$10^{po}4^{lin}$	7^{lin}	$9^{po}1^{lin}6^{p}$	$8^{po}11^{lin}6^{p}$	2^{lin}
4	$15^{po}7^{lin}$	$9^{lin}9^{p}$	$6^{po}5^{lin}1{,}5^{p}$	$6^{po}0^{lin}0^{p}$	$4^{lin}4{,}5^{p}$

La última columna, que expresa la diferencia entre el valor observado y el teóricamente previsto, nos muestra que existe una oscilación en torno al 3 %, error que debe ser considerado pequeño si tomamos en consideración las circunstancias en que fueron realizados los experimentos:

> «Las diferencias, que se hallan, entre las experiencias, y lo que se concluye por la ley de M. Mariotte; (...) son aún mucho menores de lo que se debe esperar en la práctica: pues por poco que el Tubo de vidrio sea más angosto, o estrecho hacia el extremo abierto, se seguirá el efecto de quedar el Mercurio más alto en las experiencias, que lo que la ley diere, conforme a lo que nos

ha sucedido; y si se añade además a esto las desigualdades interiores del mismo Tubo, y las materias heterogéneas, que se esparcen por el Aire, todo lo cual es inevitable en la práctica, cómo no hemos de esperar diferencias considerables» [78].

Por tanto, la ley de Mariotte tiene validez universal y es posible utilizarla en la zona tórrida. Sean h_i y d_i la altura de la columna de mercurio y la dilatación del aire en cada punto *i* respectivamente; entonces, según Mariotte y Juan, debería verificarse que:

$$h_i \cdot d_i = cte.$$

ley que representada gráficamente es una parábola (fig. 13) donde están previstas teóricamente, sin que Juan se detenga en ello más que para sig-

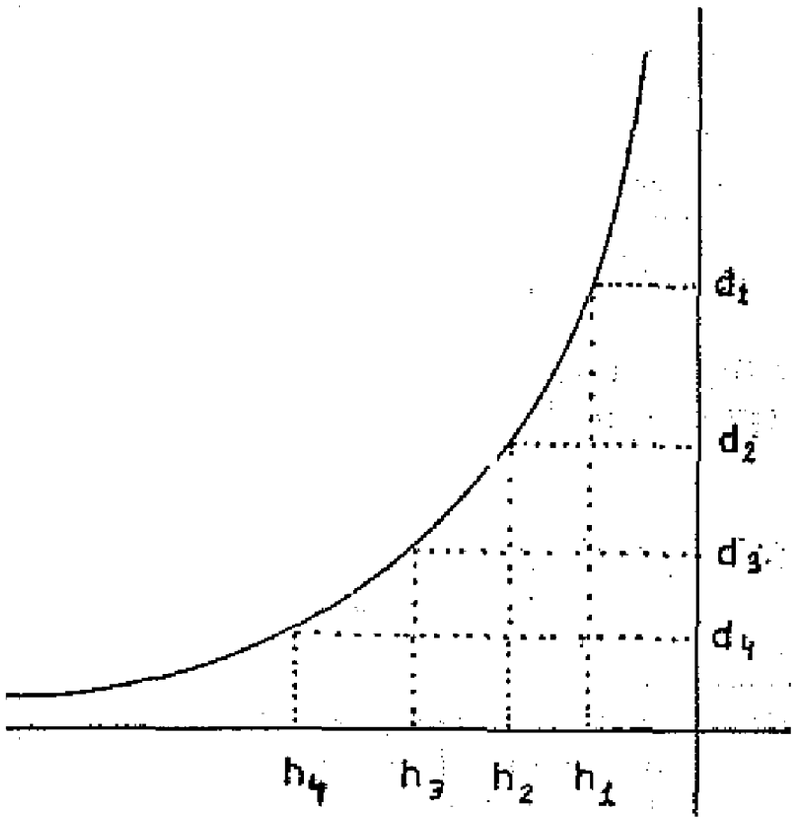


Figura 13

[78] JUAN, *Observaciones*..., pp. 114-5.

nificarlo, las dos situaciones extremas en las que la presión del aire o la altura de la columna de mercurio se hacen infinitas.

> «Algunos Autores pretenden que no se puede extender dicha ley hasta estos dos grados extremos, a causa de que no se puede concebir, y no se conoce cuerpo elástico, que se comprime al infinito; pero no me detendré en defender la generalidad de la regla, porque parece que fuera sólo mera especulación» [79].

Y recomienda a C. Wolf para quienes deseen profundizar en las implicaciones filosóficas que tal generalización conlleva.

Supongamos ahora dividida la atmósfera en capas o «stratas» infinitamente pequeñas de igual «fuerza elástica», entonces «... sus alturas, o dilataciones serán en razón inversa de aquellas fuerzas, o de las alturas del Mercurio en el Barómetro» [80]. Luego debe verificarse la relación:

$$\frac{a_3 - a_4}{a_2 - a_1} = \frac{\text{área de } (d_4h_4h_3d_3)}{\text{área de } (d_2h_2h_1d_1)}$$

donde a_i será la altura del estrato donde el mercurio quedó en h_i. De (1) se deduce que:

$$\text{área } (d_4h_4h_3d_3) = \int_{h_3}^{h_4} \frac{k}{h} = k \cdot \ln \frac{h_4}{h_3}$$

---

[79] JUAN, *Observaciones...*, p. 116. Juan utiliza el signo ∞ en su análisis sobre la significación de la curva, dato que tiene interés, pues sabemos que no fue hasta la tercera década del setecientos cuando su uso se generalizó entre los matemáticos, Cf. F. CAJORI, *A history of mathematical notations*, 2 vols., II, pp. 421 y 454, La Salle (Illinois), 1952.

[80] JUAN, *Observaciones...*, p. 117.

y, por tanto:

$$\frac{a_3 - a_4}{a_2 - a_1} = \frac{\log \frac{h_4}{h_3}}{\log \frac{h_2}{h_1}} \qquad (2)$$

Expresión que al ser comparada con las alturas determinadas por procedimientos geodésicos presenta algunas desviaciones. Veamos su magnitud: la altura con relación a Caraburu de Oyambaro y Pambamarca es de 126 toesas y 883,5 toesas respectivamente, y las alturas que marca la columna de mercurio son:

Caraburu	$21^{po}\ 3^{lin}\ 3^{p} = 255{,}25^{lin}$	
Oyambaro	$20^{po}\ 7^{lin}\ 9^{p} = 247{,}75^{lin}$	(3)
Pambamarca	$17^{po}\ 3^{lin}\ 4^{p} = 207{,}33^{lin}$	

Aplicando la fórmula (2) resulta que Pambamarca estaría a 878,4 toesas sobre el nivel de Caraburu, mientras que por procedimientos geodésicos habíamos obtenido 882,5 toesas. La diferencia de 4,1 toesas ($4{,}6.10^{-3}$ de error) debe ser considerada pequeña, pues un error de unas línea en la determinación de la altura del mercurio hubiese supuesto una diferencia de 20 toesas en la altura de Pambamarca. Otras verificaciones, realizadas por Juan, le permiten concluir:

> «Todas estas alturas parece, que concuerdan muy bien, tanto para afirmar la ley de dilatación del Aire, cuanto para que podamos valernos de las reglas dadas, para deducir las alturas de los Montes, o Cerros (...) además, que si obtenemos la altura del terreno, donde se midió la Meridiana, sobre la superficie del Mar a 100 toesas de diferencia, será más de lo que se necesita» [81].

[81] JUAN, *Observaciones...*, p. 122

Pese a lo cual todos los académicos buscarán *procedimientos que proporcionen fórmulas* mejor ajustadas y de base empírica. Bouguer, apoyándose en las anteriores consideraciones, propone una variante de la ley de Mariotte que relaciona directamente incrementos de altura con descensos de la columna de mercurio en cada par de puntos; dicha ley sería la siguiente:

$$a_2 - a_1 = \log \cdot \frac{h_1}{h_2} - \frac{1}{30} \frac{h_1}{h_2} = \frac{29}{30} (\log \cdot h_1 - \log \cdot h_2) \quad (4)$$

donde h_1 y h_2 se expresan en líneas, y sólo se consideran las cuatro primeras cifras decimales de los logaritmos; el resultado daría en toesas la diferencia de alturas. Con los datos obtenidos por Juan hemos comprobado la validez de la nueva ley propuesta por Bouguer; sabemos que Oyambaro estaba 126 toesas más elevado que Caraburu, según se dedujo por aplicación de los métodos geodésicos, con los datos señalados en (3) y aplicando la expresión (4) tenemos:

Lugar	*Altura del Barómetro*	*Altura Met. Geodésico*	*Altura Form. Juan*	*Altura For. Bouguer*
Caraburu . . .	21^{po}3^{lin}3^{p}			
Oyambaro . .	20^{po}7^{lin}9^{p}	126		125,6
Pambamarca	17^{po}3^{lin}4^{p}	883,5	874,4	873

Tanto la regla de Juan como la corregida por Bouguer daban resultados aceptables para la determinación de la altura de puntos muy elevados. Pero según el propio Bouguer nos confiesa:

> "La progresion géometrique aurait lieu si toutes les parties d'air avoient la même vertu élastique;

«La progresion géometrique aurait lieu si toutes si elles étoient toutes comparables à des ressorts de même roideur, si chaque masse d'air transportée plus haut ou plus bas produisoit précisément le même effet que celle dont elle prendoit la place» [82].

La conclusión, dadas las divergencias entre teoría y experimento, más graves al no ser en absoluto sistemáticas, parece que fue compartida por la mayor parte de los científicos del momento. Aunque todos coinciden en afirmar que la ley de Mariotte es buena, la necesidad de resultados locales precisos les conduciría a la búsqueda de reglas empíricas para la determinación de alturas. Suponiendo buenas las lecturas barométricas, se intentaba buscar una expresión de la forma $a = c_1h + c_2h^2$ o, como haría Bouguer, del tipo $a = c_1h + c_2h^2 + c_3h^3$, donde *a* era la altura del lugar, h el descenso de la columna de mercurio en líneas y c_1, c_2 y c_3 constantes a determinar. La nueva perspectiva desde la que iba a ser analizado es resumida por Juan en el siguiente parágrafo:

«...a distancias cercanas a la superficie de la Tierra se haya dicha dilatación (del aire) en otra razón distinta; y suponen, que las capas, o estratos de igual peso, en que se consideró dividida la Atmósfera, se dilatan en progresión aritmética, correspondiendo a cada una de ellas igual aumento, o disminución de altura del Mercurio en el Barómetro" [83].

---

[82] P. BOUGUER, «Sur les dilatations de l'air dans l'atmophère». AOP, ms. C-2-7, p. 23.

[83] JUAN, *Observaciones...*, p. 126. El desacuerdo entre las previsiones teóricas y los resultados experimentales también condujo a Bouguer a conclusiones similares a las expuestas por Juan: «C'est ce qui vient de ce que les forces elastiques de l'air ne suivent la raison inverse des dilatations, que lorsque c'est précisement le même air dans divers états de dilatations et de condensations et de ce que la loi n'est point applicable à des masses

Desde tal presupuesto, se trataba de averiguar cuál era la altura que debía subirse para que el mercurio descendiese una línea. Cassini utilizaría una progresión aritmética en la que una línea supone ascender 60 pies, dos líneas 60 + 61 pies, tres 60 + 61 + 62 pies, etc. La altura correspondiente a n líneas de descenso del mercurio se hallaba sumando los términos de una progresión en la que el primer término sería $a_1 = 60$ pies y la razón $r = 1$.

La tabla que presentamos bajo estas líneas recoge las soluciones dadas por otros autores:

Autor	*r* (*puntos*)	*al* (*puntos*)	*Altura* (*toesas*) *para n líneas*
Cassini	1728	103680	$9{,}92n + 0{,}08n^2$
Feuillé...	3456	103680	$9{,}83n + 0{,}17n^2$
Godin	1502	128798	$12{,}25n + 0{,}07n^2$
Bouguer (París)	1152	136080	$13{,}05n + 0{,}075n^2$
Bouguer (Ecuador)	1202	169920	$16{,}33n + 0{,}06n^2$
Juan	806	171176	$16{,}47n + 0{,}04n^2$
Juan (media) .	371	149033	$14{,}35n + 0{,}02n^2$

Las divergencias entre ellos, como nos muestra la tabla siguiente [84], son tan significativas que he-

prises à différentes hauteurs. L'air inferieur comme si c'était à force d'être en bas et d'être changé, a moins de ressort: ou bien que le superieures en a un plus; il est plus dilaté, et il faudrait un plus grand poids qu'à l'air d'en bas pour le reduire au même degré de compression. I y a enfin de la differénce dans le fond même de la vertu elastique. Voilá pourquoi la seconde règle de M. Mariotte qui suppose la même elasticité dans toutes les parties de l'atmophere se trompe en defaut sur les hauteurs des montagnes...» Bouguer a Du Fay; Petit Gôave, 25-X-1735. AOP, ms. C-2-7.

[84] Las alturas del mercurio que figuran en la tabla proceden de observaciones de Juan. La columna de resultados del español se ha calcuado con la expresión media propuesta en una tabla anterior.

mos de poner en entredicho los fundamentos del propio procedimiento:

Lugar	*Altura del mercurio*	*Altura Godin*	*Altura J. Juan*	*Altura Bouguer*	*Altura La Con.*
Caraburu . . .	21.3.3.	1434	1280	1697	1226
Oyambaro . . .	20.7.9.	1614	1413	1819	1352
Tanlagua	18.9.9.	2188	1816	2515	1743
Pambamarca . .	17.3.4.	2732	2168	3080	2109

La última columna ofrece las alturas elegidas por La Condamine combinando todos los métodos entonces conocidos. De algún modo, puede valernos para comprobar las fórmulas dadas por Godin, Juan y Bouguer. Vemos que la expresión $14{,}35n + 0{,}02n^2$, propuesta por el marino español, es la que proporciona resultados más acordes con los usados en sus cálculos por La Condamine. La de Bouguer da alturas exageradamente altas. Pese al interés de todos los expedicionarios por encontrar una fórmula empírica válida para descensos pequeños de la columna de mercurio, es preciso concluir con Juan que

> «...se ve la imposibilidad que hay en asignar una progresión, que convenga a todas las alturas; porque si se aumenta la progresión dada, será conveniente para unas alturas, y defectuosa para otras; y al contrario: de suerte, que siempre tendremos algunas, que no convendrán con la regla exactamente» [85].

Sin embargo, no habrían de terminar aquí los esfuerzos para obtener una regla de validez local y que pudiese ser usada para encontrar alturas

[85] JUAN, *Observaciones...*, p. 130.

que involucrasen pequeños descensos en la columna de mercurio. Muchos fueron los ensayos de Bouguer para hallarla [86]. Puesto que su expresión cuadrática no era satisfactoria, buscaría otra que incluía un término en h^3.

Por numerosas observaciones construye una tabla que correlaciona altura del lugar y del mercurio, pero en esta ocasión sólo está interesado en las fluctuaciones barométricas menores de 19 líneas. En dicha tabla, la segunda columna recoge el número de toesas que es necesario subir para que se produzca un descenso en la columna del barómetro de 1, 2, 3, ... líneas. La tercera da la diferencia entre dos términos sucesivos de la segunda. La cuarta, finalmente, es la tercera derivada de la función:

$$a = 14{,}75.n - 0{,}0088.n^2 + 0{,}00016.n^3$$

Aunque el ajuste sólo es válido para la determinación de alturas pequeñas, comparadas a las realmente medidas, resulta sorprendentemente preciso. Como podemos apreciar en la tercera columna, el error de predicción de una altura estaría en valor medio en la sexta cifra decimal; es decir, que todas las cifras expresadas en las alturas de calibración (segunda columna) son exactas. Dichas alturas eran medidas previamente por procedimientos geodésicos, como ya hemos indicado, de modo que los propios errores de los instrumentos de medida eran suficientemente importantes como para impedir semejante precisión. Por ello, no

[86] P. Bouguer, «Relation du voyage fait à la rivière des Esmeraldas pour déterminer au dessus du niveau de la mer la hauteur absolue des Montagnes qui ont servi à la meridienne», AOP, ms. C-2-7, p. 4.

podemos evitar la sospecha de una conveniente manipulación de las observaciones.

1 lin	14.74136			
2	29.46608	14.72472	0.01568	0.00096
3	44.17512	14.70904	1472	96
4	58.86944	14.69432	1376	96
5	73.55000	14.68056	1280	96
6	88.21776	14.66776	1184	96
7	102.87696	14.6592	1088	96
8	117.52200	14.64504	992	96
9	132.15712	14.63512	896	96
10	146.78328	14.62616	800	96
11	161.40144	14.61816	704	96
1 po 0 lin	176.01256	14.61112	608	96
1 po 1 lin	190.6176	14.60504	512	96
1 po 2 lin	205.21752	14.59992	416	96
1 po 3 lin	219.81328	14.59576	320	96
1 po 4 lin	234.40584	14.59256	224	96
1 po 5 lin	248.99616	14.59032	128	96
1 po 6 lin	263.5852	14.58904	32	
1 po 7 lin	278.17392	14.58872		

Por otra parte, para alturas superiores a las 300 toesas, Bouguer aplicó otras fórmulas [87]. Los resultados obtenidos pueden apreciarse en el cuadro siguiente:

Mercurio	*Altura (I)* (*toesas*)	*Altura (II)* (*toesas*)
1 1 lin	12	14.74136
11 1 lin	153	161.39816
1 po 6 1 lin	262	263.58192
10 po 0 1 lin	2041	1919.76000
14 po 0 1 lin	2997	2998.28994

[87] La segunda columna de la tabla procede del manuscrito de Bouguer «Hauteur perpendiculaire au dessus de la surface de la Mer, qui répond à s'abaissement moyen

A pesar del creciente acuerdo existente entre las distintas fórmulas cuando la diferencia de altura entre los dos puntos que se comparan es muy elevada, ninguno de los métodos propuestos era plenamente satisfactorio. Todos los miembros de la expedición optarían por los resultados medios que proporcionaba la consideración del mayor número posible de procedimientos. De ese modo se evitaban grandes oscilaciones entre las alturas adoptadas por cada uno, y se aseguraba un error que siempre estaba por debajo del límite admisible.

La dilatación de materiales

Uno de los objetivos de la misión era determinar la figura de la tierra usando como instrumento de observación el péndulo horario. El método, como es sabido, consistía en medir las variaciones de la aceleración gravitatoria, en función de la latitud del lugar, determinando la longitud de un péndulo que batía segundos. Desde la llegada a tierras americanas, y a la vista de las notables diferencias climatológicas respecto de Europa, se aborda el tema de la dilatación. Jorge Juan abre el capítulo IV de sus *Observaciones...* con una frase que no dejaba lugar a dudas sobre

---

du Mercure dans le Barométre simple, de ligne depuis la hauteur moyen au Niveau de la Mer jusqu'à 14 pouces d'abaissement. Pour la part de l'Amérique située sous la zone torride. Au Signal de Quinoa-Loma 18 may 1739». AOP, ms. B-5-7. En el mismo manuscrito y bajo el título «Table des hauteurs des montagnes par l'abaissement du Mercure» se encuentran los datos que resumimos en la tercera columna de la tabla.

la importancia de las correcciones debidas a las fluctuaciones del termómetro:

> «...se tuvo muy presente esta experiencia tan esencial, pues media línea de más, o menos longitud en la toesa, que se sirve de medida fundamental, produce un yerro de 33 toesas en cada grado de la Meridiana, que era el principal fin de nuestro destino» [88].

En efecto, según las observaciones realizadas por Richer en Cayenne y París, la diferencia de longitud en el péndulo horario entre ambos lugares no superaba las dos líneas. Así pues, una pequeña diferencia podía introducir notables desviaciones en las conclusiones sobre la figura de la tierra. Todas las operaciones de medida de la base, como vimos, se apoyaban sobre el valor adoptado para la toesa traída de París. Pero si las dimensiones de dicha unidad de medida eran un dato crucial para las observaciones con el péndulo, su influencia en las operaciones geodésicas era despreciable. Nuestros académicos, sin embargo, en su búsqueda de cotas de precisión extremadas, iniciaron experiencias para determinar en qué medida un pequeño incremento de temperatura afectaría a la base verdaderamente medida. Analizaremos aquí dichas experiencias y veremos cuáles fueron los distintos coeficientes de dilataciones propuestos para el hierro.

Como ya hemos comentado en otras ocasiones, la mayor parte de sus investigaciones abordaban problemas situados en zonas fronterizas de la ciencia del momento. No debe, pues, extrañarnos que encontremos procedimientos de análisis diversos y resultados ampliamente divergentes. Tal diversidad era tanto más grave cuanto que tampoco

---

[88] JUAN, *Observaciones...*, p. 89.

existían modos de contrastarlos teórica o experimentalmente; así como la medida final de la base fue consensuada en torno al valor medio de las verdaderamente medidas, las diferencias en el tema de la dilatación fueron tan profundas que cada uno interpretó el fenómeno de modo peculiar y, finalmente, ninguno prestaría demasiada atención a sus propias conclusiones.

Veamos cuáles fueron los métodos empleados. La Condamine utilizó el propio péndulo para determinar el incremento de longitud. Su idea era bien simple: un aumento o disminución de la longitud del péndulo inducía sensibles variaciones en el número de oscilaciones efectuadas en el tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del sol por el meridiano del lugar. Se trataba, pues, de usar la propia regla como péndulo, medir la temperatura, y contar dichas oscilaciones. El método, aparte de lo incómodo que pudiese resultar pasar veinticuatro horas pendiente del instrumento, era altamente impreciso por dos razones fundamentales: 1) no se consideraban las variaciones de temperatura existentes entre el día y la noche, y 2) sólo se podía concluir sobre la dilatación cuando se comparase el número de oscilaciones afectado por la temperatura con el derivado del valor de g en el ecuador, pero la magnitud de la aceleración gravitatoria sólo podía conocerse después de efectuado el primer experimento. No entramos aquí en los problemas derivados del isocronismo que inducirían también errores. Pese a ello, La Condamine nos dice que una toesa de hierro sufre una variación de 15/1.000 líneas por cada 10° R de incremento de la temperatura [89].

Godin y Juan emplearían un método diferente. Consistía en medir los efectos de la dilatación

[89] La Condamine, *Mesure des trois...*, p. 78.

utilizando un compás de vara provisto de micrómetro, capaz de apreciar hasta 1/234 partes de línea [90]. El termómetro Réamur, tal y como lo describe Juan, era del siguiente modo:

> «El Termómetro, de que habla M. de Mairan igualmente que aquel de que nos servimos en todas nuestras experiencias, es el construido según los principios de M. de Réamur, que se reducen, a que el volumen de licor condensado por la frialdad de la congelación del Agua, o de la Nieve es de 1000 partes, o medidas; y el volumen del mismo licor dilatando por el calor del agua hirviendo es de 1080 de las mismas partes; cada una de las cuales precisamente igual a un grado de la división del tubo» [91].

Réamur, para fijar el valor de las partes de su escala, propuso que se adoptaran como puntos fijos la temperatura del hielo y aquella en la que el alcohol comienza a hervir. Pero el lenguaje confuso de la memoria en que daba a conocer sus observaciones indujo el error generalizado entre los científicos de que los 80° de su escala eran la temperatura de ebullición del agua. Los artesanos de París comenzaron a construir termómetros con arreglo a estos dos puntos hasta que la introducción del mercurio mostró que la ebullición del agua se daba a 100°. Ello motivaría que, aunque se hablara de termómetros Réamur, nadie utilizase sus instrucciones para construirlos [92]. Vemos también cómo Juan se hizo eco del error al explicarnos los puntos fijos de su termómetro.

---

[90] JUAN, *Observaciones...*, p. 92.
[91] JUAN, *Observaciones...*, p. 91.
[92] Sobre RÉAUMUR y sus investigaciones termométricas, puede consultarse el artículo que se le dedica en *DSB*.

La tabla de resultados obtenida por Juan y Godin en las medidas de dilatación fue la siguiente:

Material	$T_o(°R)$	$T_f(°R)$	$L_o(lin)$	$L_f(lin)$	$\Delta T(°R)$	$\Delta l(lin)$
Hierro ..	1013 1/2	1029 1/3	440	440,266	15,8	0,266
Hierro ..	1014 1/5	1026	864	864,22	11,8	0,22
Hierro ..	1013 1/2	1035 1/2	440	440,265	22	0,265
Hierro ..	1014	994	440	439,90	— 20	— 0,10
Acero ...	1013 1/2	1029 1/3	440	440,123	15,8	0,123
Acero ...	1012	1029	420	420,113	17	0,113
Acero ...	1012	994	440	439,93	— 20	— 0,07
Acero ...	1013 1/2	1035 1/2	440	440,133	22	0,133
Cobre ...	1013 1/2	1035 1/2	440	440,375	22	0,375
Cobre ...	1013 1/2	1029 1/3	440	440,35	15,8	0,35
Cobre ...	1014	994	440	439,82	— 20	— 0,18

Aunque se efectuaron experiencias sobre otros materiales, como latón, vidrio o madera, nosotros sólo damos cuenta de aquéllas que supuestamente habrían de tener alguna influencia sobre sus pesquisas. La incongruencia de los datos cuando disminuye la temperatura, según apreciamos en la tabla, le lleva a concluir

> «que las variaciones, contra lo que dijimos antecedentemente, no deben ser proporcionales a los Grados de calor y Frío del Termómetro: pero lo más verisímil (sic) es, que los Metales tienen más facilidad en dilatarse, que en comprimirse; y así no se debe confundir lo uno con lo otro, tomando un medio entre las experiencias hechas de dilatación, y compresión; sino asignar un término medio tal como *1013, ó 1012 en el* Termómetro de M. de Réamur, y establecer una tabla, como la precedente para las dilataciones, o aumentos de Calor desde dicho término, y otra como la de la experiencia quinta para las compresiones, o disminuciones de Calor, que es lo mismo, que aumentación de Frío» [93].

Como vemos, Juan y Godin pensaban que una sola ley no podría describir los fenómenos de con-

[93] JUAN, *Observaciones...*, p. 98-9.

tracción y dilatación debidos a variaciones en la temperatura. El resultado final derivado de varias series de observaciones era el siguiente: desde 1.013° R por cada diez grados de incremento en la temperatura, una toesa aumentaba su longitud como sigue:

Hierro	0,265 lin.
Acero	0,123 lin.
Cobre	0,195 lin.

El interés de Bouguer por este tema procede de su preocupación por el estudio de todos los factores que podían influir sobre la precisión de un instrumento científico. Pensaba que por estar fabricados con distintos materiales —generalmente el armazón era de hierro, el arco de cobre y el limbo de latón— el efecto de la dilatación habría de ser apreciable.

Según sus instrucciones, el relojero Hugo construyó un instrumento (fig. 14) para la medida de

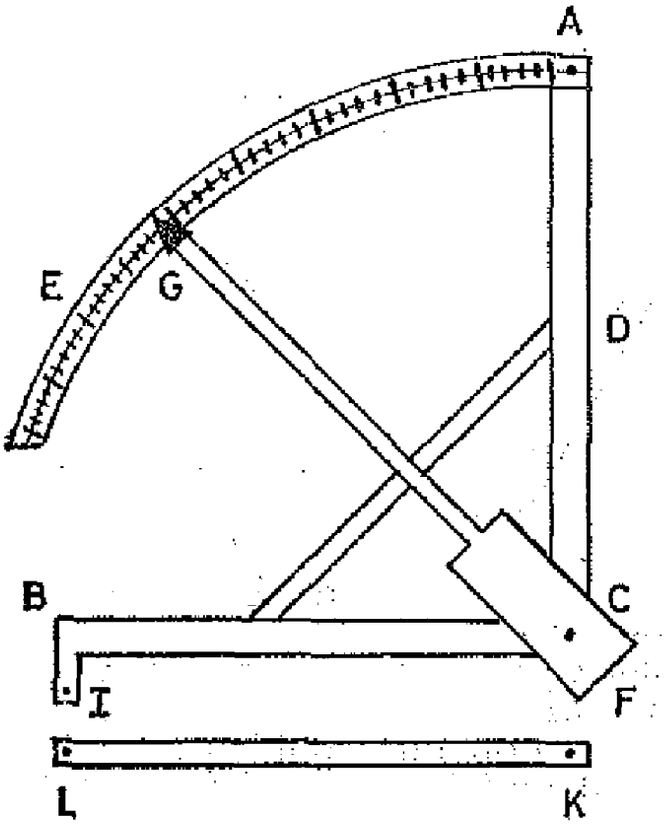


Figura 14

la dilatación, cuya descripción es la siguiente:

BC y CA son reglas bien ajustadas de longitud conocida.

$$\frac{CF}{CG} = \frac{1}{9}$$

FG es de madera pesada.

I y F son dos muescas donde puede situarse la regla de prueba LK sobre la que va a realizarse la experiencia.

Después de efectuar numerosas series de experimentos durante 1736, obtiene para grandes incrementos de temperatura la siguiente conclusión:

> «...enfin on exprimeroit le rapport des extension spécifiques des quatre metaux, fer, or, argent et plom, par ce quatre nombres 18, 24, 31 et 36, et cela sur une longueur absolute, exprimée par le nombre 33000» [94].

A comienzos de 1739 comienza nuevas series de observaciones utilizando un nuevo instrumento. Se trataba de una plancha de plomo (fig. 15) so-

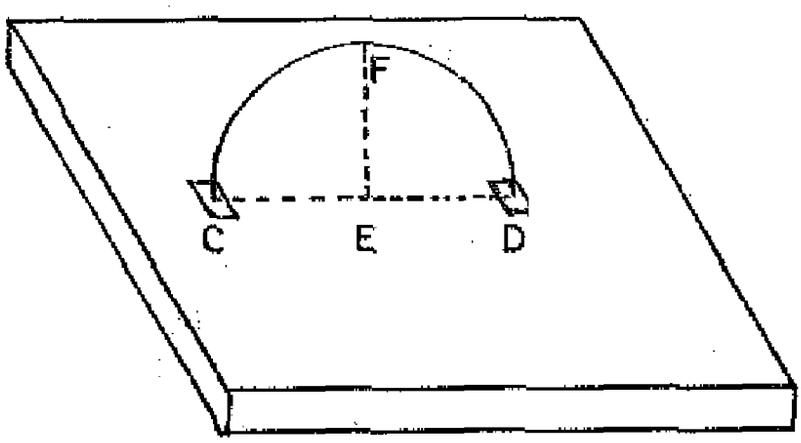


Figura 15

[94] P. BOUGUER, «Experiences faites à Quito et dans divers autres endroits de la zone torride, sur la dilatation et la contraction que souffrent les Métaux par le chaud et par le froid" in *Mem. 1745*, pp. 230-260. El texto se encuentra en la pá. 239.

bre la que iban instaladas dos muescas a una distancia conocida y dispuestas de tal modo que fuese posible encajar la barra CFD del material sometido a prueba. Siendo CED = c y EF = f, Bouguer encuentra que la expresión que relaciona ambas medidas es:

$$CFD = c + \frac{12f^2}{5c}$$

y, por tanto,

$$v = \frac{24 \cdot f \cdot df}{5c}$$

la dilatación del hierro sería según los nuevos experimentos de 0,015 líneas por toesa para un incremento de temperatura de 10° R [95].

De acuerdo con los datos de cada uno de ellos, el coeficiente de dilatación del hierro encontrado era:

Juan...	$K = 38.10^{-5}\ °C^{-1}$
La Condamine... ...	$K = 11.10^{-5}\ °C^{-1}$
Bouguer...	$K = 22.10^{-5}\ °C^{-1}$

Si comparamos estos valores con el que hoy damos por bueno ($K = 12.10^{-6}\ °C^{-1}$), podemos apreciar la inexactitud con que eran efectuadas las medidas de dilatación durante la primera mitad del siglo XVIII.

Dado que el efecto de la dilatación era muy pequeño y que además era comparable al propio error que podía cometerse en su determinación, los expedicionarios optaron por no considerarlo influyente sobre el valor de la base medida. Sólo Godin añadiría $1^t\ 5^p\ 6^{po}\ 7^{lin}$ «à cause de l'allonge-

[95] P. BOUGUER, «Sur la manière d'observer la distance meridienne au zenith des astres fort élevés avec des instruments de grands rayon». AOP, ms. C-2-7, F° 1v.

ment de la Toise par le chaleur observée dans le Travail mesme»[96]. Así, la «Base exacta» que propone tenía el valor de 6276.0.1.1., que será redondeado en 6.276 toesas.

La triangulación geodésica

Como ya hemos indicado, una vez que se había concluido la base fundamental era posible determinar la longitud de los lados de los triángulos formados a lo largo de la meridiana con sólo medir los ángulos con que eran vistas dos señales desde una tercera que cerraba el triángulo. En esta sección expondremos la teoría y la práctica concreta de dichas observaciones, así como los resultados obtenidos por Juan, Ulloa y La Condamine. Salvo pequeñas variaciones sin importancia, limitarnos a los expedicionarios mencionados no resta generalidad a nuestro estudio, pues es un hecho que Juan y Ulloa permanecieron durante las observaciones junto a Godin y Bouguer respectivamente.

En realidad se realizaron tres triangulaciones y, por tanto, disponemos de otros tantos valores independientes del grado de meridiano:

> «Nous avons trois différentes mesures géométriques de la longueur de la Meridienne. M. Godin a mesuré une Suite de Triangles qui diffère par les deux extrémités de celle que M. Bouguer et moi avons mesuré, chacun en particulier (...) Don George Juan a asisté aux mesures de M. Godin, et Don Antoine de Ulloa à celles de M. Bouguer.

[96] L. Godin, «Extrait des Operations geometriques et Astronomiques faites au Perou, aux environs de l'Equateur pour la mesure du Premier Degré de Latitude». AOP, ms. B-5-7.

J'ai toûjours opéré seul, hors en une seule station".

Excesivo nos parece el protagonismo que La Condamine quiere atribuirse en el texto citado. Sin embargo, creemos que no es necesario discutir su contenido, pues además de lo ya dicho respecto a la contribución de Juan y Ulloa hemos de añadir que no es sino expresión de la larga polémica sostenida por La Condamine y Bouguer en torno a los méritos de cada uno en el desarrollo de la expedición.

Los dos grupos en que se había dividido la compañía, como consecuencia de las disputas internas, condujo también a la elección de puntos diferentes en la triangulación de las partes más meridionales y septentrionales del meridiano. En el tramo central, donde el trabajo se hizo en equipo, cada uno de los grupos observaba dos ángulos de cada triángulo que posteriormente intercambiaban. Una vez producida la ruptura definitiva entre Godin y Bouguer, cada clan resolverá sus problemas del modo que consideraba más adecuado sin que el jefe de la expedición pudiese hacer uso de la autoridad que la Academia le había conferido.

El anecdotario e incidentes acaecidos durante los dos años que duró esta fase de la misión es tan amplio que su descripción alargaría excesivamente el número de páginas de nuestro trabajo. No será necesario insistir en las dificultades de todo tipo que hubieron de superar: subida a montañas con nieves perpetuas y escarpadas pendientes, temperaturas extremadas, nubes que imposibilitaban por largos períodos las observaciones,

[97] LA CONDAMINE, *Mem. 1746*, p. 642. En otros lugares afirma que siempre verificó cuidadosamente las cifras que le pasaban sus compañeros trasladándose a la propia señal y observando los ángulos.

despeñamientos y enfermedades que pusieron en peligro la propia vida de Bouguer, Juan, Godin y Ulloa, tormentas eléctricas que destruyeron el dispositivo instalado en algunas señales, ataques de fieras salvajes, abandono inesperado de los indios que habían contratado para el transporte de los equipajes... y un largo etcétera que mínimamente recogemos en la tabla cronológica de estancia en cada una de las señales [98].

[98] La mayor parte de los datos presentados en la tabla procede de A. DE ULLOA, *Relación histórica del viaje a la América meridional de orden S. M. en el Reyno del Perú*, 2 vols., Madrid, 1748, *I*, pp. 323-347. Sobre las penurias que hubieron de pasar, ver en la misma obra *I*, pp. 302 ss. Una idea bastante aproximada del modo de vida y la reacción de los naturales es descrita por Ulloa en el siguiente texto: «Ahora es justo que se considere, cuanta diversidad de juicios formarían en aquellos Pueblos sus Habitadores: por una parte los admiraba nuestra resolución; por otra, los sorprendía nuestra constancia; y finalmente todo era confusión aún en las Personas más cultas; preguntábanles a los Indios, cuál era la vida, que teníamos en aquellos sitios, y quedaban espantados del informe, que les hacían: veían, que se negaban todos a asistirnos, aun siendo por naturaleza robustos, sufridos y acostumbrados a las fatigas; experimentaban la tranquilidad de ánimo, con que sin tiempo determinado vivíamos en aquellos sitios; y la conformidad con que después de haber concluido en uno la cuarentena de trabajos, y soledad, pasábamos a los otros; y en tanta admiración, y novedad no sabían, a que atribuirlo. Unos tenían a locura nuestras resoluciones: otros lo encaminaban a codicia, persuadiéndose, que andábamos buscando minerales preciosos por medio de algún método particular, que habíamos inventado; otros nos discurrían Mágicos, y todos quedaban embebidos por una confusión interminable; porque en ninguna de las cosas, que sus pensamientos les dictaban; hallaban, que tuviese correspondencia en su logro a la fatiga, y penalidades de tal vida: asunto, que aún todavía mantiene la duda en mucha parte de aquellas Gentes, sin poder persuadirse a cuál fuese el cierto fin de nuestro viaje, como ignorantes de su importancia." *Relación histórica...*, I, p. 317. Ver A. LAFUENTE, «Una ciencia para el Estado...", citado en nota 19.

NOMBRE Y FECHAS LIMITE DE ESTANCIA EN CADA SEÑAL		INCIDENCIAS
Juan	*Ulloa*	
Pichincha	14.08.37 6.09.37	Inicialmente la señal se instaló en la cima de la montaña. Los fríos, nieblas y tormentas les obligaron a ponerla en un lugar más bajo. Finalmente Juan y Godin decidieron elegir otro punto para su triangulación. El grupo de Ulloa tuvo que volver en diciembre.
Oyambaro	20.12.37 29.12.37	Término austral de la base de Yaruqui.
Caraburu	30.12.37	Término boreal de la base.
27.08.37	24.01.38	Primer incidente con los indios que les acompañaban para ayudarles en el transporte: les robaron las tiendas de acampar.
Pambamarca	26.01.38	Fuertes vientos y fríos extremados. El grupo de Juan corrió peligro de muerte: Godin se despeñó y quedó herido. Ante tales penalidades, los indios les abandonaron. Mientras se contrataba a otros, se desplazaron a Quito para efectuar la comprobación de las divisiones del cuarto de círculo.
1.09.38	8.02.38	
Tanlagua	12.02.38	
20.12.38 27.12.38	13.02.38	La escarpada pendiente les obligó a subir y bajar gateando para evitar accidentes. El grupo de Juan había subido el 5.09.37, pero no pudieron observar debido a las nubes.

NOMBRE Y FECHAS LIMITE DE ESTANCIA EN CADA SEÑAL		*INCIDENCIAS*
Juan	*Ulloa*	
Shangalli		
	7.03.38 20.03.38	El viento destruiría las señales instaladas por Verguin.
Pucaguaicu		
16.03.37 31.03.37	21.03.38 4.04.38	Señal situada en la falta del Cotopaxi. El mal tiempo impidió las observaciones; ambos grupos tuvieron que volver a subir más tarde: el de Ulloa, el 16.08.38 y el de Juan, el 9.08.37. Juan sufrió un grave accidente. Debido a las condiciones geográficas, fue preciso rectificar por primer vez los lugares previstos para la triangulación: para asegurar la visibilidad de Guamani y Limpiepongo, se instaló una nueva señal intermedia en Papaurcu. Todo ello retrasó durante cuatro meses la prolongación de los trabajos. Parte de ese tiempo se empleó en las experiencias para medir la velocidad del sonido.
Corazón		
	12.07.38 9.08.38	El grupo de Juan, debido a las condiciones climatológicas, hubo de subir en dos ocasiones. La primera el 11.02.38 y la segunda el 12.03.38.
Papaurcu		
	11.08.38	Problemas económicos. Godin
16.08.38	16.08.38	tuvo que desplazarse a Quito.
Milin		
1.09.38	23.08.38	Godin se incorporó de nuevo
7.09.38	29.08.38	a los trabajos geodésicos.

NOMBRE Y FECHAS LIMITE DE ESTANCIA EN CADA SEÑAL		*INCIDENCIAS*
Juan	*Ulloa*	
Vengotasin		
	4.09.38 18.09.38	Demora debido a que era preciso reinstalar algunos puntos de la triangulación hacia el Sur.
Chulapu		
	20.09.38	Hasta esta señal cada grupo observó independientemente los tres ángulos de todos los triángulos. Desde ella sólo observarían dos ángulos que luego intercambiarían.
18.09.38	23.09.38	
Chichichoco		
	24.09.38 29.09.38	Ulloa cae gravemente enfermo no pudiendo estar presente en las observaciones de las señales Guayama, Ilmal y Nabuso.
Javicatsu 18.09.38 26.09.38		
Mulmul		
	8.11.38	Fue necesario realizar una triangulación auxiliar para verificar observaciones anteriores. Esta señal se encontraba muy cerca de Guayama.
Ilmal		
10.38 2.02.39		En esta estación se advirtió la necesidad de modificar la situación de las siguientes señales. Debido a la falta de medios económicos, Godin y Juan tuvieron que desplazarse a Quito. Durante el viaje Godin vuelve a caer enfermo.
Sisapongo		
	19.11.38	Mientras se aguardaba el re-
19.02.39	29.11.38	greso de Juan y Godin, se efectúan las experiencias so-

NOMBRE Y FECHAS LIMITE DE ESTANCIA EN CADA SEÑAL		*INCIDENCIAS*
Juan	*Ulloa*	
		bre la desviación de la vertical debido a la proximidad de las montañas.
Lanlaguso		
	24.01.39	
	31.01.39	
Chusay		
	3.02.39	Temperaturas extremadas.
	24.03.39	Una vez más hubo que revisar la posición de las siguientes señales al tener que atravesar la cordillera de AZUAY. Bouguer tuvo una grave caída.
Sesgun		
20.02.39		
23.02.39		
Senegualap		
23.02.39		
13.03.39		
Sinasaguan		
28.04.39	27.04.39	Temperaturas extremadas. Peligro de congelación. No pudieron observar hasta el último día.
09.05.39	09.05.39	
Bueran		
	20.05.39	
	01.06.39	
Quinoaloma		
10.05.39		Según todos, las observaciones en esta estación fueron extremadamente penosas y difíciles. Desde ella, para descansar, pasaron a reconocer la llanura de Tarqui, donde se procedería a la medida de la base de comprobación.
31.05.39		

NOMBRE Y FECHAS LIMITE DE ESTANCIA EN CADA SEÑAL		*INCIDENCIAS*
Juan	*Ulloa*	
Yasuay 15.06.39 11.07.39	7.07.39 16.07.39	Debido a la fuerte pendiente, hubieron de subir a pie cargando todo el equipaje.
Borma	18.07.39 19.07.39	
Guanacauri Cuenca Pugin Pillachiquir		Ultimas señales al Sur. Asesinato del cirujano Seniergues. Medida de las bases de Cuenca y Tarquí.
Alparaupasca Chinan	07.39 12.39	
Guapulo Campanario Pambamarca Cosin Mira 44		Desde estas señales se hicieron las observaciones una vez que Juan y Ulloa regresasen de la campaña por los mares del Sur. En Mira realizaron las observaciones astronómicas entre el 14.02.44 y el 23.05.44.

Junto a estas dificultades, merecen un comentario muy especial los cambios que en varias ocasiones tuvieron que efectuar en la colocación de las señales. Todo geodesta sabe muy bien que éste es uno de los principales problemas que debe ser inicialmente resuelto antes de comenzar los trabajos: la rapidez, seguridad y precisión de las medidas pueden quedar seriamente comprometidas si no se adopta esta precaución previa. Sin

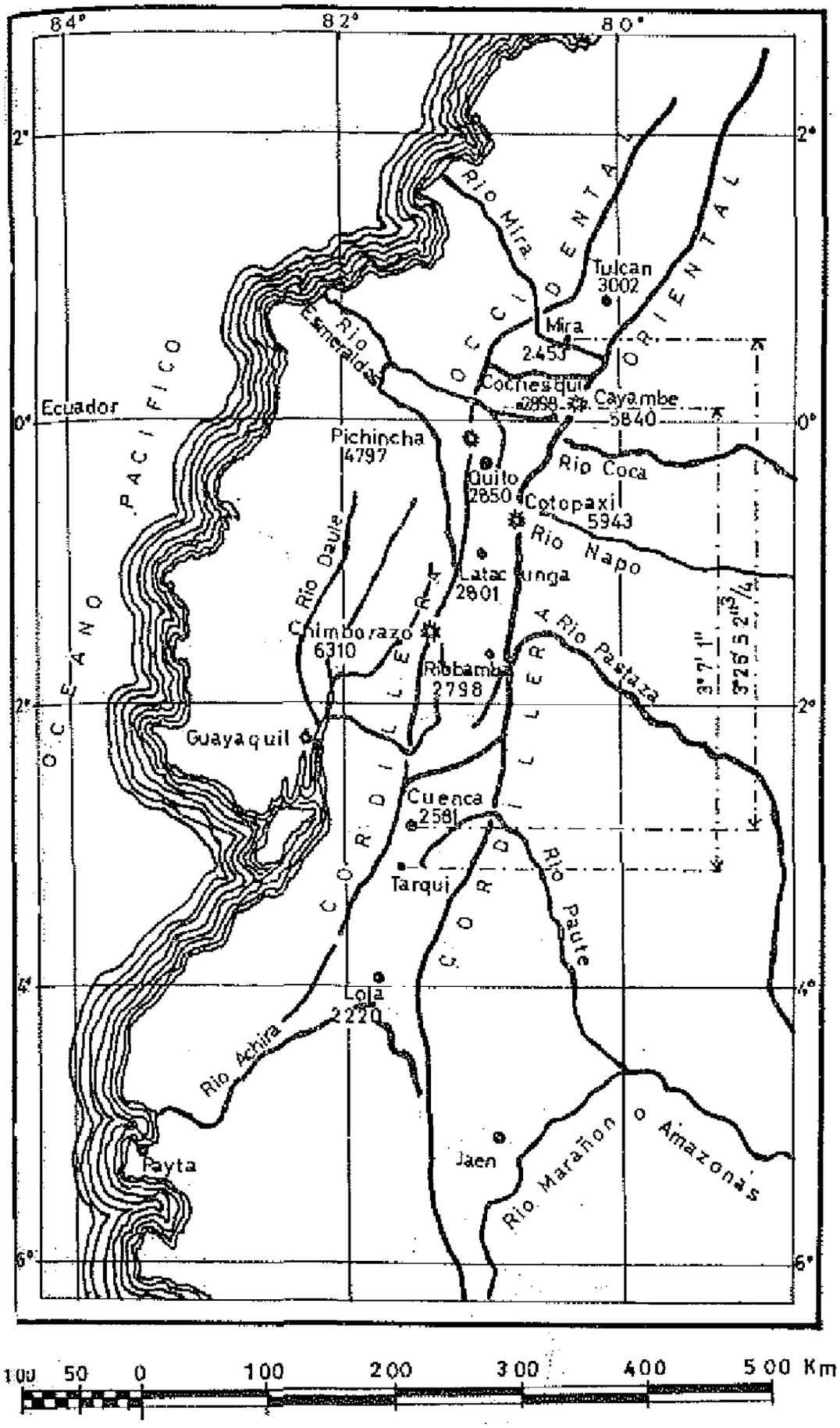
embargo, encontramos que nuestros académicos hubieron de improvisar alteraciones que, como sucedería en la señal de Pucaguaicu, retrasaron sus operaciones durante cuatro meses. La elección del Pichincha a más de 4.000 metros de altura, donde el intenso frío y las persistentes nubes existentes durante veintitrés largos días les obligaron a descender sin haber realizado ninguna observación, además de provocar un nuevo retraso, estuvo a punto de costarle la vida a Bouguer por congelación. Abandonado este penoso lugar como vértice de la triangulación por Godin y Juan,

> "... tuvimos las dos Compañías distinta serie de triángulos, que no volvimos a unir, hasta que el terreno nos lo permitió, que fue el noveno triángulo» [99].

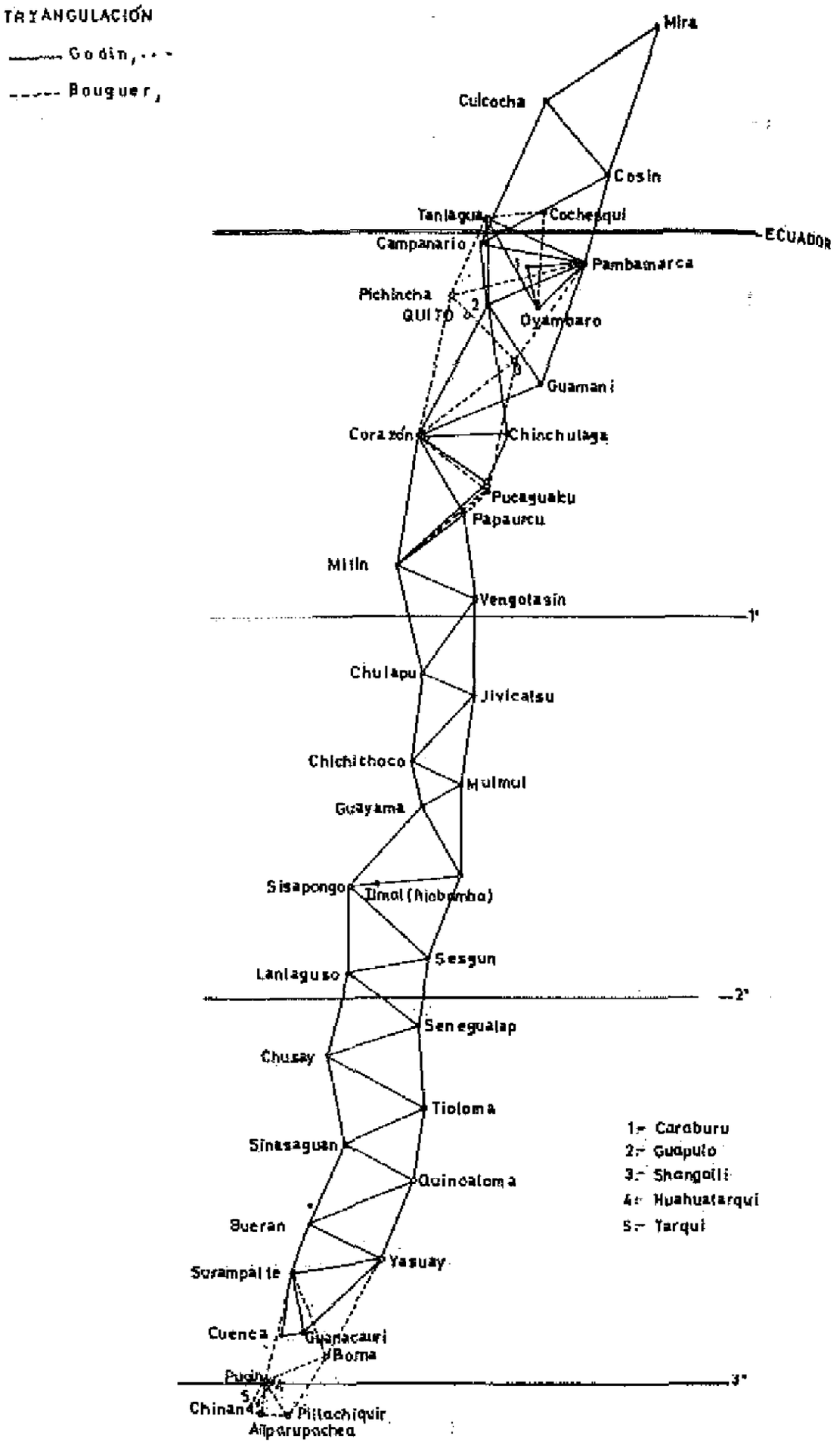
Una adecuada elección de los lugares donde debían instalarse las señales exigía la consideración de dos requisitos fundamentales: de una parte, elegir puntos desde los cuales estuviese asegurada la visibilidad de las señales más próximas de modo que pudiesen verificarse sin dificultad los ángulos observados. Ello, como hemos dicho, requería un reconocimiento cartográfico previo de la orografía del terreno. Por otra parte, la amplitud de los ángulos debía ser mayor de 30° para evitar graves errores en el cálculo de los lados de la triangulación.

Si la segunda condición fue escrupulosamente seguida, el hecho de que fuese necesario en tres ocasiones emprender triangulaciones auxiliares para verificar alguna distancia entre dos señales nos demuestra que Verguin y Morainville, encargados de la instalación de las señales, no cumplie-

[99] JUAN, *Observaciones...*, p. 217.



Mapa de la zona donde se realizaron las operaciones científicas.


TRIANGULACIÓN
Godin,
Bouguer,
Mira
Culcocha
Cosin
Tanlagua
Cochesqui
ECUADOR
Campanario
Pambamarca
Pichincha
QUITO
Oyambaro
Guamani
Corazón
Chinchulaga
Pucaguaicu
Papaurcu
Milin
Vengotasin
1°
Chulapu
Jivicatsu
Chichichoco
Mulmul
Guayama
Sisapongo
Timal (Riobamba)
Sesgun
Lanlaguso
2°
Senegualap
Chusay
Tioloma
Sinasaguan
Quincaloma
Bueran
Yasuay
Surampalte
Cuenca
Guanacauri
Boma
Pucin
3°
Chinan
Pillachiquir
Alparupachea
1.- Caraburu
2.- Guapulo
3.- Shangalli
4.- Huahuatarqui
5.- Tarqui

ron correctamente la misión que les había sido asignada.

Respecto de la práctica de cada observación concreta, La Condamine nos describe las precauciones que a su juicio eran imprescindibles. Con buen criterio explica que todos los ángulos fueron medidos varias veces y que se adoptó el valor medio. Dicha medición, aunque el cuarto de círculo había sido examinado y corregido, siempre se hizo con el micrómetro y nunca con las transversales; es decir, el ángulo era referido a una de las divisiones del limbo de 10′ de amplitud y después se determinaban las partes de micrómetro que completaban la distancia angular entre las dos señales observadas [100].

Conocidos todos los ángulos y alguna otra observación que ya comentaremos, un laboriosísimo cálculo era necesario hasta la obtención de la longitud del meridiano triangulado. En la práctica, la separación en dos grupos de la compañía tuvo influencia sobre alguno de los procedimientos para encontrar el ángulo que en el centro de la tierra formaban las verticales a los dos extremos de un lado cualquiera de la triangulación. Juan y Godin se limitaron a dividir la distancia entre ambos puntos por el número de toesas que corresponden a un segundo de arco, mientras que Bouguer, Ulloa y La Condamine toman para dicho ángulo la diferencia entre los de altura y depre-

[100] Las precauciones más importantes adoptadas por La Condamine fueron las siguientes: 1.°) Observar todos los ángulos de la triangulación varias veces. 2.°) No utilizar nunca las transversales para medir los ángulos. 3.°) Una vez situado el anteojo en una división exacta del limbo, determinaba el ángulo por medio del micrómetro. Cf. LA CONDAMINE, *Mem. 1746*, p. 624. Cuando analicemos las observaciones astronómicas, comprobaremos que estas precauciones por sí mismas no significaban nada.

sión de una señal respecto de la otra. Como vemos, ambos procedimientos son aproximaciones que ignoran la corrección debida a la refracción y que consideran a la Tierra como esférica.

Medida de los ángulos

Todos los datos reportados por los distintos expedicionarios en sus memorias adolecen del gran defecto de no dar cuenta de los ángulos efectivamente observados. Aunque se refieren a «ángulos observados», en realidad se trata de los ya corregidos de los errores evitables:

> «...los ángulos, que observamos en la Serie de triángulos, que se verá, no tan solamente fueron corregidos del yerro de los anteojos, y otros, que de ordinario se conocen por los Inteligentes, pero asimismo de los que pudimos conocer de la construcción de las divisiones del Instrumento» [101].

Así pues, las correcciones a que se refiere son las debidas al grabado del limbo del cuarto de círculo y al paralelismo entre el eje del anteojo y el plano del instrumento. Aquellas que «... de ordinario se conocen por los Inteligentes», son correcciones extraordinarias que, según La Condamine,

> «...je n'ay employée qu'à sept ou huit angles provient de differentes sources (...) et j'employe (...) pour compenser l'excés ou le defaut (de los ángulos)» [102].

---

[101] Juan, *Observaciones...*, p. 157.

[102] El valor de todas estas correcciones no es reproducido en las obras impresas. Nosotros lo hemos cono-

Dichas fuentes principalmente fueron el «derrangement du micromètre», la caída o alteración en la posición de las señales y, en general, cualquier causa que circunstancialmente hubiese podido alterar las condiciones idóneas de observación.

Analizando detenidamente los resultados, hemos comprobado que los errores de cierre de los triángulos son considerablemente mayores en Juan y Ulloa que en La Condamine. No creemos, sin embargo, que ello permita un juicio de valor apresurado sobre la calidad de los observadores; antes bien, la magnitud en algunos triángulos de la diferencia hasta completar los 180° es tan grave en aquéllos y tan reducida en éste que el tema merece un comentario más cuidadoso. La Condamine llega a medir hasta siete triángulos con exactitud (uno Juan y dos Ulloa), lo cual, teniendo en cuenta los instrumentos que poseían y las condiciones reales de observación, es, desde nuestro punto de vista, más que sospechoso. Creemos que es justo hablar de una consciente y sistemática manipulación de los resultados, aunque no sea posible desgraciadamente calcular la magnitud de la distorsión introducida por La Condamine. Indirectamente algo puede decirse. Sabemos que los cuartos de círculo que portaban no podían asegurar determinaciones angulares con errores menores de 10″, mientras que el error medio de cierre en sus datos es de 5″,2. Por otra parte, la si-

---

cido a través de un manuscrito que en abril de 1740 envió La Condamine a Bouguer. Dicho manuscrito, «Suite des Triangles de la Meridienne de Quito compris entre la Base d'Yarouqui voisine de l'Equateur à celle de Tarqui au Sud de Cuenca, dans un espace de plus de trois degrés...», se encuentra en AOP, ms. B-5-7.

guiente tabla establece una comparación entre los resultados de las tres triangulaciones.

	N.º triángulos					
	Concluid.	*Exactos*	+ *Error*	− *Error*	$\frac{1}{n}\Sigma\|0-C\|$	$\left(\frac{\Sigma\|0-C\|^2}{n\,(n-1)}\right)^{1/2}$
La Condamine	0	7	12	14	5″,2	1″,16
A. Ulloa	1	2	17	13	14″,9	3″,69
J. Juan	1	1	17	14	12″,5	3″,28

donde $|0-C|$ es el exceso o defecto a 180° de la suma de los tres ángulos observados en cada triángulo, cuyo número total es n.

Es altamente improbable que La Condamine, con un mismo tipo de instrumento, habiendo observado la mayor parte de las veces en compañía de Bouguer y Ulloa, y sin que estuviese especialmente reputado por astrónomo antes de su participación en esta expedición, pudiese alcanzar una precisión tres veces mayor que la obtenida por sus compañeros. En general, la precisión excesiva que obtiene La Condamine en este y otros casos convierte la sospecha de manipulación arbitraria de los resultados en algo más que una hipótesis de trabajo. Respecto de las observaciones de Juan y Ulloa, nos resulta incomprensible que diesen por buenos los resultados del triángulo número 30, cuyo error de cierre es de 189″,5 y 199″,5 respectivamente: una desviación de más de 3′ no puede ser atribuida más que a graves deficiencias del observador.

Los «ángulos corregidos» se encontraron repartiendo el error de cierre entre los tres que formaban el triángulo, salvo en casos excepcionales en

que dicho reparto, sin que se especifique la razón, no es equitativo. Finalmente, señalemos que la diferencia entre las bases fundamental y de comprobación debida a los errores de cierre y por exceso esférico es despreciable. El cálculo realizado con los datos de Juan demuestra que es menor a 10^{-4}.

Longitud horizontal de los lados y reducción al nivel del mar

La distancia existente entre dos señales cualesquiera debía reducirse a la altura de una de ellas y posteriormente a la del nivel del mar. Para ello era preciso conocer al menos el ángulo de depresión o altura de una respecto de la otra y tomar en consideración la refracción atmosférica. Sean A y B las dos señales (fig. 16), AT y BT las verticales del lugar y T el centro de la Tierra. Si AC y BD son las perpendiculares a AT y BT, entonces los ángulos BAC y DBA son los de depresión y altura de una señal respecto de la otra. El lado calculado por inducción desde el triángulo anterior es AB, mientras que la distancia que buscamos es A′B″.

Para encontrar previamente AB′ hemos de resolver el triángulo ABT. Como ya hemos indicado, cada grupo empleaba un procedimiento diferente para deducir el ángulo en el centro de la Tierra, siendo ésta la única diferencia existente entre sus métodos respectivos. Para Juan y Godin los datos desde los que se partía eran los siguientes: *a)* la distancia AB desde el triángulo anterior; *b)* el ángulo BAC, altura de la señal B respecto de A; *c)* el ángulo ATB en el centro de la Tierra que era calculado dividiendo AB por el número de toesas

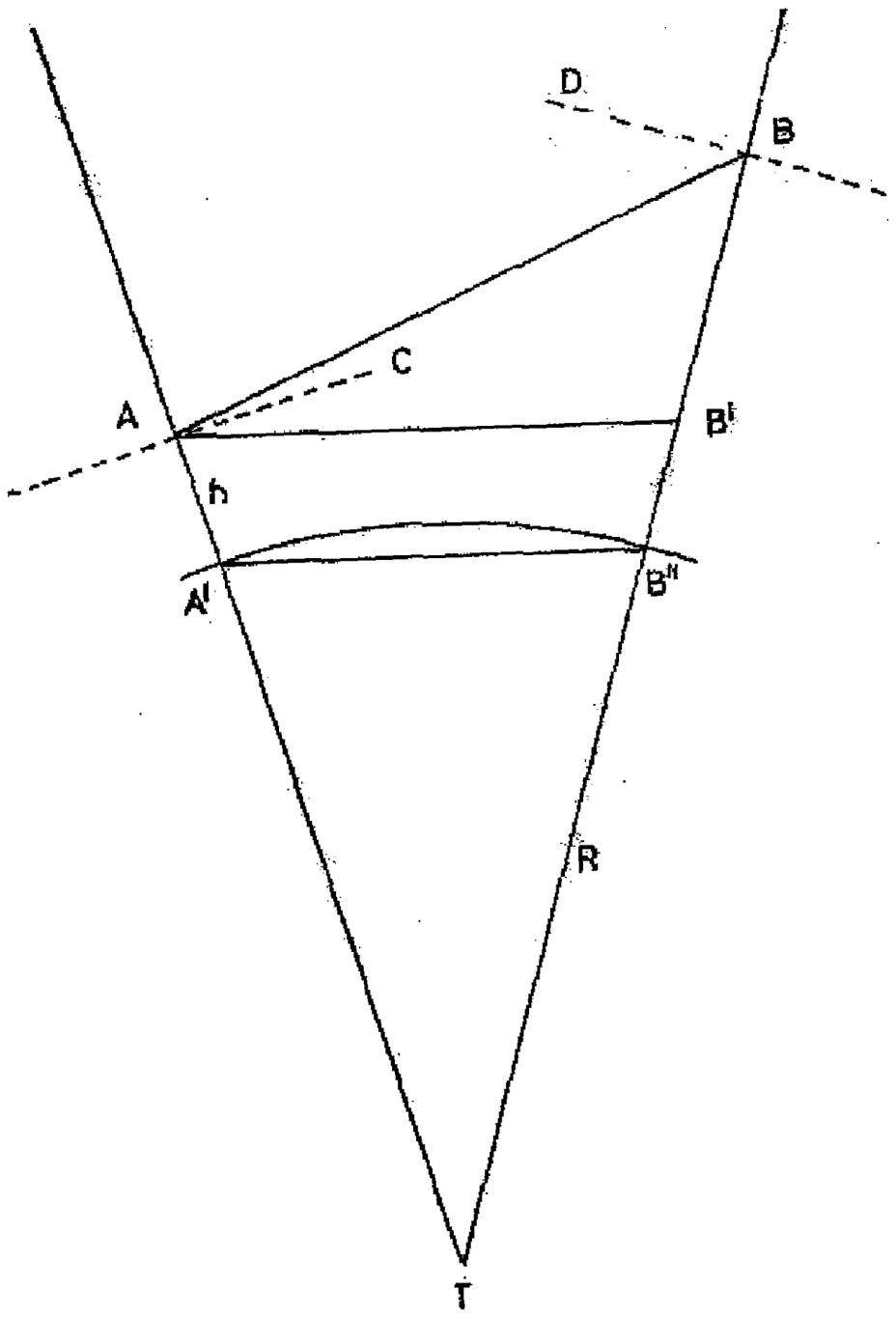


Figura 16

que correspondía a un segundo de arco, que aproximadamente eran 15,9.

La resolución del triángulo en cuestión era en-

tonces un problema trivial de trigonometría plana. La longitud buscada era:

$$AB' = \frac{\text{sen } ABB'}{\text{sen } AB'B} \cdot AB = \frac{\cos (BAC - ATB')}{\cos \frac{ATB'}{2}} \cdot AB$$

El procedimiento empleado por el grupo formado por Bouguer, La Condamine y Ulloa implicaba el conocimiento de la distancia AB y de los ángulos de altura y depresión BAC y ABD. El formado por las verticales en el centro de la Tierra era en este caso deducido según la expresión;

$$ATB = ABD - BAC$$

Desde donde, siguiendo el razonamiento antes descrito, podía hallarse la longitud AB'.

¿Afectaba la diferencia existente entre los dos valores adoptados para ATB al resultado final? No es difícil probar que de modo insignificante. Para ello comparemos de una parte las distancias encontradas por Juan y Ulloa —según métodos diferentes—, y de otra las de La Condamine y Ulloa halladas con el mismo método. Las diferencias existentes vemos por la tabla siguiente que caen dentro del margen de error con que fueron efectuadas las operaciones geodésicas.

Distancia	*Juan* *J*	*Ulloa* *U*	*La Cond.* *LC*	$\frac{U-J}{U}$	$\frac{U-LC}{U}$
CoM	19173.809	19170.757	19171.87	$1{,}6.10^{-4}$	$0{,}6.10^{-4}$
MCp	16765.992	16764.871	16767.00	$0{,}7.10^{-4}$	$1{,}2.10^{-4}$
CpCh	13217.175	13214.207	13216.85	$2{,}2.10^{-4}$	2.10^{-4}
ChG	6762.335	6759.342	6762.18	$4{,}4.10^{-4}$	$4{,}2.10^{-4}$
SiL	13141.311	13134.552	13136.75	$5{,}1.10^{-4}$	$2{,}7.10^{-4}$
GSi	16529.658	16513.962	16518.42	$9{,}5.10^{-4}$	$2{,}7.10^{-4}$
BSu	7645.400	7646.209	7644.52	1.10^{-4}	$2{,}2.10^{-4}$

Ambos procedimientos tenían en común, sin embargo, el hecho de ignorar el efecto de la refracción que tanto les había preocupado durante un corto período de la expedición. La reducción de la distancia al nivel del mar no tenía mayor complicación que la de resolver la ecuación:

$$A'B'' = AB' \cdot \frac{R}{R+h} = AB' \cdot \frac{1}{1+\frac{h}{R}}$$

Puesto que $R \gg h$, no es difícil comprobar que un error en la determinación de la altura absoluta h del orden de 100 toesas, considerado aceptable por los académicos, afectaba mínimamente a la longitud de los lados al nivel del mar.

Veamos un tema que aunque ya ha sido algunas veces apuntado a lo largo de este trabajo merece un comentario más profundo.

> «J'ai supposé —escribe La Condamine— que tous les côtes des Triangles horizontaux étoient des lignes droites, au lieu que ce sont en effet des arcs pris sur la surface de la Terre. J'ai prouvé dans l'ouvrage dont ceci n'est que l'extrait, que cette supposition ne tiroit à conséquence» [103]

Y ciertamente, por las razones otras veces señaladas, tenía razón el académico francés. Pero lo que no aparece en la literatura impresa motivada por la expedición son los profundos motivos que condujeron a todos los científicos a efectuar simplificaciones a veces insuficientemente justificadas. Uno de los mayores problemas a que hubieron de enfrentarse fue el de la inmensa cantidad de operaciones aritméticas que exigía la determinación del grado. Nosotros hemos experimentado

[103] La Condamine, *Mem. 1746*, p. 652.

en las numerosas comprobaciones que nos vimos obligados a realizar, la magnitud de esta dificultad y lo justificado de la siguiente queja de La Condamine:

> «Je conclu —escribía a Bouguer en 1746— que tout ce cacul ne peut se faire rigueuresement mais seulement par aproximation. Si vous avez fait des remarques sur les limites des erreurs à craindre vous devez non seulement en avoir le resultat mais sans doute vous demontrerez qu'elles sont les limites. (...) Je reviens aux angles entre les tangentes et entre les cordes. Vous vous expliquez enigmatiquement a cet egard et sans doute à dessein; il y a de la malice assurement à faire calculer et recalculer sans fin et sans pitié quelqu'un a qui le calcul donne la fièvre ne pouvant prendre sur moy de ne pas remonter toujours à la source des erreurs du calcul que je fais plus souvent qu'un autre et d'entrer dans les verifications qui sont quelquefois une nouvelle source d'erreur et qui me font perdre dix fois plus de tems que si je pouvais prendre sur moy d'etre moins vetilleux en renonçant aux verifications incidentes et accessoires. Je vois un moyen qui est été plus court et sans doute c'est celui que vous avez pris pour avoir directement les angles formés par les cordes des petits arcs qui font les cotés de nos triangles au lieu de reduir les angles observés entre deux signaux à l'arc horizontal correspondant» [104].

Algunos historiadores de la ciencia han enfatizado, tal vez excesivamente, sobre la importancia que tenía el hecho de que algún autor concreto utilizase la trigonometría esférica en la resolución de problemas geodésicos y geográficos. En realidad, el mayor mérito que podría atribuírseles sería el de la paciencia casi infinita. Es claro que las fórmulas y, en general, los métodos eran extensamente conocidos y que si no se usaban era para simplificar los cálculos. A partir de mediados de

[104] LA CONDAMINE a BOUGUER; Deniecourt, 17 de octubre de 1746; AOP, ms. C-2-7.

siglo, las «oficinas» de efemérides que comienzan a extenderse por todo el continente afrontarán la necesidad de tabular las variables más habituales que aparecían en las investigaciones astronómicas y geodésicas. Es entonces cuando comenzará a generalizarse el uso de la trigonometría esférica y la sistemática aplicación de todas las correcciones de la posición aparente de los objetos observados. Al mismo tiempo, y muchas veces como consecuencia de la complejidad de los cálculos, se hace cada vez más acuciante la necesidad de una teoría de errores. El texto de La Condamine, independientemente de estas consideraciones, es también un bello ejemplo de las dificultades y vacilaciones en las que habitualmente se desarrolla el conocimiento científico.

Reducción de los ángulos observados a la horizontal

Puesto que las señales se encontraban a distintas alturas, los ángulos observados con el cuarto de círculo había que reducirlos al nivel del punto de observación. Supongamos que desde el punto C, en la figura 17 lo supondremos situado en el centro de la esfera celeste, observamos la distancia angular existente entre las señales P y O que completan los tres vértices de un triángulo.

Para mayor exactitud, la distancia existente entre las señales P y O debe ser calculada con el ángulo horizontal P′CO′, siendo OCO′ y PCP′ los ángulos de altura y depresión vistos desde la señal C. Dicho ángulo horizontal puede encontrarse resolviendo el triángulo ZPO, del que conocemos sus tres lados:

PO: ángulo observado desde C.

ZO y ZP: complementos de los ángulos de altura y depresión.

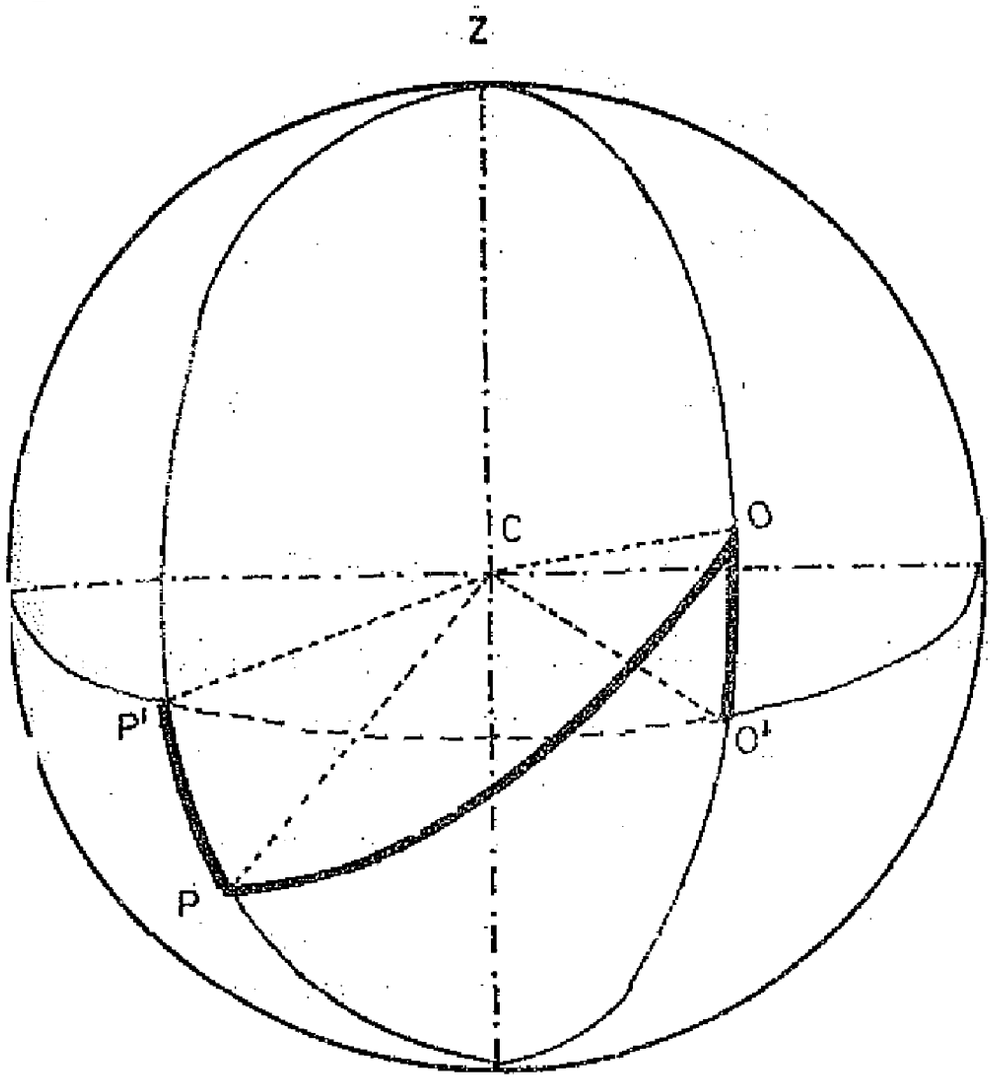


Figura 17

El cálculo del ángulo formado en Z, equivalente al P'CO', fue uno de los pocos realizados mediante el uso de la trigonometría esférica. Según la conocida fórmula del coseno,

$$\cos Z = \frac{\cos PO - \cos ZP \cdot \cos ZO}{\text{sen } ZP \cdot \text{sen } ZO} \qquad (1)$$

El problema no presentaba mayores complicaciones desde un punto de vista teórico. Sin embargo, la gran cantidad de operaciones para re-

solver los 33 triángulos por este procedimiento exigía que dicha expresión pudiese expresarse de modo que la aplicación de los logaritmos simplificase el trabajo. Ello puede conseguirse sin más que utilizar las igualdades:

$$2 \cdot \cos^2 \frac{A}{2} = 1 + \cos A$$

$$2 \cdot \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2} = 1 - \cos A$$

y hacer:

$$PO + ZP + ZO = Z_p$$

lo que nos permite escribir (1) en la forma:

$$\operatorname{sen} \frac{Z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p\text{-}z_p) \cdot \operatorname{sen}(p\text{-}z_o)}{\operatorname{sen} z_p \cdot \operatorname{sen} z_o}}$$

que como vemos permite encontrar Z por medio de sumas y restas en lugar de multiplicaciones y divisiones.

Inclinación de los lados respecto del meridiano

Para conocer la longitud del meridiano triangulado era preciso determinar la inclinación de los lados. Desde el punto de vista práctico el problema no tenía mayor complicación que la de observar la altura del sol sobre el horizonte, tema del que nos ocuparemos con detalle en una sección destinada a explicar los métodos de determinación de la latitud y longitud.

El procedimiento para encontrar la inclinación respecto del meridiano del lado QP (fig. 18) empleado por los expedicionarios fue el siguiente:

desde una señal Q se mide la distancia angular existente entre el Sol, S, y la señal P. Dicha observación se realiza a una hora determinada mediante un péndulo horario y cuando la altura del Sol sobre el horizonte del observador (HP'S'H') es

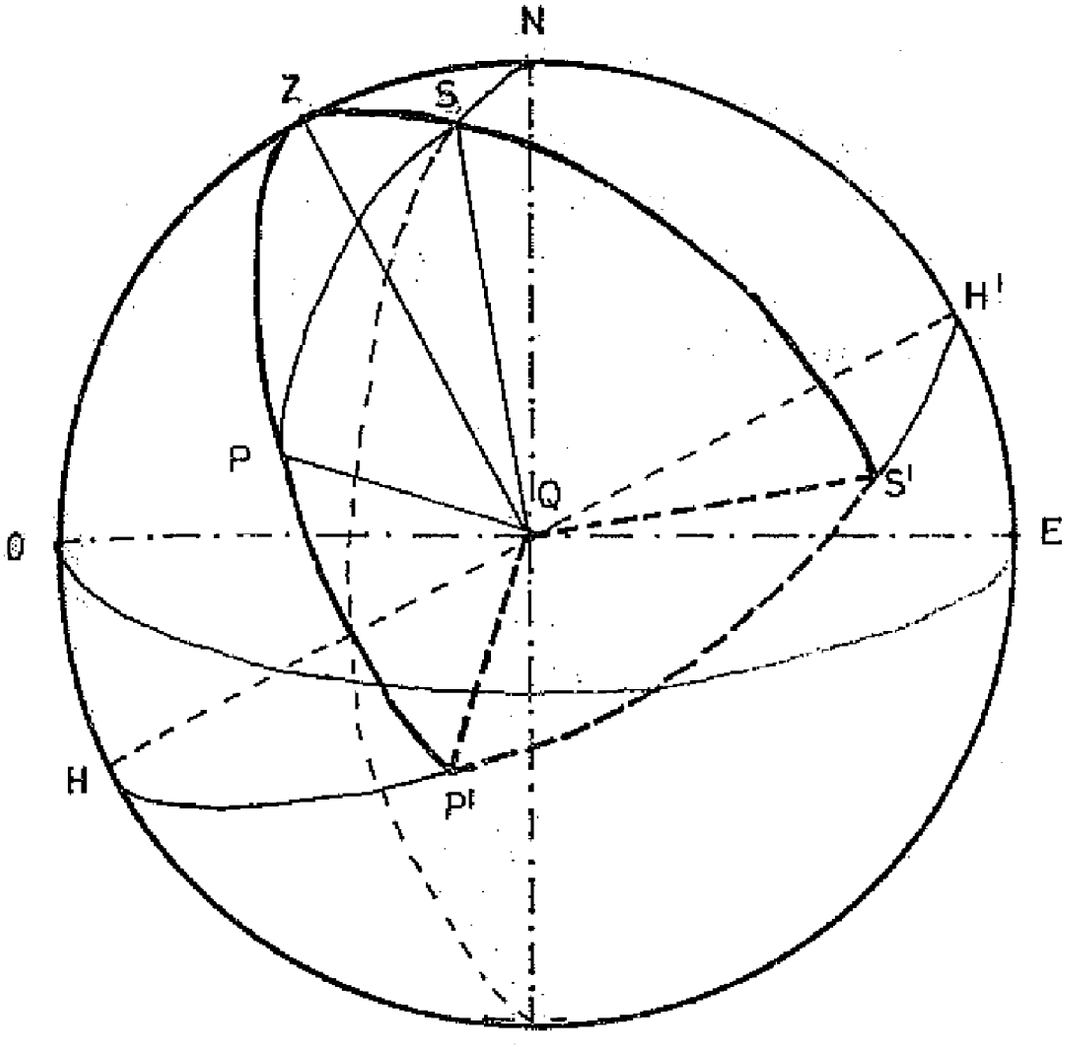


Figura 18

SS'. En la figura, N, O, E, S son los puntos cardinales celestes, DEQ es la equinoccial y Z el cénit del observador Q. Así pues, el ángulo que buscamos, HQP', puede encontrarse resolviendo dos triángulos donde son conocidos sus tres lados. En el ZPS, ZS es la distancia al cénit, PS el arco medido desde Q antes mencionado y PZ el complemento del ángulo de elevación de P visto desde Q. Por tanto, siguiendo el procedimiento loga-

rítmico indicado en el epígrafe anterior, puede hallarse el ángulo PZS, o lo que es igual el arco P'S'. En el triángulo ZSN, NZ es la colatitud, SZ la altura al cénit y NS el complemento de la declinación del Sol a la hora previamente determinada. Sin dificultad podrá encontrarse el ángulo SZN que sumado al PZS nos proporciona el PZN o azimut de P, que resuelve nuestro problema.

Conocida la dirección de uno de los lados, la determinación de la de los siguientes se obtiene por medio de una simple suma algebraica. Suponiendo conocida la inclinación del lado AB respecto del meridiano TT' (fig. 19), y los ángulos

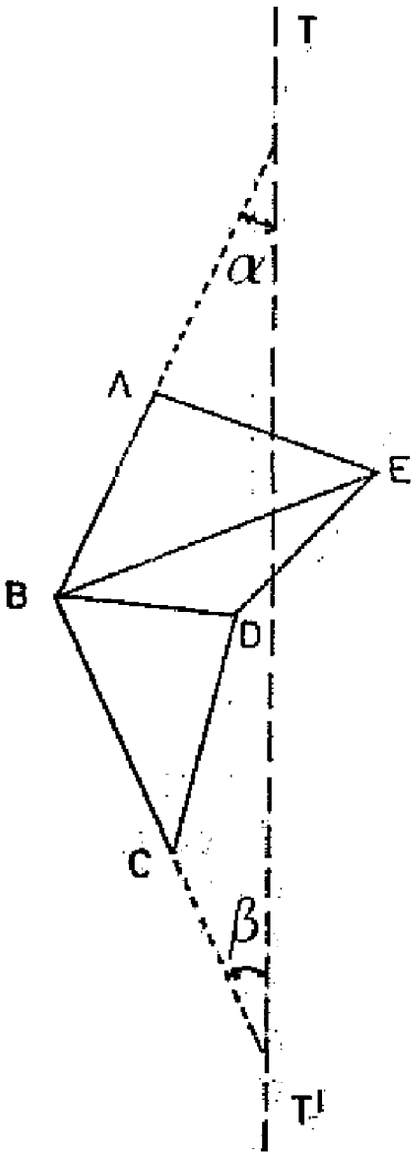


Figura 19

reducidos al horizonte de toda la triangulación, entonces:

$$\beta = 180 - (ABE + EBD - DBC) - \alpha$$

Dada la imprecisión con la que podían realizarse las medidas del azimut del Sol, los académicos explican que siempre que les fue posible prefirieron la determinación directa de la inclinación, ya que:

> «...les petites erreurs d'observation pourroient en s'accumulant, causer une erreur considérable sur la direction de la Meridienne» [105].

No obstante, la precisión con que podía ser determinada no era tan importante como parece deducirse del anterior texto de La Condamine. Veámoslo reproduciendo las observaciones que Godin, Juan y Ulloa efectuaron los días 25 y 26 de noviembre de 1736 desde la señal de Oyambaro

	Día 25	*Día 26*
Altura aparente del Sol	11.40.55	11.44.35
Refracción	4.40	4.39
Altura verdadera	11.36.25	11.39.28
Declinación del Sol	69.06.13	68.54.52
Latitud de Oyambaro	89.48.40	89.48.40
Altura de Pambamarca respecto de Oyambaro	4.20.29	4.20.29
Angulo entre el limbo septentrional del Sol y Pambamarca	66.28.38	66.39.28
Semidiámetro aparente del Sol	16.15	16.15
Angulo entre el Sol y Pambamarca.	66.44.53	66.55.43
Inclinación de lado respecto del meridiano	44.10.44	44.11.30

[105] La Condamine, *Mem. 1746*, p. 652. En Juan, *Observaciones...*, pp. 182-7, se describen las observaciones realizadas con este fin.

para encontrar la inclinación del lado Oyambaro-Pambamarca [106].

Vemos que entre las dos observaciones existe una diferencia de 46" que introduciría en la proyección del lado sobre la meridiana un error relativo del orden de 10^{-4}. Si sobre un lado existe una incertidumbre de ± 2 toesas, su influencia sobre el meridiano triangulado podría llegar a ser fácilmente de ± 20 toesas, lo cual quiere decir que la precisión con que podía medirse la distancia entre los dos extremos de la triangulación era inferior al 1/1.000.

La base de comprobación

Como ya hemos indicado, los trabajos de la triangulación concluían midiendo una nueva base por los mismos procedimientos que fueron empleados en la llanura de Yaruqui. Como esa distancia, conectada a la triangulación, podía ser inducida geométricamente, ambos resultados servían para comprobar la exactitud de todas las operaciones anteriores. Cada grupo eligió un lugar diferente: Juan y Godin se quedarían en Cuenca, mientras La Condamine y Bouguer optarían por un lugar más meridional conocido por Tarqui.

Puesto que ya nos extendimos en el análisis de la primera base, aquí nos limitaremos a exponer los resultados. En primer lugar debe destacarse el hecho de no haber elegido un lugar suficientemente adecuado. Si ya vimos que en Yaruqui la pendiente era excesiva, en Cuenca, según confiesa el propio Jorge Juan, las dificultades fueron aún mayores:

> «No era tan cómodo como el de Yaruquí, pues tuvo algunas paredes que derribar, y dos Ríos de tres

[106] Ver Juan, *Observaciones...*, p. 183.

cuartas, a una vara de agua de profundidad, que pasar midiendo: lo que hicimos por medio de los caballetes... Otro Río algo más caudaloso, que es el que pasa cerca de Guanacauri, lo medimos geométricamente por dos pequeños triángulos: cuyos ángulos observamos con el cuarto de círculo» [107].

Realmente resulta incomprensible que la operación más delicada de la triangulación fuese realizada en un lugar tan inapropiado. Los resultados, en cambio, serían tan acordes con el valor esperado que no fue preciso adoptar mayores precauciones.

Dichos resultados fueron los siguientes:

	Base medida (toesas)	*Base inducida (toesas)*	*Diferencia (toesas)*
Bouguer	5259,8571	5259,6487	0,2084
Godin	6197,6111	6196,5972	1,0139

Ambos grupos destinan numerosas páginas a explicar las razones de la diferencia. Después de comentar brevemente, sin darle excesiva importancia, los errores que hubiesen podido introducirse debidos al propio observador o a deficiencias del instrumento, ambos grupos coincidirán en atribuir a la diferencia de temperatura existente en ambos lugares la principal fuente de divergencia. Godin y Juan considerarán que como la temperatura en Cuenca era aproximadamente 7° R más elevada que en Yaruqui, la base medida debía ser reducida en 1.3264 toesas, con lo que la diferencia quedaba en 0.3125 toesas. Tanto este resultado como el obtenido por el grupo de Bouguer cubrían sobradamente las expectativas de precisión de todos los miembros de la compañía.

Sin embargo, no estará de más realizar una re-

[107] JUAN, *Observaciones...*, p. 166.

flexión sobre el conjunto de los trabajos que hemos analizado hasta ahora. Después de dos años de adversidades, los académicos llegaron a un resultado satisfactorio, lo que probablemente les ayudaría a emprender la observación de las estrellas con ánimos renovados. Pero no podemos olvidar las condiciones en las que fue obtenido este resultado.

Antes de la llegada a Quito, la división ha comenzado a marcar decisivamente las relaciones en el seno de la compañía. El desacuerdo entre sus miembros sobre la conveniencia de triangular un arco de paralelo o meridiano no fue zanjado por ellos mismos y, sobre todo, no lo fue en base a razonamientos netamente científicos, sino por la intervención directa tanto de la Academia como del secretario de Marina, Maurepas. Igualmente, durante la realización de los trabajos hemos visto aparecer numerosas dificultades de diversa índole cuyo tratamiento era prácticamente desconocido para nuestros expedicionarios; cuestiones fronterizas de la física del momento, tales como la refracción de la luz, la determinación de alturas con el barómetro o la dilatación de materiales ocuparon una parte importante de su tiempo, junto a la atención que hubieron de prestar a problemas más técnicos, como la división del limbo, la corrección del cuarto de círculo o el grabado del barómetro. Y, sin embargo, pocas veces se vislumbra la posibilidad de que alguna de las discusiones sobre temas parciales se conduzca por cauces verdaderamente conclusivos, y, en ningún caso, sobre la base de una consideración global de la misión.

En efecto, la polémica nunca estuvo planteada en su totalidad en términos científicos, llegando, incluso con demasiada frecuencia, a adquirir tintes de enfrentamiento personal. A pesar de la viru-

lencia de las disputas y de la enorme cantidad de cálculos farragosos y reiterativos realizados, las correcciones deducidas no llegarían a ser aplicadas por ninguno de los expedicionarios. Cada académico optó por superar las diversas cuestiones mediante aproximaciones o hipótesis más o menos arbitrarias, que, además, quedan casi siempre sin fundamentar. Por todo ello, pensamos que la aparente calidad del resultado final obtenido debe situarse en sus justos términos.

La larga lista de penalidades que tuvieron que afrontar, unida a la incertidumbre sobre los resultados parciales alcanzados, les indujo a buscar, por encima de cualquier otra consideración, el fin de esta fase de la misión. Objetivo que sólo sería alcanzado buscando una conclusión; es decir, jerarquizando el valor y significado de cada uno de los múltiples escollos que se les plantearon. Las dificultades de estos años dejarían además un poso de decepción y desconfianza sobre la viabilidad del proyecto, que veremos surgir de nuevo en la siguiente fase de sus trabajos. Pero no todo es desechable. Al margen de la bondad del resultado final, más allá del enfrentamiento y la esterilidad científica de los debates, queremos destacar el nuevo talante que comienza a surgir, sobre todo en La Condamine, sobre la necesidad de hipótesis de partida («pétitions de principes») que simplifiquen la reducción de tantas observaciones dispersas. Casi por instinto de supervivencia, comienza a germinar un nuevo modo de investigar la parcela de realidad que les había sido encomendada.

II. Las observaciones astronómicas

Concluida la fase geodésica de la misión, un nuevo conjunto de problemas y técnicas de observación entraba en juego. Básicamente, se trataba de determinar la posición de los extremos de la triangulación, y con ella la amplitud del arco de meridiano. La astronomía pasaba a ser la actividad prioritaria de los miembros de la compañía: la latitud y longitud geográficas su principal fuente de preocupaciones. Iniciamos este capítulo describiendo los métodos usuales de la época para la medida de estas coordenadas; exposición que será completada con el análisis del estado en que se encontraban las principales cuestiones astronómicas que preocuparon a los expedicionarios.

DETERMINACIÓN DE LA LATITUD

El método comúnmente usado para determinar la latitud se apoyaba sobre la observación de la máxima altura del sol al cénit. En realidad se sabía que, teóricamente, era preferible utilizar cualquier otra estrella, ya que su declinación, en la práctica, podía considerarse constante. Sin embargo, por razones de comodidad y debido a la gran experiencia acumulada en observaciones diur-

nas, era el Sol el astro elegido para la determinación de las coordenadas geográficas.

Siendo ZNS (fig. 20) el triángulo de posición del Sol, S, donde Z es el cenit y N el polo norte celeste, sabemos que:

$$\cos z = \text{sen } l \cdot \text{sen } d + \cos l : \cos d : \cos h$$

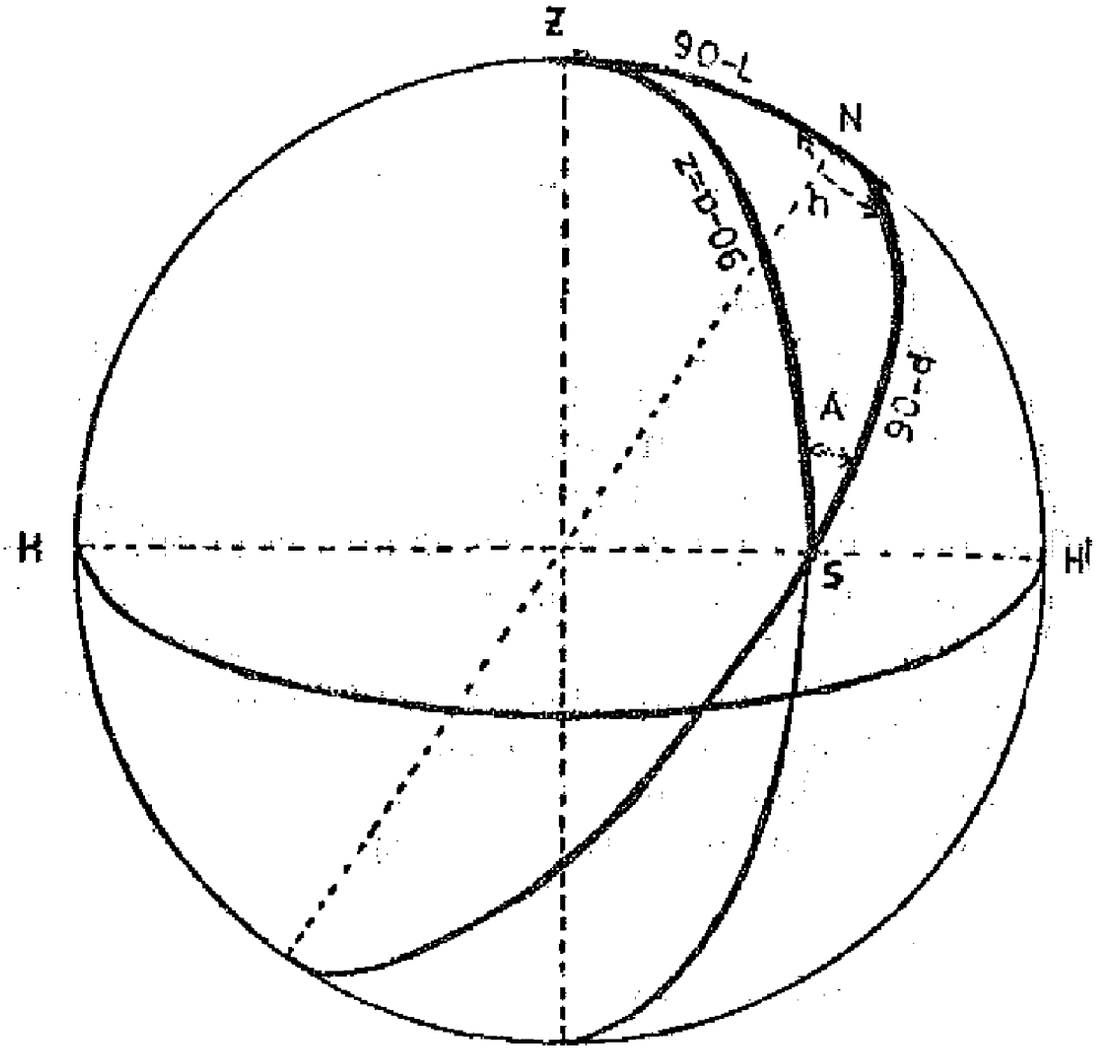


Figura 20

cuando el astro culmina, es decir, en el momento de paso por el meridiano del lugar, $h = 0$, y, por tanto.

$$\cos z_m = \cos (d - l)$$

luego $l = d - z_m$, que con toda generalidad puede escribirse en la forma

$$l = z_m \pm d$$

Así, pues, conociendo z_m puede calcularse l, sin más que extraer de las tablas correspondientes el valor de la declinación d para el día y hora en que se efectuó la observación. Las tablas de declinación del Sol, cuyo grado de exactitud comienza a ser apreciable a partir de los trabajos de Kepler, podían ser construidas conociendo la máxima oblicuidad de la eclíptica. Para ello, el método entonces empleado consistía básicamente en observar la altura al cénit del Sol los días del solsticio de verano e invierno y calcular la media entre las dos determinaciones. Vemos, pues, que todas las operaciones astronómicas mencionadas requerían observaciones precisas de la altura del Sol. El cálculo de la latitud, principal problema de la astronomía clásica —de momento dejamos para más adelante el de la longitud— requería el uso de tablas de declinación. Es por ello que, en palabras de Jorge Juan, el conocimiento de valor de la máxima oblicuidad de la eclíptica

> «...es la base de la Astronomía, y por consiguiente de la Geografía; y Navegación, y asimismo de otras muchas partes dependientes de esta Ciencia» [108].

Puesto que esta determinación fue realizada por los expedicionarios nada más llegar a Quito intentando evitar todas las posibles fuentes de error, nosotros la describiremos con detalle al objeto de profundizar sobre los procedimientos de la astronomía práctica del período a que se

[108] JUAN, *Observaciones...*, p. 2.

refiere nuestro trabajo. Aparte de las correcciones debidas a la precesión, aberración, paralaje, refracción o semidiámetro del Sol, las dos mayores dificultades a que hubieron de enfrentarse eran, de una parte, las relativas a la corrección del instrumento y, de otra, las debidas a la imprecisión con que se conocía el momento del paso por el meridiano.

Descripción del sector astronómico

El instrumento era un sector de Graham comprado en Londres por Godin. Considerado comúnmente como el mejor artesano constructor de su época, su elección teóricamente debe considerarse acertada, tanto más cuanto que se trataba de un instrumento de gran radio. Aparte de numerosos perfeccionamientos técnicos que mejoraron la instalación del anteojo y del micrómetro en los sectores astronómicos, su fama se extendió por Europa cuando Halley, Mollineaux o Bradley publicaron que la mayor parte de sus observaciones había sido realizada con instrumentos construidos en su taller. En 1729 construyó, junto con su ayudante Simpson, un sector cenital de 24 ½ pies de radio que permitía cotas de precisión hasta entonces no igualadas. Con él Bradley concluyó las observaciones que le condujeron al descubrimiento de la aberración, momento a partir del cual comenzó a suponerse que había quedado definitivamente resuelto el problema de la estabilidad y flexibilidad de los instrumentos de gran radio. Pronto veremos en qué medida era cierto.

El instrumento, tal y como lo describe Bouguer (fig. 21), era como sigue:

> «L'instrument dont nous nous sommes servit est formé d'un limbe de cuivre exactement divisé par

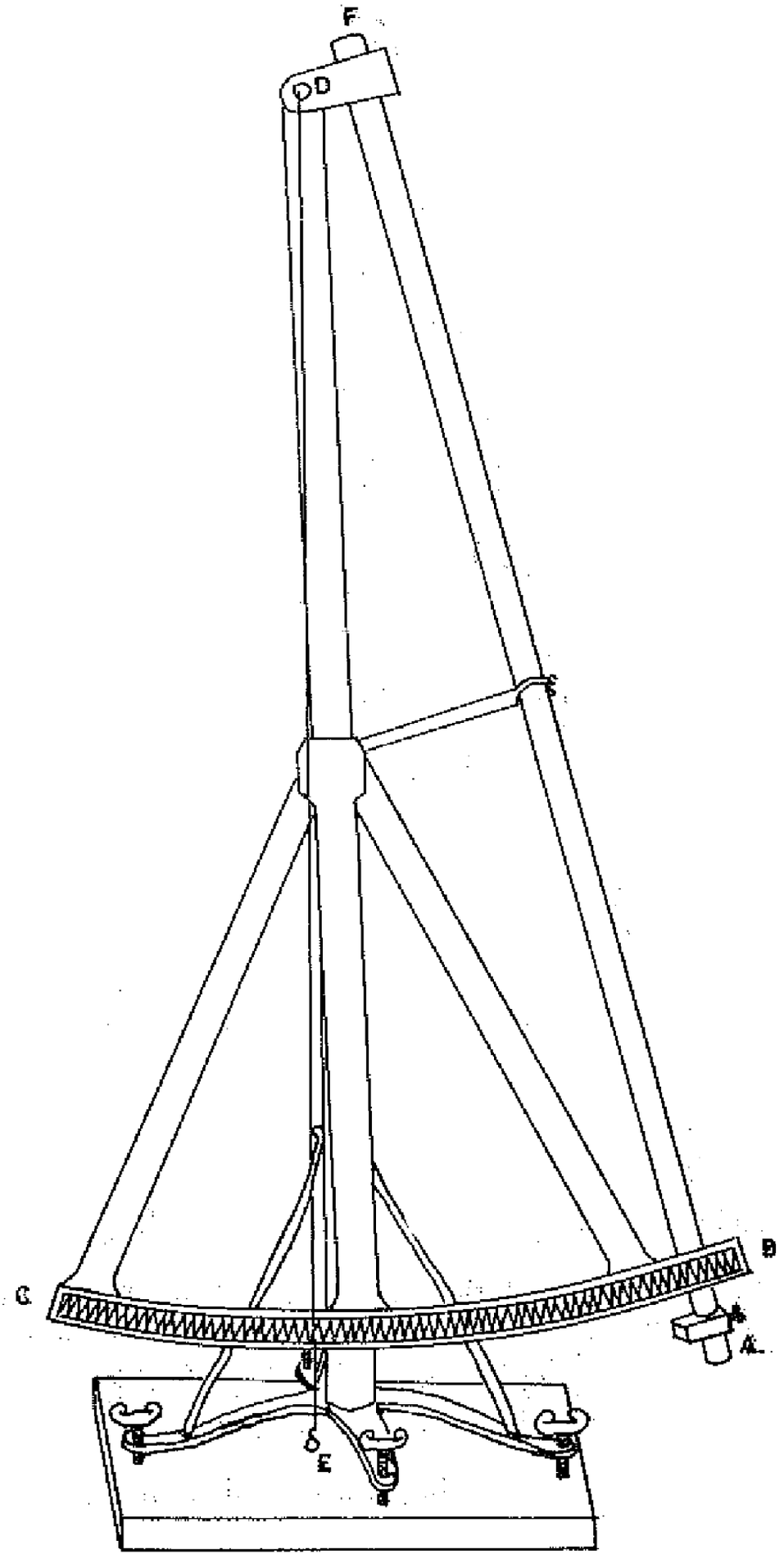


Figura 21

des points de minute en minute et subdivisé mais avec moins de precision de cinq en cinq secondes par des transversalles: deux barres ou Regles de fer d'environ cinq pieds de long et fortifiées par d'autres placées derrière et mises de champs partent des deux extremités de ce limbe et vont se joindre en haut à une troisieme Regle de fer qui part du milieu cette dernier de même que cette qui est de champ derrière est prolonguée jusqu'à 12 pieds de hauteur pour soutenir le centre et le bout objetif de la lunette qui est armée d'un micrometre et qui a douze pieds de longueur est non seulement arrestée par les deux extremités mais aussi par le milieu par le moyen d'un bras de fer qui vient se rendre à la jonction des trois premières barres. Enfin tout l'instrument est soutenu par un Genouil sur un pied comme les quarts de circles ordineure» [109].

Destaca de esta descripción, así como de la efectuada por Juan, la gran cantidad de detalles relativos a la estabilidad y rigidez del artefacto [110]. Desde antiguo, una de las aspiraciones más sentidas de los artesanos y astrónomos había sido la de construir sectores de gran radio, pues con ellos era posible observar estrellas de día y alcanzar crecientes grados de precisión en las medidas angulares. Sin embargo, los artesanos no se atrevían a realizarlos debido a las graves dificultades técnicas.

«El único defecto —escribe Juan—, que después se le notó, fue que la barra de hierro (central), siendo tan larga, y estando tan poco sujeta, pues no tenia más del anteojo, que le pudiera servir de apoyo, al

[109] P. BOUGUER, «Relation des observations faites à Quito de l'obliquité de l'Ecliptique au dernier solstice de 1736 et au premier de 1737 avec un instrument de 12 pieds de Rayon». Memoria de 19 páginas fechada en Quito el 14 de octubre de 1737 y que se conserva en AOP, ms. A-2-4.

[110] Ver lo que sobre este punto se dice en M. DAUMAS, *op. cit.*, pp. 239 ss.

menor movimiento temblaba, u oscilaba de suerte, que comunicándole el propio movimiento al perpendículo, hacía dificultoso el estimar el paraje transversal, que cortaba éste"[111].

En realidad no era éste el único defecto que finalmente les decidió a construir un nuevo instrumento. Pese a ello, las anteriores palabras de Jorge Juan son casi escandalosas vistas desde nuestra perspectiva actual. ¿Acaso puede presentarse como insignificante un defecto que hacía inútiles cualquier tipo de observaciones realizadas con el instrumento? Desde el primer momento nos intrigó una ligereza tan notable en astrónomos que pertenecían a la Academia de Ciencias de París. En la literatura manuscrita, memorias no impresas y correspondencia, hemos encontrado una explicación satisfactoria. Una vez que los académicos comprobaron la tosquedad de sus observaciones durante 1736 y 1737, decidieron de común acuerdo mantener en secreto unos trabajos que muy poco avalaban sus cualidades. La polémica entre Bouguer y La Condamine haría que este y otros temas salieran a la luz. El texto de Juan, primer expedicionario que publicó la memoria de resultados, no es sino una discreta mención al asunto. Una memoria de Bouguer que desgraciadamente no fue impresa y que contiene interesantes consideraciones sobre las circunstancias en que se efectuaron las observaciones, nos aclara lo que venimos diciendo:

«Depuis que j'y ai réflechi, j'ai jugé que la lunette du secteur qui nous servit à l'observation de l'obliquitié de l'écliptique était desvié du plan de l'instrument de plus de 10 ou 12 minutes; ce qui nous obligeait en dirigeant le limbe et metant le secteur verticalement de l'éloigner de la direction du méri-

[111] JUAN, *Observaciones...*, pp. 4-5.

dienne de plus de 8 à 9 degrés. Nous nous serions donc trompés de presque une minute sur la distance d'Orion au zenith. Car l'erreur sur l'observation, comme on le démontre aisément, et comme je l'ai fait voir p. 223 et suivants du livre de la Figure de la terre, est sensiblement égale dans ce cas, au carré de la déviation de la lunette divisée par le double de la distance de l'étoile au zenith. Heureusement je prenais un parti qui sauvait la plus grande partie du mal. Tous voulaient absolument que l'observation se fit à l'instant de la mediation; on n'était absolument occupé que de cette seule attention dont on faisait tout dependre. D'un autre côté je ne pouvais pas me fermer les yeux et me dissimuler le trop quand écart du limbe par rapport au plan de meridienne que les observations précédentes sur le ☉ m'avoient fait connaître à peu près. Je prenais, une espéce de milieu par nous satisfaire tous, en faisant perdre au secteur la situation verticale. C'est ce qui nous rapprochait du vrai, et ce qui a été cause que les observations dont il s'agit ne se sont pas trouvées extrêmement defectueuses...» [112].

Si anteriormente hemos comentado que La Condamine intentó atribuirse un protagonismo excesivo en los trabajos realizados por la compañía, otro tanto puede decirse de Bouguer. Puesto que a pesar del indudable esfuerzo desplegado por todos los científicos quedaron numerosos puntos oscuros e insuficientemente justificados, cada uno en el momento más álgido y violento de la polémica quiso culpar a su opositor de aquellas deficiencias. Si, por consiguiente, Bouguer tampoco consiguió convencernos de su superioridad, dejaremos definitivamente de lado este tema eludiendo la frivolidad de emitir nosotros un juicio a posteriori. En cambio, lo que sí queda claro es que las memorias ocultarán bajo una prosa cien-

[112] P. Bouguer, «Remarques historiques et critiques sur les observations faites au Perou de la distance de l'étoile d'Orion au zenith». AOP, ms. C-2-7, pp. 10-11.

tifista algunos de los problemas que finalmente resolverían según criterios no explicitados.

Pero volvamos sobre la cuestión de las correcciones que era preciso efectuar sobre cualquier medida hecha con el sector de 12 pies de radio. No nos ocuparemos aquí del examen de las divisiones del limbo, tema que hemos tratado en otro lugar.

La primera corrección consistía en determinar la verdadera posición del eje óptico. Para ello se elegía una estrella cuya altura meridiana al cénit fuese pequeña para que el efecto de la refracción afectase mínimamente. Sobre ∈-Orionis se hicieron observaciones en Quito entre el 9 de enero y el 1 de febrero de 1737, anotando como resultados las lecturas interior y exterior que definía el anteojo sobre el limbo: entre ambas tendría que pasar el eje óptico del instrumento [113]. La media de los ángulos interiores (fig. 22), ODG, era 0° 58′ 19″,5, y la de los exteriores, ODI, valía 1° 22′ 55″,5. Su semisuma de 1° 10′ 37″,5 nos permite encontrar el valor de IDH, 12′ 18″, que será la corrección que debe aplicarse sobre cualquier observación realizada.

En junio de 1737, usando el mismo método y también la estrella ∈-Orionis, encontraron para la corrección el valor de 11′ 53″. Justifica Jorge Juan la diferencia por

> «...haberse mudado para las observaciones de este Solsticio (el de verano) los hilos del Micrómetro del Instrumento» [114].

¿Qué garantías sobre la exactitud de las medidas podían albergarse con un instrumento que sufría desajustes de 13″,5 entre dos verificaciones

[113] JUAN, *Observaciones...*, pp. 6-7.
[114] JUAN, *Observaciones...*, p. 16.

separadas por seis meses? No será necesario insistir de nuevo sobre las precarias circunstancias en que se efectuaron las observaciones. Tampoco nos extrañará que como consecuencia de las operaciones conducentes a la determinación de la máxima oblicuidad de la eclíptica se produzcan

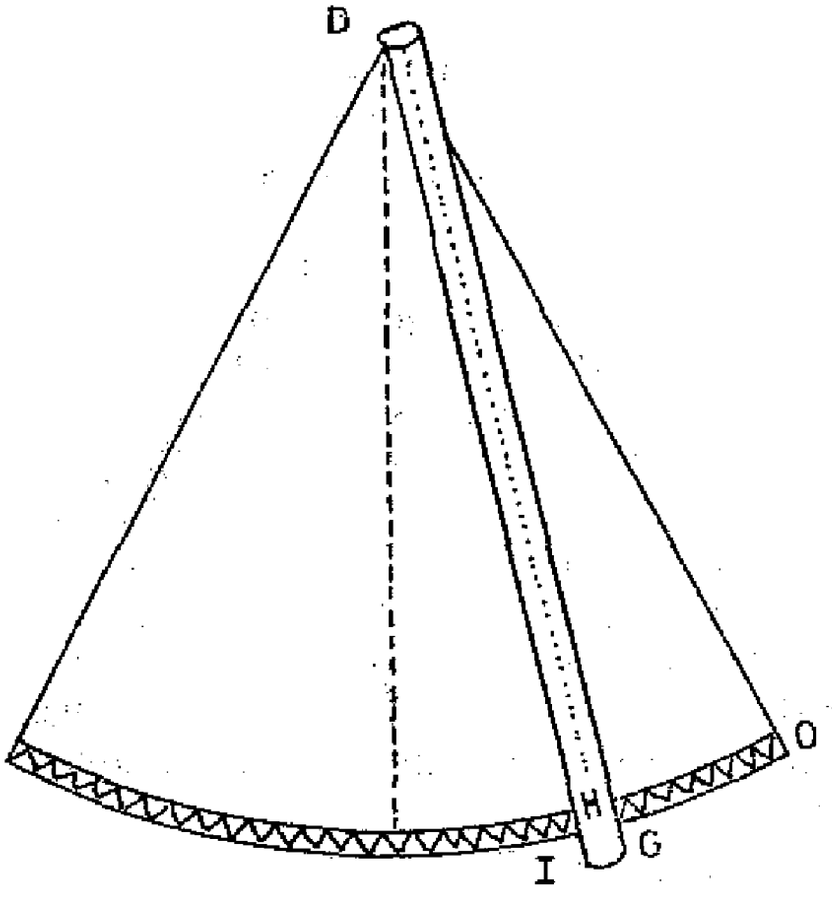


Figura 22

nuevas disensiones internas entre los distintos miembros de la compañía. Para nosotros lo más interesante será comprobar que a partir de ellas asistiremos a una casi obsesiva preocupación por la precisión de sus operaciones geodésicas y astronómicas.

De gran importancia también será la corrección debida a la posición del centro del instrumento.

Desde el punto C (fig. 23) pendía una plomada cuyo hilo indicaba la división del limbo correspondiente al ángulo observado. El problema era determinar si C equidistaba de los pun-

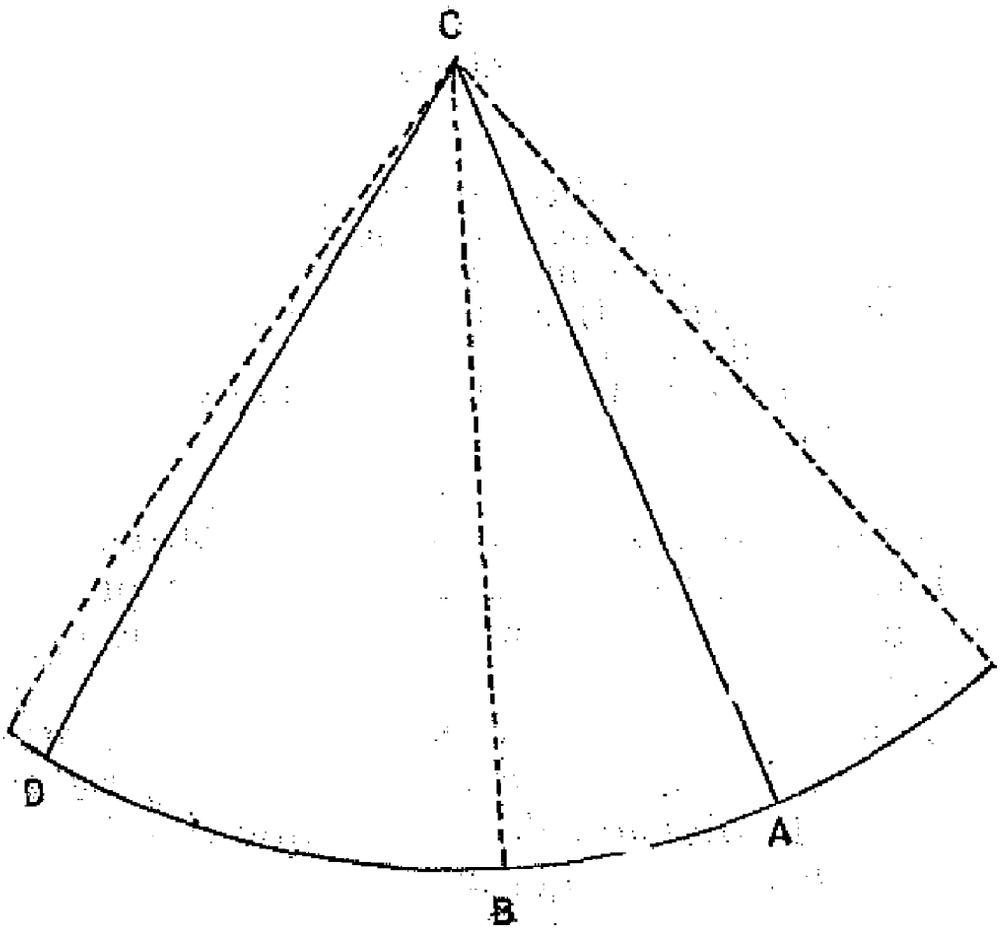


Figura 23

tos D, B, A, ... Para ello se realizaron las tres operaciones siguientes:

a) Con un compás de vara se comprobó que, trasladada sobre el limbo, una toesa correspondía a un arco de 28° 58′ 43″, de donde podía deducirse que el radio era de 11 pies 11 pulgadas 10,64 líneas en lugar de 12 pies.

b) Se midió el radio que unía el centro C con la división del limbo 13° 30′, resultando ser de $11^{p}\,11^{po}\,10{,}46^{lin}$. Por tanto, el verdadero centro

del instrumento distaba $0{,}18^{lin}$ más en la división 13° 30′.

c) Se comprobó que la distancia desde C al cero de la división era mayor que la existente al punto 25° 30′ en una línea.

Alarmados por la imprecisión con que estaba construido el sector, quisieron realizar nuevas verificaciones, pero

> «...il nous etoit difficile de prendre d'autres mesures. L'instrument etant monté et nous avions à craindre qu'en le mettant à terre il ne reçut quelques changement; ainsi il est devenu comme necessaire de chercher par ces seules données la position du centre actuel par raport au vrai centre» [115].

Una vez conocidos los desajustes sufridos por el micrómetro, no nos extraña que se prefiriese dejar las cosas tal cual antes de arriesgarse a desmontar el instrumento.

Los datos de que disponían probaban que el centro real del sector estaba más bajo y próximo al cero de la división del limbo que donde lo había situado el constructor.

El arco ab (fig. 24) respecto de C debía ser sustituido por el AB referido al verdadero centro K del instrumento:

$$AB = ab - Aa + bB$$

Por un sencillo método que no reproduciremos encontraron que la corrección

$$-Aa + bB$$

era aproximadamente de 10″. En resumen, la corrección total que debía realizarse sobre cual-

[115] P. BOUGUER, «Relation des observations faites à Quito...». AOP, ms. A-2-4 p. 9.

quier observación efectuada con este sector era de 12′ 17″.

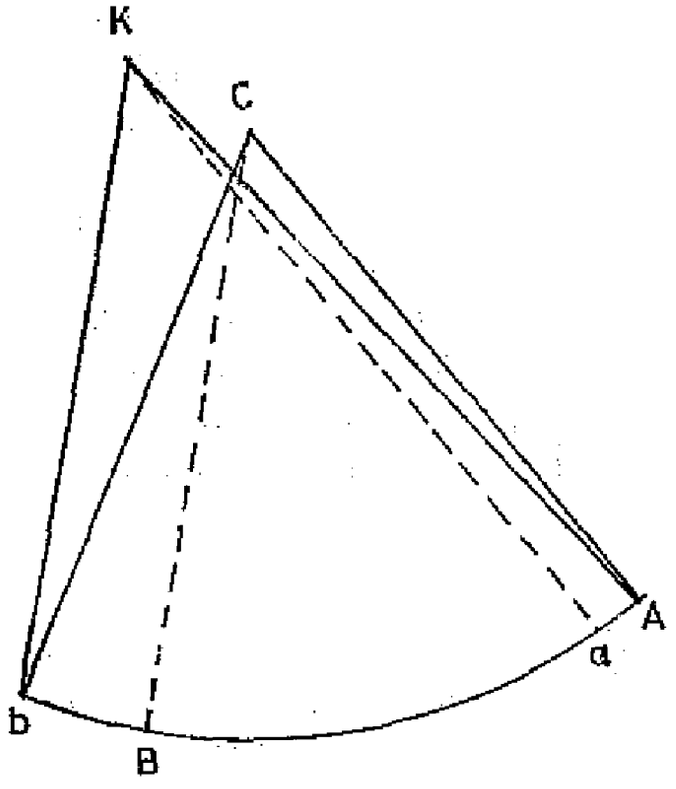


Figura 24

EL MÉTODO DE LAS ALTURAS CIRCUNMERIDIANAS

La tabla que sigue recoge las distintas observaciones de la altura del Sol los días del solsticio de invierno de 1736 y verano de 1737.

Fecha	*Limbo del Sol observado*	*Altura del Sol aparente* (°.′.″)
21-12-36	Austral	23.19.03
23-12-36	Austral	23.17.49
24-12-36	Austral	23.16.41
25-12-36	Austral	23.14.51
27-12-36	Austral	23.09.51
20-06-37	Septentrional	23.44.57
21-06-37	Septentrional	23.45.08
22-06-37	Septentrional	23.44.56
23-06-37	Septentrional	23.44.03
24-06-37	Austral	23.11.30

El objetivo concreto de estas observaciones era determinar el día y la hora de máxima y mínima declinación del Sol. El procedimiento práctico usual consistía en seguir al astro en su movimiento ascendente hasta que se invertía el sentido de dicho movimiento. En primera aproximación se identificaba altura máxima con altura meridiana, lo cual no es necesariamente cierto; además, dadas las características de los instrumentos de la época, lo único que podía asegurarse era que las observaciones se realizaban en las proximidades de la culminación del Sol. Por tanto, la fórmula

$$l = z_m \pm d$$

proporcionaba un valor aproximado de la latitud. La determinación de la latitud por observaciones tales como las descritas recibe el nombre de método de las alturas circunmeridianas.

La conocida fórmula

$$\cos z = \operatorname{sen} l : \operatorname{sen} d + \cos l : \cos d : \cos h$$

puede escribirse sin dificultad en la forma

$$\operatorname{sen} a_o = \cos (d - l) - 2 : \cos l \cdot \cos d \cdot \operatorname{sen}^2 \left(\frac{h}{2} \right) \quad (1)$$

sin más que sustituir

$$z = 90 - a_c$$

$$\cos h = 1 - 2 \cdot \operatorname{sen}^2 \left(\frac{h}{2} \right)$$

siendo a_c la altura circunmeridiana observada.

Si admitimos que la declinación permanece constante en el intervalo de tiempo que media

entre la observación circunmeridiana y la meridiana a_m, resulta que

$$a_c = f\left(\operatorname{sen}^2 \frac{h}{2}\right)$$

donde por el desarrollo de Taylor y despreciando los términos de segundo orden, ya que h puede considerarse pequeño, tenemos:

$$a_m = a_c + \frac{2 \cdot \cos l \cdot \cos d}{\operatorname{sen}(l - d)} \cdot \operatorname{sen}^2\left(\frac{h}{2}\right)$$

Si expresamos h en minutos de tiempo y t representa este número, entonces

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{h}{2}\right) = \frac{15 \cdot t^2}{2} \cdot \operatorname{sen}^2(1'')$$

y, por tanto,

$$a_m = a_c + \alpha t^2 \qquad (2)$$

donde

$$\alpha = \frac{\cos l \cdot \cos d}{2 \operatorname{sen}(l - d)} \cdot 900^2 \operatorname{sen}(1'')$$

El método práctico comúnmente usado en el siglo XVIII consistía en la observación de varias alturas circunmeridianas. Supongamos que a_1 y a_2 han sido observadas en los tiempos t_1 y t_2, aplicando (2) tendremos:

$$\begin{aligned} a_m &= a_1 + \alpha t_1^2 \\ a_m &= a_2 + \alpha t_2^2 \end{aligned} \qquad (3)$$

es decir,

$$a_m = \frac{a_1 + a_2}{2} + \alpha \frac{t_1^2 + t_2^2}{2}$$

o lo que es igual

$$a_m = \frac{a_1 + a_2}{2} + \alpha\left(\frac{(t_2 + t_1)^2}{4} + \frac{(t_2 - t_1)^2}{4}\right)$$

Eliminando $t_1 + t_2$ mediante (3) y haciendo $t_2 - t_1 = I$, encontramos finalmente:

$$a_m = \frac{a_1 + a_2}{2} + \alpha\left(\frac{I}{2}\right)^2 + \frac{1/16 \cdot (a_1 - a_2)^2}{\alpha\left(\frac{I}{2}\right)^2}$$

que como vemos no exige la determinación absoluta del momento de la observación.

Aunque inicialmente hemos supuesto que la declinación del Sol permanecía invariable, es evidente que sufría una variación que, aún siendo pequeña, debía tomarse en consideración. Además se identificaba altura máxima con altura meridiana, pero es evidente, según (1), que sólo en el supuesto de ser constantes l y d ello era cierto. Veamos el error que se introduce por esta simplificación y el modo de corregirlo empleado por los expedicionarios.

En el momento de la culminación,

$$a = 90 - (l - d)$$

luego en sus proximidades,

$$\Delta a = \Delta d$$

suponiendo l = cte. y que d varía en el tiempo transcurrido entre dos observaciones consecutivas. De modo que

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

es la variación de la declinación en un segundo. Entonces,

$$a_c = a_m - \alpha t^2 - tv$$

cuando la altura a_c es máxima,

$$\frac{da_c}{dt} = -2\alpha t - v = 0 \quad || \quad t = -\frac{v}{2\alpha} \qquad (4)$$

y, por tanto,

$$a_{max} = a_m + \frac{v^2}{4\alpha}$$

donde $v^2/4\alpha$ es el error que se comete al identificar altura máxima con altura meridiana.

Veamos el razonamiento que finalmente realiza Jorge Juan para corregir sus observaciones de la variación en declinación del Sol entre dos observaciones consecutivas. Sean t_{ij} y d_{ij} las variaciones del tiempo y declinación desde la observación número i a la número j e indicaremos con 0 el momento del solsticio. Según hemos visto por (4), la condición de altura máxima se cumple cuando:

$$t = -\frac{v}{2\alpha} = -\frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

y, en general, explica Juan, puede escribirse la igualdad

$$d_{ij} = \frac{t_{ij}^2}{2} \qquad (5)$$

que puede ser utilizada para calcular t_{oi}, es decir, el tiempo transcurrido desde el momento del solsticio hasta el de la observación i. Con tres determinaciones de la altura y los incrementos

de tiempo entre ellas, puede encontrarse el tiempo en que el Sol alcanzó su máxima declinación; t_{o2}, por ejemplo, sería

$$t_{o2} = \frac{t_{23}^2 d_{12} + d_{23} t_{12}^2}{2 t_{12} d_{23}}$$

Como vimos, se hicieron cinco observaciones que combinadas entre sí podían proporcionar hasta diez valores diferente para t_{o1},

> «...pero como no puede dejar de ocasionarse el yerro de 4, o 6 segundos en ellos, cualquiera de éstos es suficiente, para que los valores (...) no den el tiempo, en que sucedió el solsticio a la hora precisa» [116].

En efecto, el cálculo que él mismo realiza muestra que las tres primeras observaciones dan el solsticio el día 20 a las 1^{h}33′ de la tarde, mientras que la segunda, tercera y cuarta lo predicen para el 22 a las 9^{h}8′30″ de la mañana. La variación es tan espectacular que debe modestamente reconocer la existencia de errores de bulto:

> «Debemos pues corregir nuestras observaciones de suerte, que guardando dicha ley, no disten mucho de lo observado o se alteren lo menos que sea posible, aumentando en la misma cantidad pequeña, que se disminuye la muy grande» [117].

De modo que la ley de variación de la declinación con el tiempo, atribuida a Gregory y Wolf, que «se ha de guardar inviolablemente en tiempo, que este Astro está en las cercanías de los Trópicos» no se cumple, según Juan, debido al excesivo tiempo transcurrido entre el conjunto de todas las observaciones. Arreglando los valores de

[116] JUAN, *Observaciones...*, p. 13.
[117] JUAN, *Observaciones...*, p. 13.

la altura del Sol según criterios no explicitados y que suponemos bastante arbitrarios, concluye la siguiente tabla:

Fecha	*Posición verdadera del sol*	*Pos. verdadera (correc. declinación)*	*Fecha y hora del solsticio*
21-12-36	23º15′ 9″ ¾	23º15′ 9″ ¼	
23-12-36	14 5 ¾	14 8 ¾	
24-12-36	12 57 ¾	12 54 ¼	21-12-36
25-12-36	11 7 ¾	11 8 ¼	23h 15m 9º¼
27-12-36	6 7 ¾	6 12 ¼	
20-06-37	23.41.21 ¼	23.41.17 ½	
21-06-37	41.32 ¼	41.32	21-06-37
22-06-37	41.20 ¼	41.37 ½	12h
23-06-37	40.27 ¼	40.34	
24-06-37	39.28 ¼	39.21 ½	

La semisuma de los valores medios de la declinación del Sol en los solsticios de verano e invierno es la máxima oblicuidad de la eclíptica, cuyo valor 23°28′20″⅝ es redondeado hasta 23°28′20″ [118].

Antes de concluir el tema aborda Jorge Juan la cuestión de la disminución de la máxima oblicuidad con el tiempo. Aunque la mayor parte de los datos de otros astrónomos que posee parecen confirmar la tesis del caballero de Louville de la variación secular, Juan opina que la imprecisión de las medidas antiguas no permite extraer ninguna conclusión definitiva.

Las observaciones que acabamos de estudiar no pueden considerarse demasiado brillantes, salvo por el hecho de evidenciar de manera consciente y pública las dificultades inherentes a cualquier aspiración a determinaciones astronómicas suficientemente precisas. El objetivo final era cons-

[118] Los valores obtenidos por Bouguer y La Condamine fueron 23° 28′ 32″ y 23° 28′ 27″, respectivamente.

truir una tabla de declinaciones del Sol que posibilitase el cálculo de la latitud geográfica. En este punto, Jorge Juan realiza una contribución de gran valor técnico, pues la tabla que incluye a modo de conclusión está construida dejando variable el valor finalmente adoptado para la máxima oblicuidad de la eclíptica. Ello, además de ser una novedad para su época, dejaba abierto el portillo para la aceptación de su disminución secular [119].

Terminaremos este apartado analizando las observaciones efectuadas para el cálculo de la latitud de ocho puntos geográficos, según datos obtenidos por todos los miembros de la expedición. La tabla siguiente resumen lo efectuado en este sentido:

Observadores	*Lugar*	*N.º de observaciones*	*Latitud media*	*Desviación típica*
Juan-Ulloa . . .	Cartagena	18	10º26′ 0,6″	44,8″
Godin-Juan-Ull.	Quito	16	0 13 36	21
Godin-Juan-Ull.	Caracol	10	1 37 48	38
Godin-Juan-Ull.	Guayaquil	27	2 11 15,3	30,5
Godin-Juan-Ull.	Panamá	15	8 57 53,3	32,5
Juan-Ulloa . . .	Lima	11	12 3 35,5	10,5
Godin-Bouguer-La Condamine Juan - Ulloa.	Portobelo	15	9.33.56	40,3
Godin-Bouguer-La Condamine Juan - Ulloa.	Cartagena	8	10.26. 2	43.34

Un error medio de 30″ debe ser considerado tanto en términos absolutos como relativos excesivamente grande, ya que si la determinación de la amplitud del arco de meridiano triangulado se

[119] Dicha tabla se encuentra en Juan, *Observaciones* pp. 52-64.

hubiese efectuado con esa precisión habría que considerar completamente fracasada la misión: un error en la distancia mayor de 400 toesas por grado no hubiese podido validar ninguna de las teorías contrapuestas. Pronto veremos que para determinar la amplitud del arco de meridiano construyeron nuevos instrumentos que mejoraron notablemente la calidad de los resultados.

Determinación de la longitud

Para calcular la longitud de un lugar bastaba con determinar el momento exacto en que sucedía un fenómeno celeste y compararlo con la hora a que había sido observado en un punto de referencia. Dicho fenómeno podía ser un eclipse, un paso de planeta por el disco solar o las inmersiones o emersiones de los satélites de Júpiter. Esto era sobradamente conocido; el problema era determinar la hora cuando, como se sabe, hasta la segunda mitad del siglo XVIII no se disponía de cronómetros.

El método empleado para poner en marcha un péndulo horario —péndulo que batía segundos— presuponía necesariamente fijar el mediodía solar verdadero por la observación del paso del Sol por el meridiano del lugar. Para ello se medía el intervalo de tiempo transcurrido entre los pasos del Sol por dos puntos situados a ambos lados del meridiano y cuya altura sobre el horizonte fuese la misma. Este método es el denominado de las alturas correspondientes. Sean H_c y H'_c las horas que marca el péndulo (fig. 25) cuando el Sol tiene una misma altura. Entonces, si la declinación

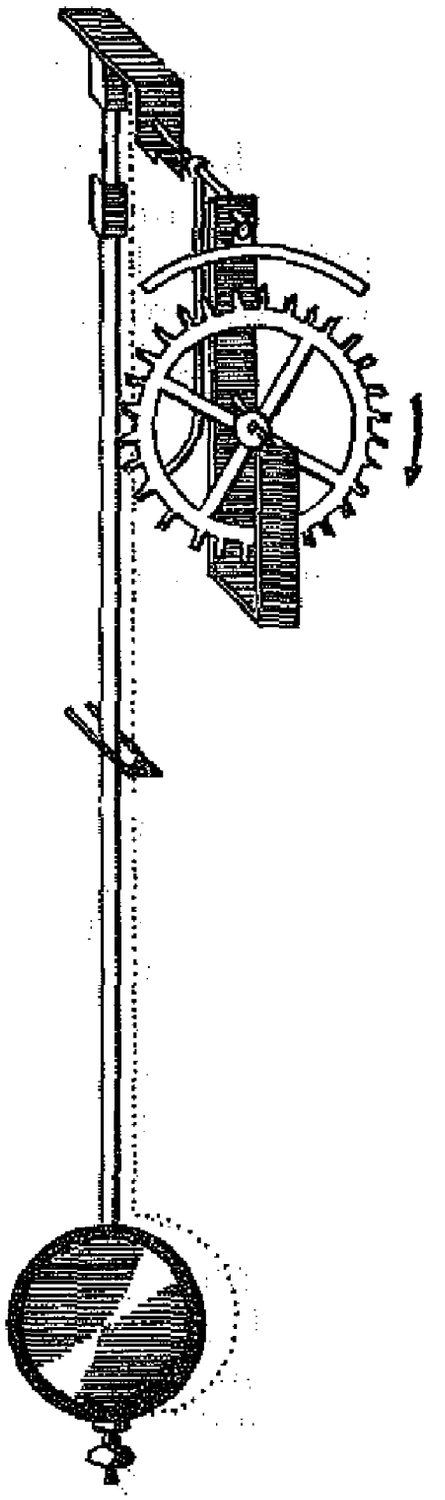


Figura 25

fuese constante, el mediodía viene dado por la fórmula:

$$H_m = H_c + \frac{H'_c - H_c}{2} \qquad (1)$$

Puesto que varía la declinación, hemos de calcular la corrección aplicable a (1) que será igual a la mitad del incremento que recibe el ángulo horario entre las dos alturas correspondientes debido al cambio de declinación (fig. 26).

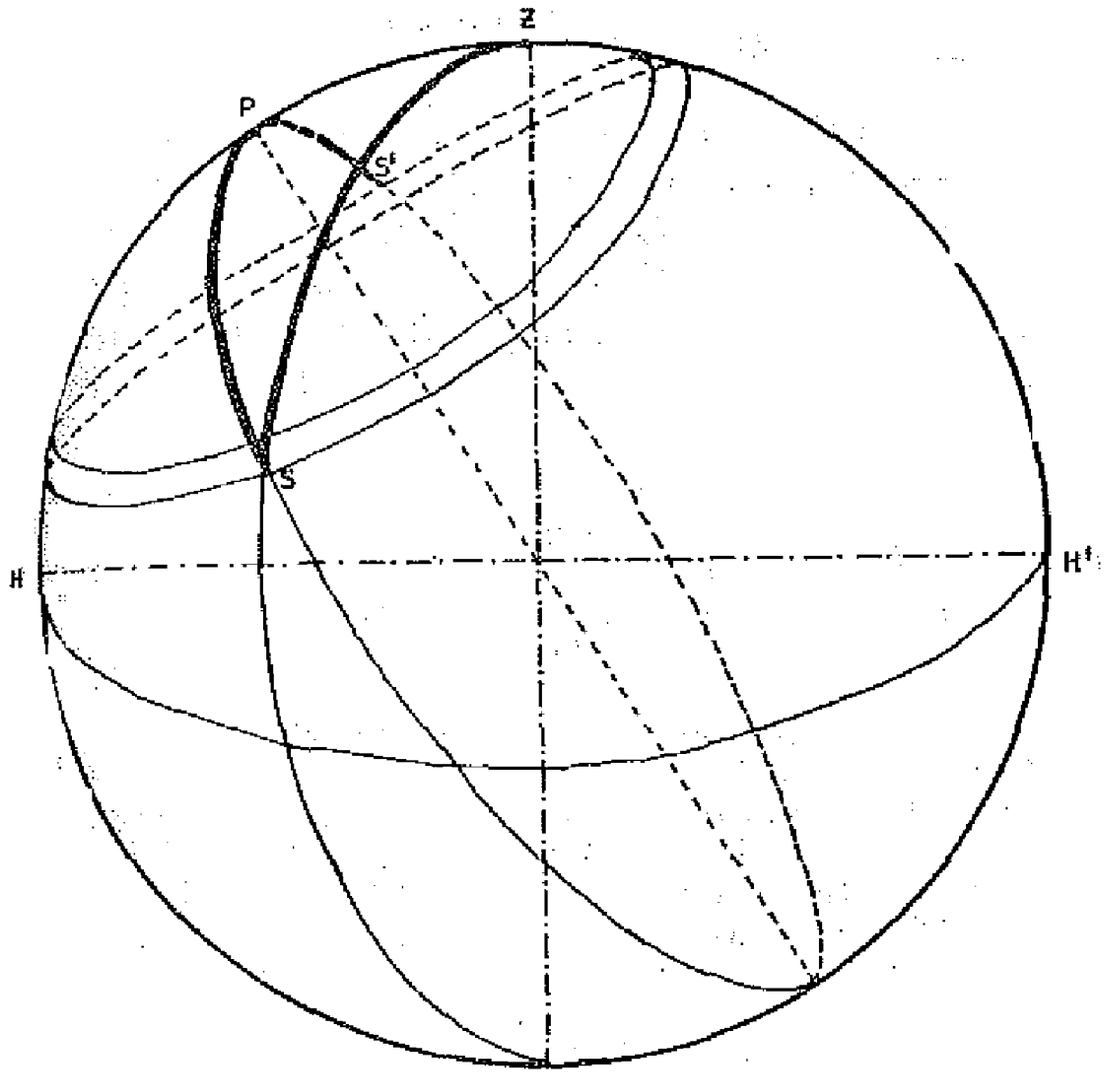


Figura 26

En el triángulo de posición PSZ se verifica que:

$$\text{sen } a = \text{sen } l \cdot \text{sen } d + \cos l \cdot \cos d \cdot \cos h$$

expresión que diferenciada respecto de d, suponiendo l y a constantes, nos permite encontrar la variación del ángulo horario h [120].

[120] Juan encuentra esta fórmula, pero siguiendo un

$$\Delta h = \Delta d \cdot (\text{tag } l \cdot \text{cosec } h - \text{tag } d \cdot \text{cotg } h)$$

de donde la corrección, en segundos de tiempo, sería:

$$\epsilon = \frac{\Delta h}{30} = \frac{\Delta d}{30} (\text{tag } l \cdot \text{cosec } h - \text{tag } d \cdot \text{cotg } h) \quad (2)$$

Hasta aquí la teoría del método de las alturas correspondientes; veamos con un ejemplo concreto tomado de las *Observaciones*... de Jorge Juan su realización práctica [121]. La tabla que reproducimos recoge las alturas y horas a que fue observado el 6 de marzo de 1741 en Lima el limbo del Sol que se indica.

Hora de la mañana	*Limbo del sol*	*Altura observada*	*Hora de la tarde*	*del péndulo Mediodía*
$8^h\ 24^m\ 5^s$	Superior	37°	$3^h\ 32^m\ 39^s$	$11^h\ 58^m\ 22^s$
$8^h\ 26^m\ 17^s$	Inferior	37°	$3^h\ 30^m\ 27^s$	$11^h\ 58^m\ 22^s$
$8^h\ 28^m\ 12^s$	Superior	38°	$3^h\ 28^m\ 33^s$	$11^h\ 58^m\ 22{,}5^s$
$8^h\ 30^m\ 25^s$	Inferior	38°	$3^h\ 26^m\ 20^s$	$11^h\ 58^m\ 22{,}5^s$
$8^h\ 32^m\ 17^s$	Superior	39°	$3^h\ 24^m\ 27^s$	$11^h\ 58^m\ 22^s$
$8^h\ 34^m\ 30^s$	Inferior	39°	$3^h\ 22^m\ 15^s$	$11^h\ 58^m\ 22{,}5^s$

El valor medio de los cinco valores del mediodía será entonces $11^h\ 58^m\ 22^s{,}25$, que como vemos sólo se aparta de los valores encontrados en $0^s{,}25$ de tiempo. Siendo $l = 12°\ 2'\ 40''$, $h = 52°\ 30'$ —es decir, $3^h\ 30^m$ media aproximada del intervalo

procedimiento más complejo introducido por MAUPERTUIS en su *Astronomie nautique* (1743). Básicamente consistía en encontrar todas las expresiones en función de senos y cosenos solamente. Ver lo que sobre ello se dice en J. B. DELAMBRE, *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle*, París, 1827, pp. 352 ss.

[121] JUAN, *Observaciones...*, p. 67 ss.

entre las dos observaciones correspondientes—, $d = 5° 24'$ y $\Delta d = 408''$, la corrección que hemos de aplicar, según (2), será $\Delta h = 80''$, cuya mitad en segundos de tiempo nos da $\epsilon = 2^s,66$ .Así, pues, el mediodía verdadero de la fecha en que se realizaron las observaciones sucedió a las $11^h\,58^m\,25^s$.

Vengamos ahora a la explicación de cómo se calculaba la hora verdadera en la que, por ejemplo, se observó la emersión del primer satélite de Júpiter. Supongamos, siguiendo a Jorge Juan, que dicho fenómeno ocurrió la noche del día 12 del mismo mes. Con el péndulo horario podemos medir el tiempo transcurrido hasta que el Sol volviese a culminar al día siguiente. Como ello siempre es posible, si suponemos que su altura máxima fue alcanzada a las 12^h, entonces como el número de oscilaciones dadas por el péndulo equivalía a $12^h\,22^m$, podemos suponer inicialmente que la emersión se produjo a las $11^h\,38^m$ de la noche anterior. Si el tiempo medio coincidiera con el verdadero y el péndulo fuese perfectamente isócrono nuestro problema estaría resuelto. Sin embargo, ello no era cierto.

Por las tablas existentes se sabía que en siete días el tiempo medio se atrasaba respecto del verdadero en $1^m\,57^s$. Por otra parte, el día 13 aplicando el método de las alturas correspondientes se encontró el mediodía a las $11^h\,59^m\,33^s$, es decir, en los mismos siete días el mediodía del péndulo se había adelantado $1^m\,8^s$. Ambos adelantamientos durante una semana suponían $3^m\,5^s$, o lo que es equivalente, $26^s,143$ por día. Conociendo, pues, la magnitud del adelantamiento del tiempo marcado por el péndulo sobre el tiempo solar medio y de éste sobre el tiempo solar verdadero, ya podemos calcular la hora exacta a la que ocurrió el fenómeno celeste mencionado. En las $12^h\,22^m$ transcurridas hasta el mediodía siguiente, el péndulo se

adelantó sobre el tiempo verdadero $4^s,25$, que sustraídos de la hora en que se produjo la culminación del Sol nos da el mediodía del 13 de marzo de 1741 a las $11^h\ 59^m\ 28^s,25$. Su complemento hasta las 12 horas en que se supuso dicha culminación es la corrección aditiva que debe añadirse a la hora que provisionalmente se adoptó para la emersión del satélite. En conclusión, ocurrió a las $11^h\ 38^m\ 31^s,25$ de la noche del día 12 de marzo.

Naturalmente, lo dicho para la longitud utilizando el método ideado por Galileo de los satélites de Júpiter es trasladable a aquellos otros que empleaban eclipses de Luna, pasos de planetas por el disco solar, ocultaciones de estrellas por la Luna o la distancia entre el Sol y la Luna. Si sus fundamentos teóricos estaban claros, su práctica proporcionaba errores de importancia debido a las insuficiencias de tipo técnico y, muchas veces, a la escasa formación de los pilotos y navegantes [122].

Concluiremos este capítulo destinando unas páginas al tema de la corrección de la posición aparente de los astros. Hablaremos de la refracción, paralaje, aberración y semidiámetro aparente del Sol. Nuestra primera intención era dar una breve noticia de cada una de ellas; sin embargo, conforme nos adentrábamos en el problema de la refracción pudimos comprobar que en sí mismo merecía un análisis más detallado; pensamos que su inclusión reporta numerosas e interesantes refe-

[122] Ver Ch. H. COTTER, *A history of nautical astronomy*, Londres, 1968, pp. 180 ss. También H. A. LLOYD, «Mechanical Timekeepers» in Ch. SINGER et al. (eds.) *A history of technology, III*, Oxford, 1957, pp. 648-675. Un tratamiento actual de estos temas puede encontrarse en I. I. MUELLER, *Spherical and practical astronomy as Applied to Geodesy*, New York, 1968.

rencias sobre la astronomía de la época. Nos parece que en un trabajo de historia de la ciencia ello está, al menos en este caso, suficientemente justificado. Para no alargar excesivamente nuestra exposición hemos preferido, en cambio, dar una escueta referencia sobre las otras correcciones.

La refracción astronómica

El tema de la refracción no adquiriría importancia para la astronomía hasta que los instrumentos de observación pudieron asegurar una precisión comparable al error introducido por este desplazamiento aparente en la posición de los astros. Aunque ello podría ser igualmente dicho respecto de la aberración o paralaje, razones de una parte prácticas y de otra teóricas harán que este tema adquiera mayor importancia durante las décadas finales del siglo XVII y primeras de la siguiente centuria.

En efecto, desde el punto de vista de la Astronomía práctica, puramente empírico, la corrección debida a la refracción es cuantitativamente más importante que las otras conocidas. Por lo demás, las primeras tablas debidas a Witelo, Kepler o Cassini, construidas en base a consideraciones teóricas insuficientes, exageraban el efecto de la atmósfera sobre la dirección del rayo luminoso. Los astrónomos, tratando de reducir al máximo las causas de error, generalizaron la práctica de limitar sus observaciones a astros próximos al cénit. Ello, sin embargo, no siempre era posible. Recordemos la importancia que para la astronomía poseía la determinación de la máxima oblicuidad de la eclíptica: cuando se estaba midiendo un ángulo sobre el horizonte inferior a 24°, no

existía la menor duda sobre la repercusión de la refracción. Importancia que se ve acrecentada si pensamos que el Sol era el astro más fácilmente observable y sobre el que se poseía mayor experiencia acumulada, lo cual determinaba que para usos prácticos, como por ejemplo la náutica, donde escaseaba la formación teórica de los pilotos y otros profesionales, todo lo referente al Sol adquiría un interés muy especial. No será necesario, pues, insistir en que para la Astronomía y el creciente auge de las navegaciones oceánicas el tema se encontraba entre los que requerían tratamiento prioritario.

Hemos hablado también de razones de orden teórico. La paulatina cristalización de las teorías ondulatoria y corpuscular de la luz, abiertamente enfrentadas, encontrará en el tema de la refracción uno de los lugares de encuentro donde más fructífero fue el debate. No pretendemos aquí sino apuntar cuál fue la solución sugerida por Newton. En la *Optica* había esbozado la necesidad de considerar la interacción entre luz y materia desde una perspectiva dinámica: entre las famosas Cuestiones incluidas en el Libro III, dos interrogantes sobre el tema mostraban el camino que, en su opinión, otros científicos habrían de seguir en la esperanza de obtener frutos para él vedados. La Cuestión 19 decía:

> "¿Acaso la refracción de la luz no se debe a la diferente densidad que presenta este medio etéreo en distintos lugares, al apartarse siempre la luz de las partes más densas de dicho medio »

Y en la primera, sobre la interacción luz-materia, formula esta inquietante pregunta:

> «¿Acaso los cuerpos no actúan a distancia sobre la

luz y, con su acción, doblan los rayos? ¿No es esta acción más fuerte a menor distancia?» [123].

La noción de corpúsculo, y la adopción de las sugerencias contenidas en ambos *Queries* como hipótesis previas de trabajo constituirán el núcleo fundamental para el desarrollo de la óptica newtoniana. Pero dejemos este punto para más adelante. De momento nos basta con reconocer el privilegiado lugar que ocupará el tema de la refracción para la astronomía y óptica del período. Siendo así, hemos creído oportuno dedicar las próximas páginas a describir su desarrollo entre las obras de Tycho y de Bouguer. A este último pertenecen varias memorias de importancia, cuyo análisis es necesario para la comprensión de la obra científica desarrollada durante la expedición geodésica. Bouguer, ante el inmenso espectáculo andino, se cuestionará la relación existente entre la presión y temperatura del lugar con la refracción astronómica.

Aunque Ptolomeo, Al-Kindi o Al-Hazen se ocuparon del tema, sólo un tratamiento cualitativo y ambiguo podemos encontrar en sus páginas. El enorme fondo de observaciones acumulado por Tycho junto a la tabla de refracciones publicada por Witelo, difusor de la obra de Al-Hazen en occidente, permitieron de una parte iniciar el esfuerzo para cuantificar el fenómeno, y de otra someter a revisión las tesis procedentes de la antigüedad y la cultura árabe. Desde una posición eminentemente empírica, Tycho, Wright, Riccioli... postularon la necesidad de considerar como fenómenos diferentes la refracción existente en las observaciones del Sol y las estrellas fijas. Tycho, por ejemplo, afirmaba que la franja angular de

[123] Los textos están tomados de la cuidadosa edición de la *Optica* (Madrid, 1977) realizada por Carlos Solís.

altura sobre el horizonte afectada por la refracción era de 20° para las estrellas más alejadas y de 45° para el Sol, alcanzando su valor máximo de 34′ en el horizonte.

Aunque los intentos de geometrizar los fenómenos luminosos son más antiguos, no será hasta Kepler cuando se individualice el problema de la refracción astronómica. Hasta él, todos los intentos para encontrar una ley explicativa se apoyaban sobre la tesis, ya insinuada por Ptolomeo, de que el ángulo de refracción era directamente proporcional al de incidencia. Ello permitía correcciones tanto más ajustadas cuanto menor era la altura al cénit, pero introducía tan graves y sistemáticos errores en otras observaciones que hacían de la refracción un tema postergado a segundo plano dentro de las investigaciones astronómicas.

El método de Kepler consistía básicamente en aislar las causas que provacaban el cambio de dirección en la luz, para inmediatamente intentar buscar una ley que relacionase los efectos observados con las causas supuestas. En su opinión, el ángulo de refracción variaba continua y proporcionalmente al de incidencia y, contra lo que pensaba Tycho, existía una corrección para cualquier ángulo de altura sobre el horizonte. Para la antigua idea, también insinuada por Ptolomeo, de que la densidad, o con mayor propiedad los cambios de densidad del aire, eran segunda causa de la refracción, Kepler buscará un criterio positivo que permitiese evaluar su efecto[124]. Puesto que

[124] Un cuidadoso y profundo análisis sobre los fenómenos luminosos desde la ciencia clásica hasta la obra de Kepler, puede encontrarse en A. FERRAZ, *Teorías sobre la naturaleza de la luz*, Madrid, 1974. Sobre el tema más específico de la refracción astronómica. E. y M. BRUIN, «The Equator Ring, Equinoxes and Atmopheric Refraction» *in Centaurus, 20, 89-111, 1976.*

la densidad del aire era considerada constante, toda la refracción se producía en el momento en que el rayo entraba en contacto con la atmósfera, que por razones de simplicidad era considerada como una superficie plana y paralela al horizonte del observador. La expresión que relacionaba el ángulo de incidencia i con el de refracción r era, según Kepler,

$$i - r \sim i \cdot \sec r$$

En 1620, W. Snell encontraba la ley que relaciona los ángulos de incidencia y refracción. A partir de ella, el físico italiano afincado en París G. D. Cassini buscará una regla práctica para el cálculo de la refracción astronómica [125]. La expresión de aquella ley

$$\mu \operatorname{sen} \emptyset = \mu_0 \cdot \operatorname{sen} \emptyset_0$$

puede escribirse sin dificultad en la forma:

$$r = (\mu - 1) \cdot \operatorname{tang} \emptyset \qquad (2)$$

Como muestra la figura 27, $\emptyset$ y $\emptyset_0$ son los ángulos que forman los rayos refractado e incidente con la vertical. Se encontrará (2) con sólo suponer $\mu_0 = 1$, r suficientemente pequeño y sustituir $\emptyset_0 = \emptyset + r$.

Para usos astronómicos el ángulo que interesa tener en la fórmula es la altura aparente al cénit z; hemos, pues, de encontrar una relación entre $\emptyset$ y z. Según la figura, podemos escribir la igualdad:

$$O_1T \cdot \operatorname{tag} \emptyset_0 = OT \cdot \operatorname{tag} z$$

---

[125] Ver Charles H. COTTER, *A history...*, pp. 100 ss. También el artículo dedicado a G. D. CASSINI en el DSB.

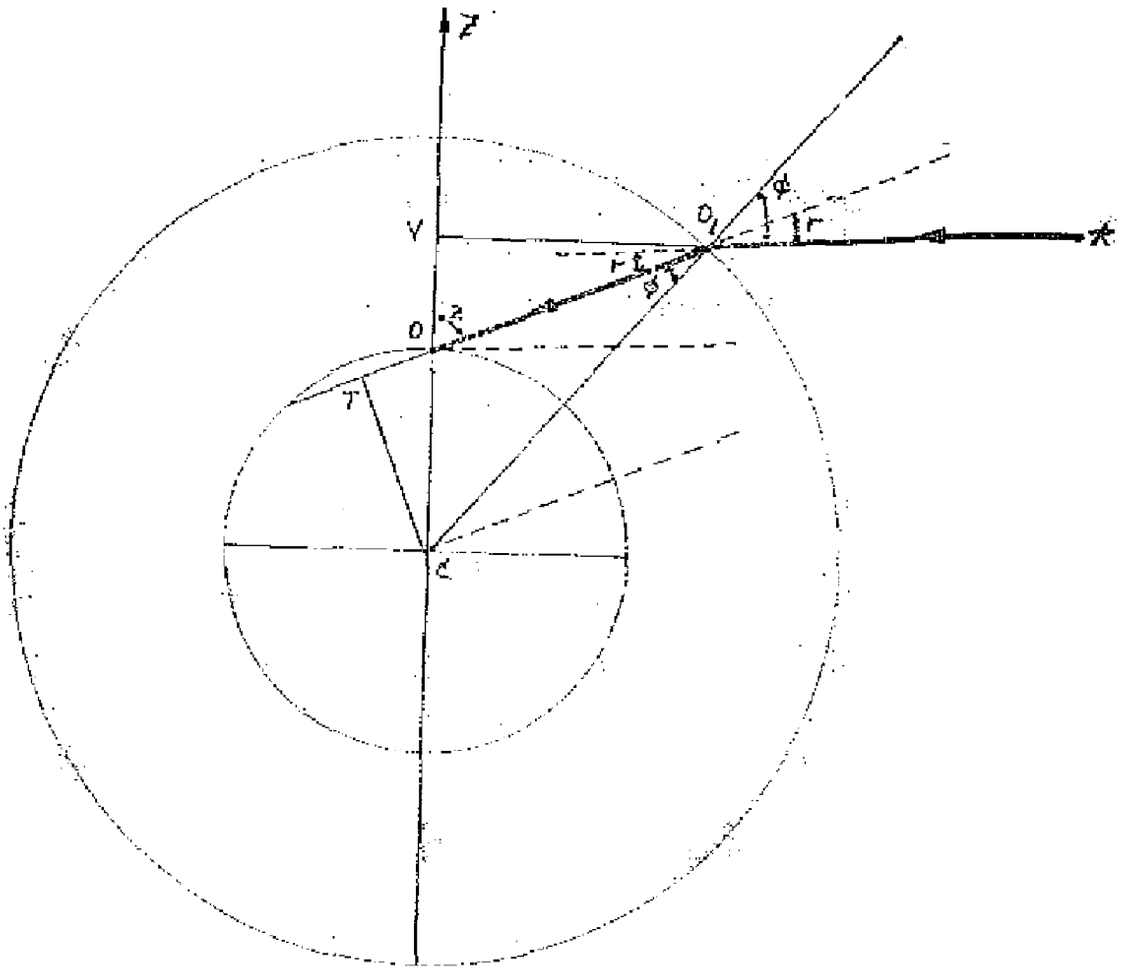


Figura 27

de donde

$$\frac{\text{tag } z}{\text{tag } \phi_o} = 1 + \frac{OO_1}{OT} = 1 + \frac{OV \cdot \sec z}{OC \cdot \cos z}$$

luego

$$\text{tag } \phi_o = \frac{\text{tag } z}{1 + x \cdot \sec^2 z}$$

siendo x el cociente entre la altura de la atmósfera homogénea y el radio de la tierra. Desarrollando el denominador en serie de potencias de x, obtenemos finalmente que

$$r = (\mu - 1) \cdot \text{tag } z \cdot (1 - x \cdot \sec^2 z) \qquad (3)$$

Fórmula que, dadas las simplificaciones que hemos debido realizar, sólo da buenos resultados para estrellas cuya altura sobre el horizonte sea mayor de 10°. Como vemos, el factor $(1 - x \cdot \sec^2 z)$ es en realidad aproximadamente la unidad, salvo cuando z tiende a ser máxima. Se trata, pues, de un factor de corrección que, en todo caso, permite la construcción de tablas de refracción más exactas que las hasta entonces conocidas. La expresión (3) posee dos constantes μ y x que eran determinadas conociendo dos valores experimentales de la refracción, uno de los cuales, necesariamente, para ángulos de incidencia muy pequeños.

El tratamiento de Cassini, pese a que reportaba una fórmula de uso práctico y simple, adolecía de simplificaciones excesivas tan evidentes como considerar constante la densidad del aire en toda la atmósfera. Hipótesis de trabajo que calificamos de excesiva ya que estaba en flagrante contradicción con los resultados de las experiencias realizadas con el barómetro por Torricelli y Pascal.

El estudio de la variación continua de la dirección del rayo no podía realizarse antes de que nuevas técnicas de análisis matemático fuesen puestas a punto. Por otra parte, los métodos de observación y los instrumentos disponibles sólo comenzaron a proporcionar cotas de error menores que 30′ a finales del seiscientos. No es extraño, por tanto, que de la colaboración entre Flamsteed y Newton a lo largo de 1694 y 1695 surgiera un enfoque paradigmático para futuros desarrollos [126].

Según Newton, el corpúsculo de luz se curvaba al penetrar en la atmósfera debido a la actuación de una *vis refractiva* que instantáneamente, y en

[126] Cf. D. T. WHITESIDE, «Kepler, Newton and Flanteed on Refraction throught a "Regular Aire": the mathematical and the Practical» *in Centaurus, 24,* 288-315, 1980.

cada capa, obligaba al rayo a incidir perpendicularmente a la tangente en el punto de contacto. Si se supone que las partes que componen la atmósfera poseen una distribución radial y uniforme, entonces el poder refractivo del medio dependería exclusivamente de la densidad. En la figura 28, ADE es la superficie de la Tierra, P y O dos

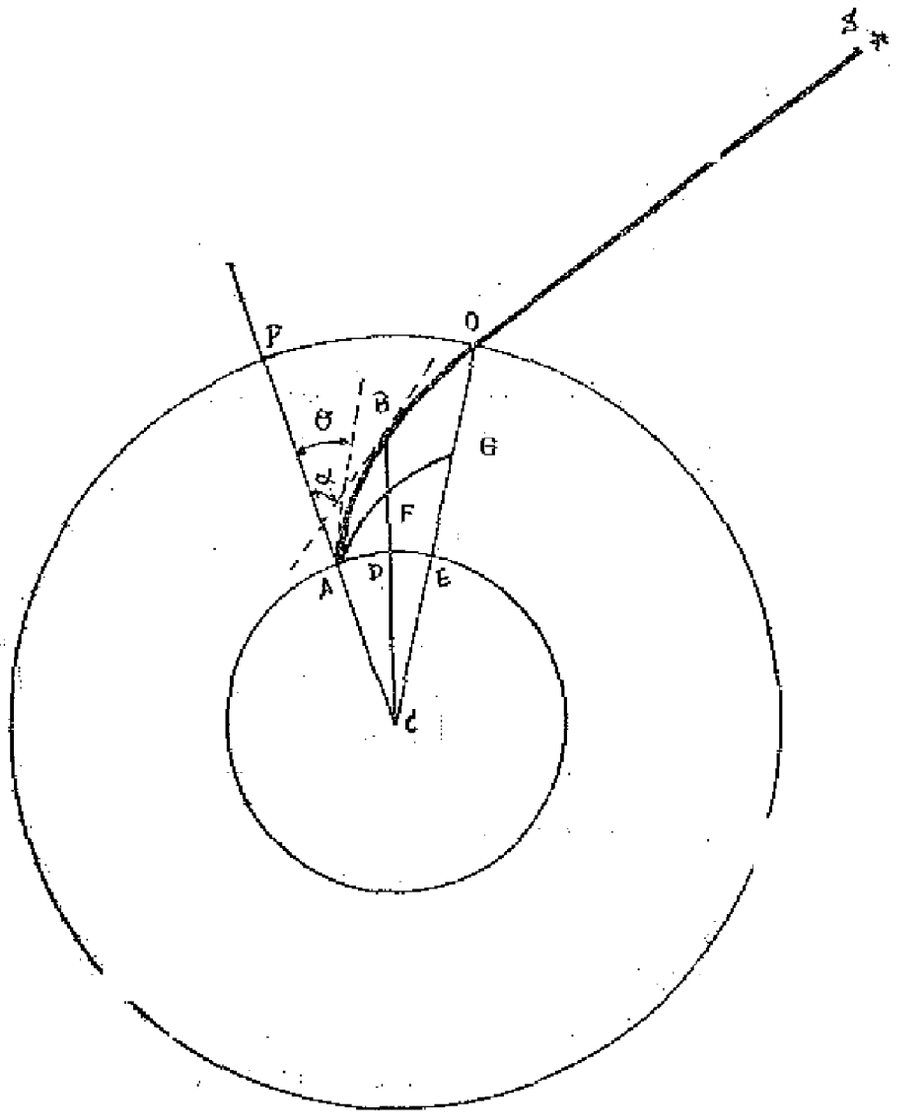


Figura 28

puntos pertenecientes a la capa isobara más externa de la atmósfera y SOBA el rayo luminoso procedente de la estrella S. La densidad del aire, según Newton, decrece uniformemente con la al-

tura, es decir, que en el punto B sería proporcional a:

$$1 - (BD/OE)$$

Puesto que la caída de un corpúsculo de luz en el campo central de fuerzas refractivas es tratada de modo similar a la caída de un cuerpo en el campo gravitatorio terrestre, puede escribirse por analogía una ecuación de conservación del momento angular. Siendo la densidad una función de la forma

$$\rho(r) = A + B \cdot \frac{r}{R}$$

donde R es el radio de la tierra, las condiciones de contorno $\rho(R) = D$ y $\rho(R+h) = 0$ —h es la altura de la atmósfera—, tenemos que:

$$\rho = \frac{D}{h}(R + h - r)$$

luego la fuerza refractiva sería:

$$f = -\frac{\delta\rho}{\delta r} = \frac{D}{h}$$

que como vemos es constante.

La velocidad del corpúsculo «atraído» hacia el centro de la Tierra es:

$$v = \left(V^2 - 2\int_R^r f \cdot dr\right)^{1/2} = (V^2 - 2(D-\rho))^{1/2}$$

siendo V el valor en la superficie del planeta.

La diferencia entre las alturas aparente y verdadera al cénit del astro observadas en A será:

$$\theta - \alpha = \int_0^{\varphi} \frac{rf}{v^2} d\varphi \simeq \int_0^{\varphi} \frac{1}{2} (\sqrt{Rr})^2 d\varphi$$

Es decir, y ésta es la conclusión de Newton, la refracción que sufre el rayo en el trayecto OA es proporcional al área polar CAFG, donde los puntos F y G se definen como la media proporcional o geométrica:

$$CF = (CB \cdot CD)^{1/2}$$
$$CG = (CO \cdot CE)^{1/2}$$

Más que los resultados concretos obtenidos con este modelo conviene resaltar las implicaciones y posibilidades del nuevo enfoque propuesto por Newton. Junto a la fuerza gravitatoria, siempre dominante para grandes distancias, coexisten otras fuerzas como las refractivas o químicas, cuyo campo de acción está limitado a pequeñas distancias. Poco más puede decirse de ellas salvo que Newton está tentado de tratarlas según los métodos empleados para la mecánica de los puntos materiales. Flamsteed le hizo saber su inicial desconcierto y el desacuerdo existente entre los valores predichos para la refracción y los verdaderamente observados. Ello llevaría a Newton a efectuar una nueva tentativa en la misma dirección, si bien modificando la ley que describía la variación de la densidad. Para lo cual define el «Regular Aire» como aquel que entre dos capas isobaras muy próximas posee una densidad que varía con la presión atmósferica —es decir, directamente con la densidad local—, e inversamente

al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra[127]. Así,

$$\rho = D \cdot e^{\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)}$$

y

$$\theta - \alpha \simeq \frac{D}{V^2} \int_0^{\varphi} \frac{1}{r} \left(e^{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}\right) d\varphi$$

De nuevo Flamsteed no quedaría muy satisfecho con la tabla de refracciones obtenida por Newton según su nueva hipótesis. Las constantes habían sido calculadas con dos valores medios en el horizonte de 33′ 45″ y de 13′ 20″ para una altura de 3°. Tampoco él debió quedar suficientemente complacido, pues ni una sola página llegó a imprimir referente a estas investigaciones. Dado que se produjeron en la etapa final para la preparación de su colosal *Principia*, ¿no explicaría este fracaso parcial las diferencias metodológicas y estructurales existentes entre sus dos obras más importantes? Tal vez ello determinó su renuncia a abordar con un tratamiento completo, y matemático, los fenómenos relativos a la luz en su *Optica*.

En efecto, esta obra no ofrece un tratamiento cerrado y autosuficiente, desde primeros principios, sino que más bien reportaba un amplio y denso conjunto de sugerencias, experimentos e implicaciones que habrían de permitir a los newtonianos construir un programa corpuscularista de la luz. Si el fracaso de Newton residió principalmente en su incapacidad para extender analógicamente los métodos de la mecánica a la óptica, hacia 1730 los más destacados newtonianos

[127] NEWTON, *Principia*..., Libro II, Prop. XXII, Teor. XVII.

—con menos escrúpulos y mayor audacia— adoptaban como núcleo central de su programa tesis que apenas habían sido sugeridas por el maestro [128]. Dichos supuestos básicos en esencia eran los siguientes:

1. La noción corpuscular de la luz, entendida antes que como hipótesis simplificadora y explicativa, como fiel reflejo de la realidad.
2. La creencia en que las fuerzas de atracción y repulsión son operativas para la interpretación de las interacciones entre luz y materia.
3. Que la óptica se beneficiaría por la aplicación de los principios de la mecánica.

Estos eran los fundamentos sobre los cuales B. Taylor, T. Simpson o el propio T. Young, acompañados en el continente por Euler, La Caille o Mayer, desarrollarán sus investigaciones en óptica. Dicho programa adquiriría su primera y total concreción exitosa en la obra de R. Smith, *A compleat system of Opticks* (1738), que usaría los *Principia* como modelo de tratamiento científico y demostración geométrica.

Antes, sin embargo, Brook Taylor intentaría en su *Methodus incrementorum directa et inversa* (Londres, 1715) encontrar una solución definitiva al tema de la refracción astronómica [129].

Sea (fig. 29) CA el radio de la Tierra, CT = x la distancia desde el centro del planeta a una capa determinada de la atmósfera y l la altura máxima de ésta. Siendo ρ y ρ_0 las densidades del aire en los puntos T y A respectivamente, el coeficiente de refracción, u, igual al cociente de las velocida-

[128] Cf. H. J. STEFFENS, *The Development of Newtonian Optics in England*, New York, 1977.

[129] Ver M. MATHIEU, «Note de l'Editeur sur les réfractions astronomiques», *in* J. B. J. DELAMBRE, *Historie de l'Astronomie au dix-huitième siècle*, Paris, 1817, pp. 774-796.

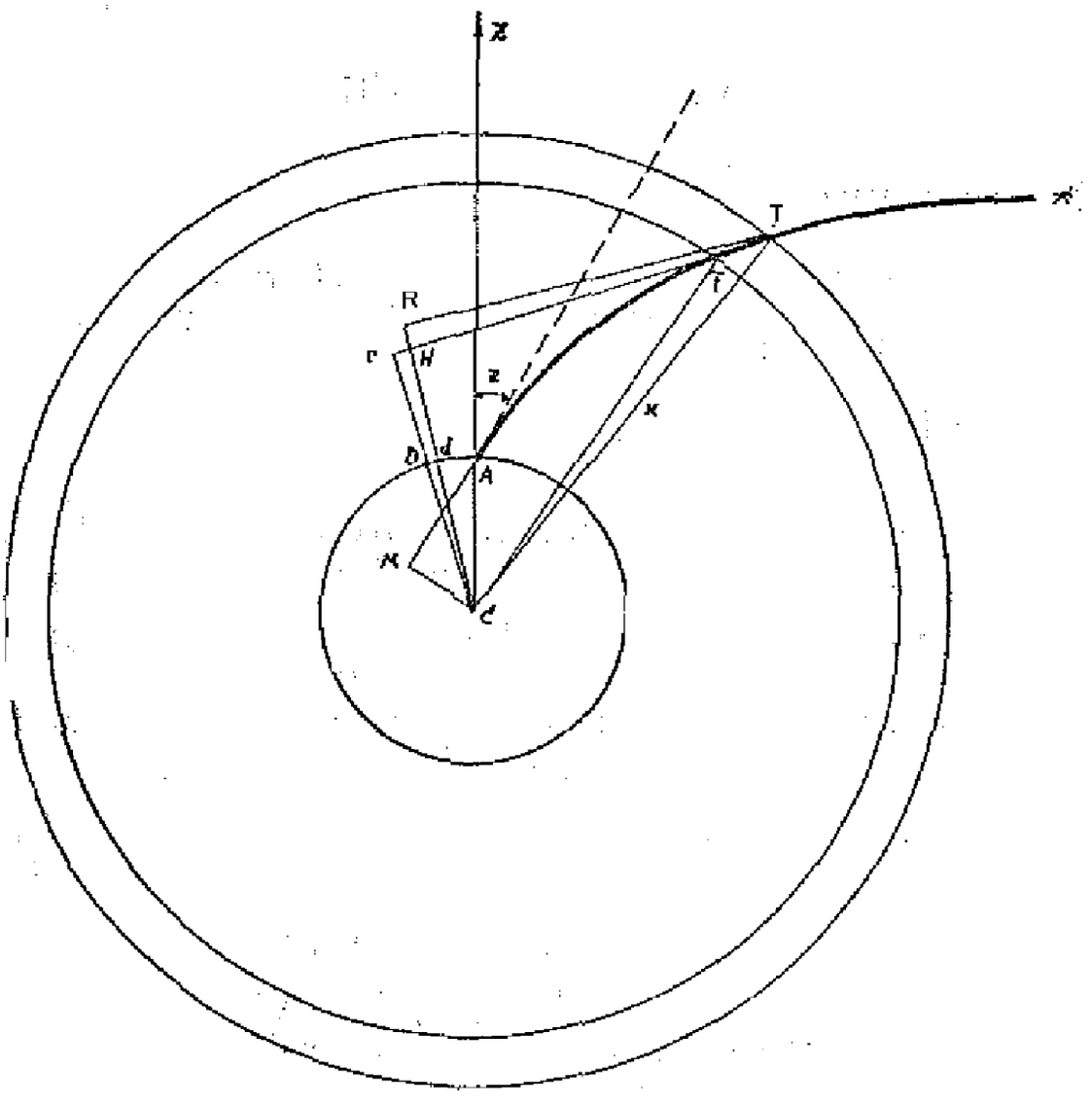


Figura 29

des de la luz en ambos puntos, debe verificar la igualdad:

$$u = \frac{v_A}{v_T} = \frac{(1 + \rho_0)^{1/2}}{(1 + \rho)^{1/2}}$$

En la *hipótesis newtoniana* la *interacción entre* luz y materia está mediada por la presencia de un poder refractivo que obliga al corpúsculo a dirigirse hacia C incidiendo ortogonalmente sobre cada una de las capas atmosféricas. Puesto que se trata de un «campo de fuerzas centrales», debe

conservarse la cantidad de movimiento angular. Luego:

$$v_A \cdot CM = v_T \cdot CR$$

y, por tanto,

$$\frac{CR}{CM} = \frac{(1+\rho_0)^{1/2}}{(1+\rho)^{1/2}} \Rightarrow CR = CM \cdot \frac{(1+\rho_0)^{1/2}}{(1+\rho)^{1/2}} = c \cdot u$$

donde hemos hecho CM = c.

Supongamos una capa muy próxima a T definida por el radio Ct; el desplazamiento infinitesimal de la tangente a la curva descrita por el rayo encuentra a la perpendicular CR en el punto H. El ángulo RPH, variación de la tangente, será el cambio de dirección que sufre el rayo de luz.

$$dr = \frac{RH}{TR}$$

y

$$TR = \left(x^2 - \frac{1+\rho_0}{1+\rho} \cdot c^2 \right)^{1/2}$$

y como

$$RH = \frac{dTR}{d\rho} = -\frac{cd\rho}{2} \cdot \frac{(1+\rho_0)^{1/2}}{(1+\rho)^{3/2}}$$

puesto que según Taylor

$$\rho = \rho_0 e^{(a^2/1x)}$$

donde a = CA, tenemos

$$dr = \frac{a^2 c \rho dx}{2lx^2 (1+\rho) \cdot \left(\frac{1+\rho}{1+\rho_0} \cdot x^2 - c^2 \right)^{1/2}}$$

en donde si eliminamos dx, resulta:

$$dr = \frac{a \cdot \text{sen}Z \cdot du}{x(1-(a^2/x^2)u^2\text{sen}^2Z)^{1/2}}$$

Fórmula final que de nuevo habría de resultar difícilmente utilizable para las necesidades de la astronomía práctica. En el número 368 de las *Philosophical Transactions* publicaba Halley en 1721 una tabla de refracciones construida por Newton y que sólo era conocida en el reducido círculo de científicos en torno a la Royal Society. Sin duda, la complejidad de la fórmula de Taylor, que para su uso requería de otras observaciones para determinar las constantes, animó al astrónomo real a preferir los resultados obtenidos por el gran maestro.

Si dentro de lo que era la tradición newtoniana los elementos constitutivos del problema de la refracción astronómica comenzaban a ser ordenados desde supuestos mínimamente acordes con la experiencia, también Bouguer en Francia propone un tratamiento más vinculado a las preocupaciones de la física cartesiana [130]. En este caso, la acción de las diferencias de densidad se produce mecánicamente, ofreciendo una determinada resistencia pasiva a la penetración del rayo y no, como suponían Newton o Taylor, debido a la actividad de una fuerza que actúa a distancia. Dicha resistencia, supone Bouguer, es producida por una «materia refractiva», diferente del aire y que

130. P. Bouguer, «De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des astres» *in Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'Academie Royal des Sciences, 2* (1732). La memoria ganó el premio que la Academia había convocado en 1729. Ver también el artículo de M. Mathieu citado en la nota anterior, a quien seguimos de cerca.

se hace tanto más densa cuanto menor es la altura sobre el nivel del mar. Junto con el *plenum* de éter cartesiano coexistiría, por la necesidad de explicar el problema de la refracción, esta otra materia sutil que venía a complicar aún más los fundamentos epistemológicos sobre los que la filosofía continental intentaba *explicar* el mundo.

Sean (fig. 29) ADd puntos situados sobre la superficie de la Tierra, TR, tr y MA rectas tangentes al rayo luminoso en los puntos T, t y A respectivamente. Según la figura, el ángulo de incidencia en T es CTR, mientras que Ctr —muy aproximadamente igual a CtR, pues se trata de dos capas atmosféricas infinitesimalmente próximas— es el ángulo de incidencia en t igual al de refracción en t. Siendo u y u′ la función que describe la dilatación de la supuesta materia refractiva en las dos capas, debe verificarse, según Bouguer, la siguiente igualdad:

$$\frac{\text{sen CTR}}{\text{sen Ctr}} = \frac{u}{u'} = \frac{RC}{rC}$$

Si consideramos toda la trayectoria del rayo, entonces:

$$\frac{RC}{MC} = \frac{u}{u_0} \Rightarrow RC = \frac{MC}{u_0} \cdot u = c \cdot u$$

donde CM = c y u_0, valor que toma u en la superficie de la Tierra, es igual a la unidad. Puesto que los triángulos RHT y CDd son semejantes, puede escribirse cuando la refracción es pequeña que

$$\frac{RT}{RH} = \frac{Cd}{Dd}$$

Y como no resulta difícil comprobar que

$$RT = (x^2 - c^2u^2)^{1/2}$$
$$RH = d \cdot CR = c \cdot du$$
$$Cd = 1$$
$$Dd = dr$$

entonces,

$$dr = \frac{c \cdot du}{(x^2 - c^2u^2)^{1/2}}$$

Expresión que tiene validez general sea cual sea la hipótesis adoptada para la función que describe la dilatación de la materia refractiva. Incluso no creyendo en su existencia, y puesto que los senos de los ángulos de incidencia y refracción no son proporcionales a la dilatación del aire, podemos suponer que u no es sino una función de ella. Naturalmente, Bouguer era perfectamente consciente de tal posibilidad. Si él mismo no la formuló es debido a las propias limitaciones que poseía el discurso cartesiano para interpretar los fenómenos de la Naturaleza. Necesitado de un medio soporte que *explicara* y vehiculara la acción, puesto que el éter no bastaba, era entonces preciso recurrir al nuevo supuesto de la materia refractiva.

Bouguer adoptaría para u la siguiente función:

$$u = x^m$$

de donde

$$dr = \frac{mcx^{m-2}dx}{(1 - c^2x^{2m-2})^{1/2}}$$

cuya integración resuelta por métodos gráficos le permitiría obtener para r la siguiente expresión:

$$r = \frac{m}{m-1} (\text{arcsen } Z \cdot CN^{m-1} - \text{arcsen } Z) \qquad (1)$$

donde CN es la altura de la atmósfera respecto del centro de la Tierra y m una constante a determinar. Usando dos valores conocidos de la refracción y desarrollando en serie (1), proponía Bouguer para r la fórmula:

$$r = \frac{2}{13 \cdot 61}(Z - \text{arcsec } 0{,}9978668785 \text{ sen } Z) \qquad (2)$$

Excepto la diferencia existente entre las funciones que describen la variación de la densidad del aire, observamos que el paralelismo entre los dos procedimientos descritos es considerable. Otra cuestión, como ya hemos explicado, es la diferente perspectiva teórica desde la que es encontrada la fórmula final. Para Simpson, newtoniano como dijimos, la expresión (2) propuesta en sus *Mathematical dissertations* (Londres, 1743) es la siguiente:

$$r = \frac{2}{11}(Z - \text{arcsec } 0.9986 \text{ sen } Z) \qquad (3)$$

Ambas reglas, junto a la anteriormente citada de Cassini, pueden escribirse del modo en el que eran habitualmente citadas por la bibliografía de la época [131]:

Bouguer ... ... $r = 64'',67 \text{ tang } (Z - 3{,}4r)$
Simpson ... ... $r = 59'',5 \text{ tang } (Z - 3{,}3r)$
Cassini... ... ... $r = 58'',75 \text{ tang } (Z - 1{,}6r)$

Todas ellas, sin embargo, aun dando resultados relativamente próximos al valor exacto, podrían haber sido mejor ajustadas si las constantes se

[131] Cf. J-B. J. DELAMBRE, *Astronomie théorique et pratique*, 3 vols., París, 1814; *I*, pp. 297 s.

hubiesen determinado con dos valores de r suficientemente buenos.

La expresión:

$$r = \frac{1}{n}(Z - \text{arcsen}(m \cdot \text{sen } Z))$$

puede escribirse sin dificultad, como hemos hecho, en la forma

$$r = R \cdot \text{tang}\frac{nR}{2} \cdot \text{tang}\left(Z - \frac{n}{2}r\right)$$

donde R es el valor de la refracción cuando $Z = 90°$. Si recordamos que en la expresión de Bouguer $n = m/(m-1)$, siendo m el exponente de la distancia al centro de la Tierra en la función que describía la variación de la densidad con la altura, podemos encontrar los valores que para dichas constantes supusieron nuestros autores. Incluimos en esta comparación la fórmula que propuso Bradley,

$$r = 57'' \cdot \text{tang}(Z - 3r)$$

por ser la que mayor fortuna tuvo en la literatura astronómica de la mayor parte del siglo XVIII.

	$R.tang(\frac{n}{2}R)$	$n/2$	R	m
Cassini	58",73	1,6	46'	4
Bouguer	64",67	3,4	32'	—2,4286
Simpson	59",5	3,3	33'	—2,5383
Bradley	57"	3	33'	—3

Si el tratamiento teórico del tema de la refracción había alcanzado un nivel de desarrollo más que aceptable, quedaban aún bastantes cuestiones

de orden práctico que requerían mayor atención. Dos de ellas destacan con especial relevancia en la literatura de la época: de una parte, el cálculo de las constantes en las fórmulas exigía disponer previamente de dos determinaciones de la refracción; es decir, en última instancia todo dependía de la precisión de los métodos experimentales al uso. En segundo lugar, quedaba soslayado, aunque siempre intuido, el tema de la variación de la refracción con la altura sobre el nivel del mar. Completaremos el estudio sobre el desarrollo histórico de la refracción astronómica explicando el estado de conocimientos sobre estas dos últimas cuestiones en torno a los años en que se realizó la expedición geodésica.

¿Cuáles eran los procedimientos prácticos para determinar algún valor de la refracción? Naturalmente eran numerosos, pero los más acreditados habían sido propuestos por astrónomos de prestigio, *tales como* Halley, Bradley o el propio Bouguer. Dichos métodos, básicamente, pueden reducirse a los dos que a continuación describimos. En la figura 30 presentamos la proyección de la esfera celeste sobre el plano del horizonte del observador, donde Z es el cenit y P el polo norte celeste.

Supongamos una estrella circumpolar cuyos pasos superior e inferior por el meridiano del lugar sean X y X_1, entonces:

$$PZ = ZX - PX = Z + U \cdot \text{tang}\, Z - p \qquad (1)$$

donde Z es la altura al cenit, $U = \mu - 1$ el coeficiente de dilatación y PX la altura al polo. Del mismo modo,

$$PZ = ZX_1 - PX_1 = Z_1 + U \cdot \text{tang}\, Z_1 + p \qquad (2)$$

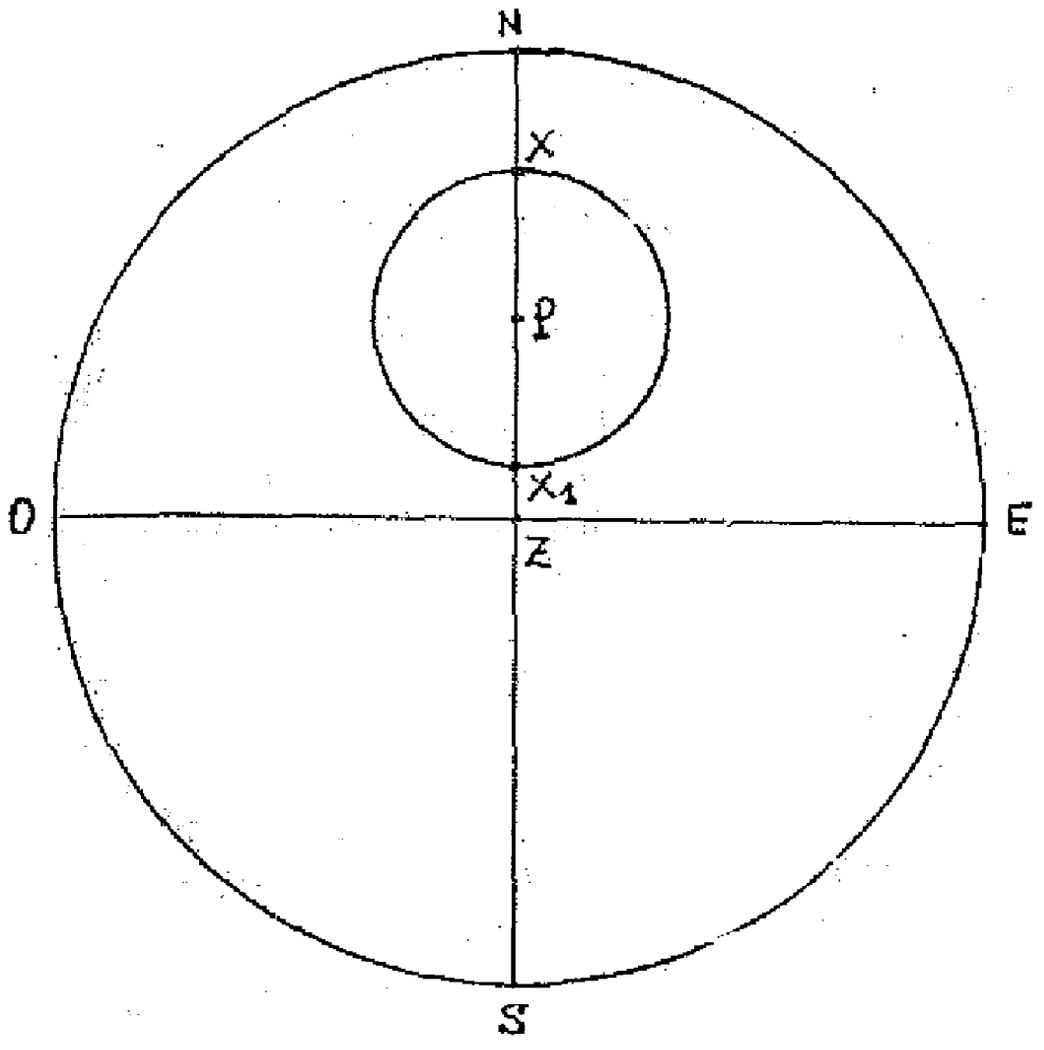


Figura 30

Sumando (1) y (2), tenemos:

$$2 \cdot PZ = Z + Z_1 + U\,(\text{tang}\,Z + \text{tang}\,Z_1)$$

Tomando otra estrella circumpolar, puede escribirse también que

$$2 \cdot PZ = Z' + Z'_1 + U\,(\text{tang}\,Z' + \text{tang}\,Z'_1)$$

De donde,

$$U = \frac{(Z+Z_1)-(Z'+Z'_1)}{(\text{tang}\,Z'+\text{tang}\,Z'_1)-(\text{tang}\,Z+\text{tang}\,Z_1)}$$

Por repetidas observaciones de estrellas circumpolares, Bradley obtuvo para este coeficiente el

valor de 57″,54. Influido por los trabajos de Taylor y Simpson, daría como ya vimos una fórmula más exacta que la simple ley de la tangente, en la forma:

$$r_c = 57'' \cdot \text{tang}\,(Z - 3r_\theta) \qquad (3)$$

donde r_o es la refracción calculada y r_θ la estimada, que si difieren notablemente después de aplicada la fórmula (3), entonces vuelve a repetirse el cálculo tomando para r_θ en veces sucesivas el valor r_c anterior, y así tantas veces como sea preciso para que ambos valores sean muy próximos [132].

Con idéntico fundamento, el método cuyo uso estuvo más generalizado suponía la observación de la máxima y mínima declinación del Sol los días del solsticio. Siendo Z_1 y Z_2 las alturas al cenit en esos días, λ la latitud y $\in$ la máxima oblicuidad de la eclíptica, tenemos:

$$\begin{aligned} Z_1 + U \cdot \text{tang}\, Z_1 &= \lambda - \in \\ Z_2 + U \cdot \text{tang}\, Z_2 &= \lambda + \in \end{aligned} \qquad (4)$$

Utilizando ahora (1) y (2) correspondientes a una de las estrellas circumpolares, encontramos igualmente que:

$$U = \frac{(Z+Z') - (Z_1+Z_2)}{(\text{tang}\, Z_1 + \text{tang}\, Z_2) - (\text{tang}\, Z + \text{tang}\, Z')}$$

Como vemos, no es más que una variante del métodos de las estrellas circumpolares que tiene la ventaja de observar dos de los astros mejor conocidos del cielo, el Sol y la estrella polar.

El segundo procedimiento a que nos hemos re-

[132] Este procedimiento experimental se encuentra descrito en Ch. H. COTTER, *op. cit.*

ferido tiene para este estudio especial interés, ya que fue el utilizado por Bouguer durante su estancia en tierras americanas. Su mayor dificultad residía en que era preciso determinar el ángulo horario, que, como hemos dicho, nunca será una observación fácil de realizar hasta que Harrison inventase un cronómetro bien reglado[133]. Conociendo la latitud Ø y la declinación del Sol δ, podemos resolver el triángulo ZNS (fig. 31) para encontrar la altura al cenit Z que comparada con la verdaderamente observada permite, en opinión de Bouguer, conocer la corrección debida a la refracción. Sobre el método de Bradley, tenía la ventaja de permitir cálculos de la refracción cuando la altura sobre el horizonte era próxima a 0º. Aunque es evidente que presenta mayores riesgos de error.

Hasta aquí lo que queríamos decir sobre los procedimientos de determinación experimental. Vengamos a la cuestión de la variación de la refracción con la altura. Como en el tema del uso del barómetro o el de los experimentos para medir la velocidad del sonido, Bouguer y sus acompañantes inician nada más llegar a la isla de Santo Domingo un programa de observaciones tendente a verificar si eran aplicables en el ecuador las fórmulas existentes para el cálculo de la re-

---

[133] Una descripción detallada en P. BOUGUER, «Sur les Refractions Astronomiques dans la zone torride», memoria manuscrita firmada en Quito el 24 de julio de 1737. AOP, ms. C-2-7. Esta memoria fue leída en la Academia el 2 de julio de 1738 (Ver *Reg. 1738*, p. 156) y publicada en 1741 bajo el mismo título en *Mem. 1739*, pp. 407-422. Ver también *Hist. 1739*, pp. 45-48. Una segunda parte de esta memoria, «Second mémoire sur les réfractions astronomiques observées dans la zone torride» fue leída en la sesión académica del 26 de junio de 1748 y publicada en *Mem. 1749*, pp. 75-112. Ver también *Hist. 1749*, pp. 152-177.

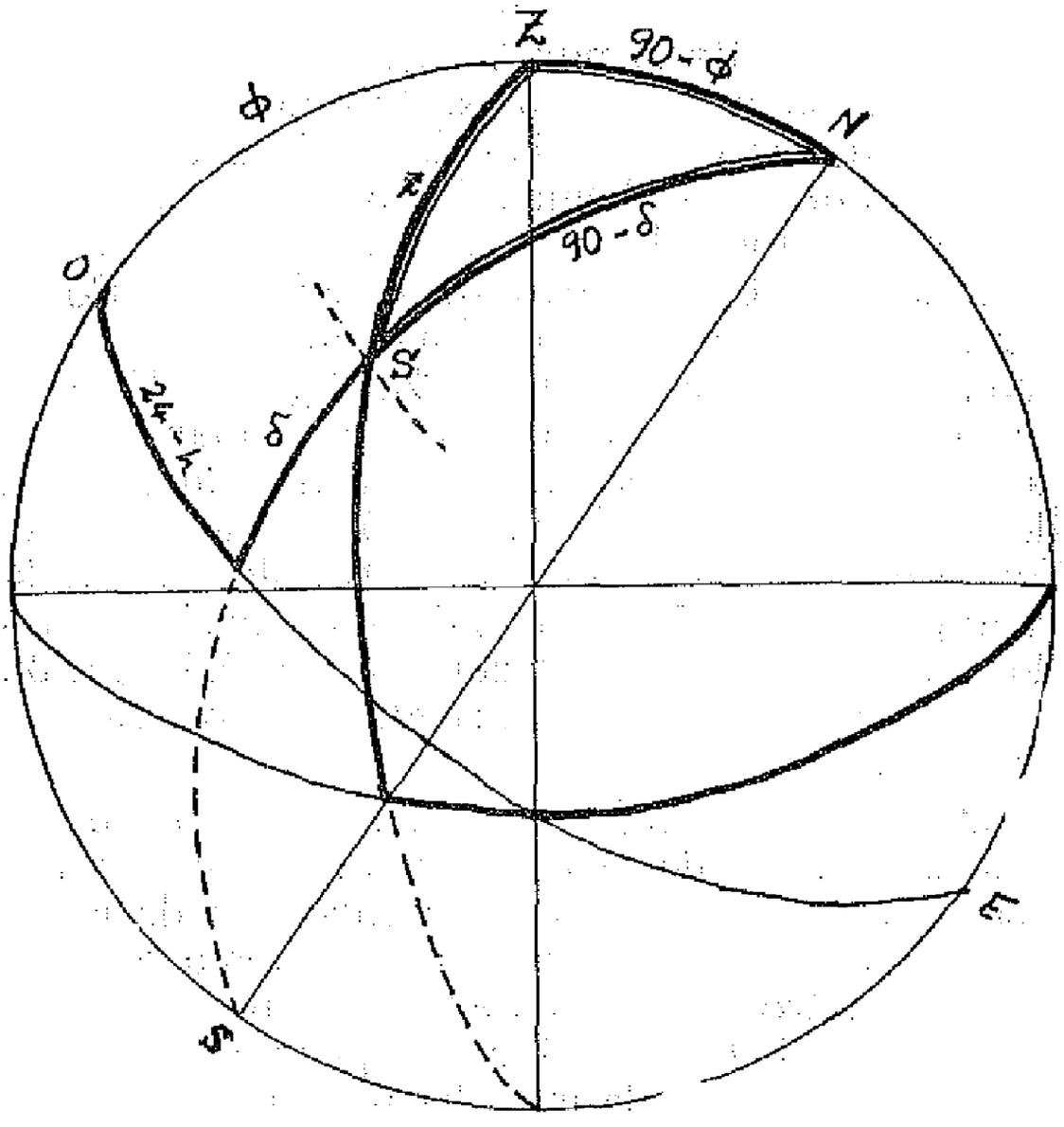


Figura 31

fracción. Los resultados de dicho programa se encuentran en una memoria que lleva por título «Sur les Refractions Astronomiques dans la zone torride». Por ella comprobamos que el modelo propuesto por G. D. Cassini seguía estando perfectamente vigente entre los astrónomos franceses en torno a la cuarta década del setecientos [134].

[134] La tabla de G. D. Cassini, publicada en 1662, sería revisada después de que Richer regresase en Cayena, a donde había sido comisionado en 1671, para que, entre otros asuntos, observase la refracción horizontal en la zona tórrida. Más tarde, en 1702, la Hire y Picard sobre

Curiosamente, Bouguer discute la hipótesis de Cassini sobre la constancia de la densidad del aire atmosférico.

> «Mais on doit remarquer que cela n'est vrais, que parce qu'on veut réunir dans un seul point E l'infinité de petites courbures que chaque rayon souffre dans toute la longueur; ou que parce qu'on supose que l'Atmophere qui est réellment de differentes densités dans toutes les couches sphériques dont elle est formée, est d'une densité uniforme au dessus et au dessous de la surface DEF» [135].

Vemos, pues, cómo Bouguer en 1737 parece haber renunciado a la supuesta «materia refractiva», convirtiendo al aire en el único agente, si bien pasivo, generador de la refracción. Cassini no había tenido el menor reparo en afirmar que la altura de la atmósfera era de 2.000 toesas, dato que habría de ser seriamente revisado en el interior de un país, el Ecuador, atravesado por la cordillera andina. Puesto que todas las fórmulas hasta entonces conocidas, aun considerando las variaciones de densidad del aire como causa de la refracción, sólo relacionaban las alturas al cénit verdadera y aparente observadas desde la superficie de la tierra, Bouguer abordaría el estudio de la variación de la refracción con la altura sobre el nivel del mar. La necesidad de esta investigación era evidente a la vista de las escarpadas montañas existentes en los lugares donde habrían de realizarse los trabajos geodésicos. En esta ocasión, Bouguer prefiere la construcción de una tabla de refracciones obtenida desde supuestos meramente empíricos. Después de una serie de 60 observaciones, iniciadas el 18 de julio de 1735, concluye:

---

la base de la segunda tabla de Cassini publicarán otra cuyo uso se generalizaría entre los astrónomos franceses.

[135] P. BOUGUER, «Sur les refractions...», *op. cit.*, p. 5.

«Presque tous les Astronomes pensoient que les refractions étoient d'autant plus grandes que l'observateur étoit plus elevé (...) Mais après avoir examiné la chose avec tout le scrupule possible, j'ay trouvé que c'étoit le contraire.»

Y más adelante:

«Les refractions sont moindres icy qu'au bord de la mer. Cette remarque qui paroîtra importante et que personne n'avoit encore faite; parce qu'on n'avoit point observé jusqu'à present les refractions dans un endroit si élevé, me fait craindre que nous ne soyons encore fort elognés de la fin de nos travaux sur cette matière» [136].

Aunque Bouguer desconociera, como parece deducirse de los textos citados, los trabajos de Taylor y Newton, no deja de ser sorprendente y abusiva la prioridad que se atribuye en ellos. ¿No era inmediato predecir la disminución de la refracción desde su memoria de 1729? Creemos que sí, pero además podrían reproducirse numerosos testimonios procedentes de otros astrónomos anteriores en los que se postulaban variaciones de la refracción con la temperatura y presión [137]. En cualquier caso, lo cierto es que restaba por cuantificar su magnitud.

Para ello realizará tres series de observaciones en lugares situados a diferente altura. La primera al nivel del mar y las otras dos en Quito (1.479 toesas) y Pichincha (2.303 toesas). La comparación de los resultados demostraba la existencia de una variación que, sin embargo, no parecía regular. El trabajo de Bouguer consistirá en buscar un principio de ordenación lógica de los datos observados para confeccionar una tabla que per-

[136] Cit. ant., p. 6. Ver también P. BOUGUER, *La Figure de la Terre...*, p. 387.

[137] Cf. P. BAILLY, *Histoire de l'Astronomie Moderne.* París, 1785, pp. 607-615.

mitiese el cálculo de la refracción para cualquier altura, desde su valor al nivel del mar. Como vimos anteriormente, con los métodos de nivelamiento geodésico se podía determinar la magnitud de la refracción que sufría un rayo luminoso al atravesar la parte de la atmósfera comprendida entre las dos señales de la triangulación cuya diferencia de altura se deseaba medir. Pensaba Bouguer que esta refracción habría de relacionarse de algún modo con la curvatura sufrida entre ambos puntos por el rayo procedente de una estrella:

> «Dans petits trajets les courbures (del rayo) sont proportionelles aux espaces (recorridos)» [138].

Comparando las refracciones astronómicas encontradas en los tres lugares mencionados, y suponiendo que la afirmación anterior es «principe d'experience et d'observation», dice Bouguer que una leve modificación de las refracciones en Quito y Pichincha demuestra la existencia de una regularidad confirmada por numerosos experimentos. Sin que se expliciten —«dont il est inutile de faire le detail»—, concluye:

> «...qui s'accordent à m'apprendre que les septiemes pissances des dilatations de la matière refractive, ou ce que revient au même que les septiemes puissances des quantités inverses des pouvoirs refrigens sont très sensiblement en même raison que les distances au centre de la Terre» [139].

En 1729 había demostrado que como consecuencia de su hipótesis sobre la dilatación de la materia refractiva, la refracción era aproximadamente la octava parte del ángulo formado en el centro de la tierra por las perpendiculares del observador y del punto más exterior de la atmósfera donde el rayo iniciaba su curvatura. En 1749,

[138] P. Bouguer, «Sur les refractions», p. 10.
[139] Cit. ant., p. 10.

en otra memoria que continuaba los trabajos efectuados en Quito, presenta alguna explicación aclaratoria sobre el texto anterior. En resumen, viene a decir que si su hipótesis era válida y, por tanto, $u = x^m$, entonces las sucesivas refracciones sufridas por el rayo de luz son proporcionales al camino que recorre reducido al horizonte.

Para terminar presentamos un resumen de la tabla de refracciones contenida en la memoria de 1737. Añadimos en la tercera columna los valores utilizados por Juan, quien reconoce haberlos recibido de Bouguer. Ello nos permite valorar el margen de error con el que fueron efectuadas las observaciones que, como vemos, rondó los 20″ [140].

[140] La «Note...» de M. Mathieu, antes citada, reproduce una tabla de observaciones de Flamsteed de 1678, que permite valorar el grado de precisión con el que podía conocerse la refracción.

Altura al cénit	*Refracciones observadas*				
89° 50′	34′ 30″	35′ 50″			
40′	32′ 10″	26′ 0″	32′ 50″	32′ 20″	30′ 30″
30′	29′ 7″ 5	25′ 6″	28′ 0″	27′ 30″	27′ 0″
20′	28′ 10″	27′ 10″	25′ 50″		
10′	26′ 0″	22′ 40″	25′ 0″	23′ 0″	24′ 30″
0′	23′ 30″	22′ 50″	22′ 20″		
88° 50′	23′ 0″	17′ 30″	20′ 50″		
40′	20′ 20″				
30′	19′ 40″	20′ 40″			
0′	18′ 0″	16′ 30″	16′ 15″		
87° 0′	14′ 20″	14′ 20″	14′ 20″	14′ 0″	
86° 0′	11′ 30″	10′ 20″	11′ 30″	10′ 40″	9′ 10″
85° 0′	9′ 30″	7′ 50″	9′ 30″	9′ 0″	8′ 40″
84° 0′	8′ 0″	6′ 30″	8′ 30″	6′ 50″	6′ 0″
83° 0′	6′ 40″	5′ 40″	7′ 15″	5′ 20″	
82° 0′	6′ 45″	6′ 12″	5′ 15″	5′ 20″	
81° 0′	5′ 50″	4′ 20″	5′ 0″		
80° 0′	5′ 0″	3′ 30″	3′ 50″		

Las columnas de «refracciones observadas» explicitan

Altura aparente sobre el horizonte	*Refrac. Juan nivel del mar*	*Refr. Bouguer nivel del mar*	*Refr. Bouguer Quito (1749t)*	*Diferenc. para 500t*
0°	27' 0"	27' 0"	—	—
1°	20' 31"	20' 31"	—	—
2°	15' 49"	15' 53"	—	—
3°	12' 10"	12' 25"	9' 53"	1' 16"
4°	10' 01"	10' 5"	8' 11"	57"
5°	8' 21"	8' 18"	6' 52"	43"
6°	7' 3"	7' 4"	5' 50"	37"
7°	5' 49"	6' 5"	4' 59"	33"
8°	5' 2"	5' 21"	4' 23"	29"
9°	4' 42"	4' 50"	3' 54"	28"
10°	3' 44"	4' 20"	3' 28"	26"
20°	1' 30"	2' 3"	1' 39"	14"
30°	56"	1' 17"	1' 3"	9"
45°	32"	44"	36"	5"
60°	18"	26"	21"	3"
70°	12"	17"	13"	2"
80°	5,5"	8"	7"	1"

PARALAJE, ABERRACIÓN Y SEMIDIÁMETRO APARENTE DEL SOL

En este apartado nos ocuparemos brevemente de otras tres correcciones necesarias para la determinación de la verdadera altura de un astro sobre el horizonte. Salvo la aberración que sería descubierta por Bradley trabajando conjuntamente con Molineaux entre 1725 y 1728, las otras dos eran conocidas desde la antigüedad.

---

suficientemente las grandes oscilaciones existentes entre los distintos valores correspondientes a una misma distancia cenital. En la memoria de Bouguer que venimos comentando, se reproduce una tabla de refracciones determinadas en la señal instalada en el Pichincha que

a) *Paralaje*

Cualquier valoración que quisiese hacerse de las dimensiones del sistema solar exigía disponer previamente de un valor adecuado de la distancia Tierra-Sol. Pese a los métodos y resultados publicados por Hiparco, Ptolomeo o Tycho, la primera determinación precisa de la paralaje solar fue realizada conjuntamente por Richer en Cayena y Picard y Roemer en París entre 1672 y 1673. El resultado obtenido fue de 9″,5 para la paralaje horizontal, p_o. Siendo M y M′ (fig. 32) dos posiciones del Sol y p el ángulo de paralaje, entonces

$$z' = z - p$$

---

muestra la existencia de errores de menor importancia. Dicha tabla es la siguiente:

Alturas sobre el horizonte	*Refracciones observadas*
3° 7′ 38″	8′ 41″
3° 6′ 28″	7′ 55″
3° 2′ 48″	8′ 43″
3° 9′ 18″	8′ 55″
4° 6′ 18″	7′ 18″
4° 3′ 18″	7′ 21″
4° 1′ 38″	7′ 15″
5° 5′ 58″	5′ 58″
5° 4′ 48″	6′ 12″
5° 5′ 58″	6′ 0″
5° 4′ 33″	6′ 28″
6° 6′ 3″	5′ 25″
6° 5′ 58″	5′ 9″
6° 5′ 58″	5′ 22″
7° 5′ 58″	5′ 15″
7° 5′ 58″	4′ 14″
7° 5′ 58″	4′ 29″
8° 5′ 58″	4′ 33″
8° 5′ 58″	3′ 44″
6° 5′ 58″	3′ 56″

donde z′ es la distancia al cenit reducida al centro de la Tierra. De la figura se desprende que

$$\text{sen } p = \frac{CA'}{D} = \frac{R}{D} \cdot \text{sen } z$$

y

$$\text{sen } p_o = \frac{R}{D}$$

luego

$$\text{sen } p = \text{sen } p_o \cdot \text{sen } z$$

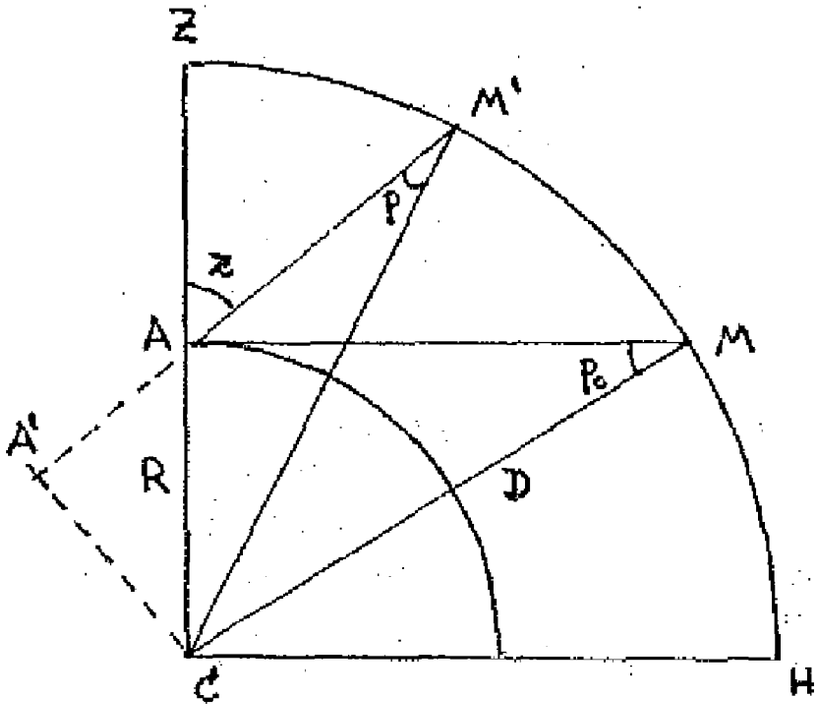


Figura 32

Es decir, disponiendo de la medida de la paralaje horizontal —principal objetivo de la famosa expedición de Richer a Cayena— se puede encontrar la tabla de paralajes para cualquier posición del Sol y la relación existente entre el radio de la Tierra y la distancia al Sol. Según Richer y Picard, D era igual a 21.712 veces el radio de nuestro planeta. La tabla obtenida, publicada en *Connais-*

sance des Temps y modificada para redondear las cifras sería ampliamente utilizada por todos los astrónomos europeos durante las cuatro primeras décadas del siglo XVIII. Las correcciones efectuadas por nuestros expedicionarios fueron las siguientes:

Distancia al cénit	*Paralaje*
90°	10"
80°	10"
70°	9"
60°	9"
50°	8"
40°	6"
30°	5"
20°	3"
10°	2"
0°	0

La historia de la determinación de la paralaje está íntimamente vinculada a la observación de los pasos de los planetas por el disco solar [141]. Dentro de la historia de la ciencia, y de la astronomía en particular, ocupan un destacado lugar las observaciones del paso de Venus realizadas en 1761 y 1769. Aunque Halley había diseñado en 1663 este método para determinar la paralaje, hubo de conformarse con observar un paso de Mercurio debido a la escasa frecuencia con que Venus repite este fenómeno. En las fechas indicadas de la segunda mitad del siglo XVIII, Delisle organizaría un vasto programa de observaciones

[141] Cf. A. B. WHATTON, *The transit of Venus over the Sun*, Londres, 1859. También H. S. WILLIAMS, *A history of science*, 5 vols., Londres, 1904, *III*, pp. 4 ss., donde se encuentra la descripción de las observaciones de Bradley en Sta. Elena.

simultáneas llevado a cabo por la práctica totalidad de los astrónomos europeos en 63 estaciones diferentes para la determinación precisa de la paralaje solar.

b) *Aberración*

En 1725, Samuel Molineaux, que poseía un pequeño pero bien equipado observatorio, invitó a Bradley para que le ayudase en sus observaciones de la estrella γ-Draconis para determinar la paralaje estelar. Pretendían con ello comprobar la existencia de movimientos irregulares predichos por Hooke en 1669. Después de un corto período de observaciones pudieron constatar la existencia de un movimiento aparente que no podía ser confundido con un efecto derivado de la paralaje. Muerto Molineaux, continuaría Bradley sus investigaciones llevando a cabo el amplio programa de observaciones que le condujo a publicar en las *Philosophical Transactions of the Royal Society* de 1729 la conocida carta dirigida a Halley en la que daba a conocer la existencia de la aberración.

Notemos que independientemente de su significación para la astronomía práctica, se trataba de la primera confirmación experimental de la teoría copernicana.

Más que un estudio teórico de la aberración, su carta «An account of a new discovered motion of the fixed stars» constituía una primera presentación de resultados que manifestaban la existencia de una variación regular en la posición aparente de los astros. En 1737, Clairaut publicaría una memoria donde se proponía por primera vez

una interpretación geométrica del fenómeno, que si bien era suficientemente convincente desde el punto de vista teórico, no llegaría a extenderse su uso entre los astrónomos hasta varias décadas después.

> «La observación (...) se puede corregir de un movimiento extraño, que han notado varios Astrónomos en las Estrellas el cual ha explicado muy bien M. Dradley de la Sociedad Real de Londres en su Teorica de la Aberración de la luz, y descrito M. Clairaut, con el método de calcularle en las Memorias de su Academia Real de París del año 1737. Tomando esta Teórica como Hipótesis, y sirviéndose de ella para calcular este movimiento de las Estrellas, hallo que desde 10 a 30 de enero tuvo ε-Orión de diferencia de Aberración 2 ½"» [142].

El texto de Juan, que califica de «movimiento extraño» a la aberración, explicita la actitud de gran número de astrónomos: en realidad, se consideraba que aún no existía suficiente evidencia experimental, ya que los instrumentos de la época no eran bastante precisos. En general, se usaba sin gran convicción y siempre que «conviniese» para ajustar los resultados a los inicialmente previstos. La expresión «tomando esta Teórica como Hipótesis» debe ser también entendida en su contexto histórico, pues sabemos que Jorge Juan tuvo que pulir su obra de cualquier afirmación favorable al copernicanismo.

La tabla de correcciones de la aberración para las tres estrellas utilizadas en las observaciones astronómicas que se realizaron por los expedicionarios es la siguiente [143]:

---

[142] La memoria de CLAIRAUT es «De l'aberration apparente des étoiles causés par le mouvement progressif de la lumière», *Mem. 1737*, pp. 205-227. Ver también el artículo destinado a Bradley en D. S. B.

[143] Las tablas se encuentran en AOP, ms. C-2-8.

Fecha	ε-*Orionis*	α-*Aquarii*	θ-*Antinous*
1-01-40	1",5	2",0	1",7
11-01-40	3,0	3,3	2,9
21-01-40	4,5	4,5	4,1
1-02-40	5,8	5,6	5,3
11-02-40	6,7	6,4	6,2
21-02-40	7,4	7,1	6,8
1-03-40	7,9	7,4	7,1
11-03-40	8,3	7,7	7,4
21-03-40	8,4	7,7	7,5
1-04-40	8,3	7,4	7,9
11-04-40	7,8	6,4	6,9
21-04-40	7,1	6,3	6,3
1-05-40	6,2	5,5	5,5
11-05-40	5,2	4,4	4,5
21-05-40	4,1	3,3	3,4
1-06-40	2,8	2,1	2,2
11-06-40	1,3	0,8	1,0
21-06-40	0,0	— 0,5	— 0,3
1-07-40	— 1,4	— 1,8	— 1,5
11-07-40	— 2,8	— 3,0	— 2,7
21-07-40	— 4,0	— 4,1	— 3,8
1-08-40	— 5,3	— 5,2	— 4,9
11-08-40	— 6,3	— 6,2	— 5,8
21-08-40	— 7,2	— 6,8	— 6,5
1-09-40	— 7,9	— 7,4	— 7,1
11-09-40	— 8,3	— 7,7	— 7,4
21-09-40	— 8,4	— 7,7	— 7,5
1-10-40	— 8,3	— 7,5	— 7,5
11-10-40	— 8,0	— 7,1	— 7,1
21-10-40	— 7,4	— 6,5	— 6,5
1-11-40	— 6,5	— 5,6	— 5,7
11-11-40	— 5,4	— 4,6	— 4,7
21-11-40	— 4,3	— 3,5	— 3,6
1-12-40	— 3,0	— 2,3	— 2,4
11-12-40	— 1,6	— 0,8	— 1,1
21-12-40	0,0	0,5	0,3

c) *Semidiámetro aparente del Sol*

Puesto que la medida de la altura al cenit del Sol no se podía hacer más que observando uno de sus bordes, era preciso disponer de una tabla

que permitiese conocer su radio aparente a lo largo de todos los días del año. El tema, dada su importancia, es una constante en todos los tratados de astronomía práctica desde la antigüedad. Desde la introducción del anteojo en los instrumentos de observación, se sustituía el ocular por un pergamino aceitoso sobre el que había dibujado un retículo que permitía medir la anchura aparente del disco solar. En 1724, el caballero de Louville publicó una tabla de uso generalizado durante varias décadas de astrónomos en la que relacionaba la anomalía verdadera del Sol con su diámetro [144]. La tabla, también utilizada por los expedicionarios, era la siguiente:

Fecha	*Diámetro*	*Fecha*
10-VII	31.33	30-VI
20-VII	31.35	20-VI
30-VII	31.37	10-VI
10-VIII	31.40	30-V
20-VIII	31.44	20-V
30-VIII	31.49	10-V
10-IX	31.54	30-IV
20-IX	31.59	20-IV
30-IX	32.04	10-IV
10-X	32.10	30-III
20-X	32.15	20-III
30-X	32.20	10-III
10-XI	32.25	30-II
20-XI	32.30	20-II
30-XI	32.33	10-II
10-XII	32.35	30-I
20-XII	32.36	20-I
30-XII	32.37	10-I

[144] Ver DELAMBRE, *Histoire de l'astronomie au dix- huitième siècle,* p. 317.

Una vez terminados los trabajos geodésicos se eligieron los puntos extremos del meridiano donde habrían de comenzar rápidamente las observaciones astronómicas. La separación en dos grupos de los expedicionarios también tuvo consecuencias sobre el arco cuya amplitud iba a medirse: Godin, Juan y Ulloa adoptaron Mira y Cuenca (3° 27′) para sus observatorios, mientras que Bouguer y La Condamine se decidirían por Tarqui y Cochesqui (3° 7′).

Inicialmente cada grupo realizó las observaciones entre finales de 1739 y primeros meses de 1740. Todo el trabajo parecía concluido cuando Godin, en abril de 1740, aprecia graves divergencias en sus medidas y se decide a recomenzarlas. Enterados los académicos de los errores existentes en sus observaciones, se inicia una fase de la expedición en la que primero separados y más tarde en colaboración se efectúan desde tres puntos diferentes de la meridiana medidas destinadas a verificar la exactitud de los instrumentos recién construidos. Estas operaciones de comprobación se prolongarán hasta los meses centrales de 1742, fecha a partir de la cual se procederá a la definitiva determinación de la amplitud del arco triangulado. Puesto que Juan y Ulloa habían tenido que atender las órdenes del virrey para ocuparse de la defensa de las costas del mar del Sur, sus últimas observaciones en Mira fueron realizadas en abril de 1744. En fin, cuatro años para determinar la latitud de dos puntos son demasiado tiempo si no tomamos en consideración todas las circunstancias que rodearon esta expedición:

> «Ils étaient fatigués, se ressentant tout plus ou moins de deux rudes années passés en Cordillère,

dé sunis, car la maladie et les obstacles accumulés n'améliorent pas les caractères. Au bout d'un séjour déjà long dans le pays, chacun, sauf le sévère Bouguer, y avait des intêrets des affaires pendantes; il y est difficile de croire que la rapidité des travaux n'en ait pas souffert. D'autorité, de direction générales, il n'y en avait plus dans la Mission; elle était en fait, dès la fin de 1739, dissoute, dispersée» [145].

Junto a las señaladas en el texto, otras veces comentadas por nosotros, deben añadirse las dificultades de tipo técnico. Además creemos de importancia el efecto psicológico que produciría entre los expedicionarios del Perú el hecho de que Maupertuis ya hubiese dado a conocer los resultados de su misión en Laponia confirmando las tesis de Newton. El carácter de sus trabajos sufría con ello un cambio de perspectiva notable: ahora habrían de confrontar sus resultados con los obtenidos por científicos tan reputados como Maupertuis, Clairaut, Celsius o Lemonnier, pero además su objetivo ya no podía quedar limitado al de decidir entre teorías científicas contrapuestas. Después de nueve años de disputas, trabajos y gastos considerables, no podían presentarse en París con una mediocre confirmación de los resultados obtenidos en menos de un año por Maupertuis.

Mientras procedían a la verificación de los instrumentos y detección de posibles fuentes de error en las observaciones astronómicas realizadas entre 1739 y 1740, se produce una aproximación cordial entre Godin y La Condamine. Para ambos, estando supuestamente próximo el final del viaje,

[145] G. PERRIER, «Les académiciens au Pérou (1735-1744)» *in Bulletin de la Socité Astronomique de France*, marzo-abril de 1911, p. 17. Sobre los trabajos geodésicos y astronómicos ver también su «La Figure de la Terre», *Revue de Geographie Annuelle*, 2, 201-508, 190.

una reconciliación permitiría presentar ante la Academia de un modo más convincente tanto los resultados como el retraso en obtenerlos. La precaria situación de Godin, que contaba solamente con la amistad de los dos tenientes de navío españoles, y que había llegado incluso a ser detenido por las deudas contraídas, aconsejaba el acercamiento a sus compatriotas. La Condamine, por otra parte, había soportado unas tensas relaciones con un hombre de temperamento autoritario y engreído que nunca estaba dispuesto a reconocerle sus propios méritos. Bouguer, en cambio, se preparaba para un juicio académico que decidiera sobre la conducta de sus compañeros y estaba decidido a mantener una separación de la que no se sentía responsable. Cuando tuvo noticia del reinicio de aquellas relaciones entre sus compañeros, escribió a La Condamine insistiendo en sus puntos de vista y recriminándole por su doblez. La respuesta de éste constituye un dilatado análisis de todas las disputas y una justificación de la nueva actitud conciliadora de Godin:

> «L'académie aura sans doute trouvé fort étrange son procèdé au sujet du mémoire de l'Ecliptique et la copie de son premier memoire informe, envoyée à M. Cassini avec des notes et acompagnée de votre mémoire et de vos additions n'auront pas rendu la cause meilleure, son in-folio survenu sur ces entrefaites avec un résultat différent et nouveaux fondements de calcul aura eu un très mauvais air si les pièces ont été bien examinées et sinon cela aura paru la matière d'un procés fort embrouillé que ne pouvait être décidé en l'absence des parties dans l'un et dans l'autre cas l'academie aura deliberé qu'aucune mémoire ne davait être imprimé jusqu'à notre retour, et il ne fallait pas être sorcier pour deviner que cela arriverait ainsi. M. de Mairan et quelques autres amis de M. Godin peuvent et vraisemblablement luy ont rendre compte du mauvais aspect qu'a eu dans l'académie cette contestation qui n'était propre qu'à diminuer dans

le public le degré d'autorité de notre observation et à répandu dans toute l'Europe le bruit de nos divisions et surtout on luy aura représenté que jamais son mémoire ne sérait imprimé avec l'aveu de l'académie, tant que nous ne serions pas d'accord sur les faits» [146].

Ya vimos hasta qué punto las observaciones de la oblicuidad de la eclíptica fueron defectuosas. Si ello fue motivo de disputas debido a que Godin retuvo la memoria de Bouguer por considerarla defectuosa, no es menos cierto que sus enfrentamientos comenzaron antes de que la compañía llegase al destino final de su viaje. Las razones expuestas por La Condamine eran convincentes pero se apoyaban sobre una hipótesis falsa, pues no creemos que Godin buscase el apoyo de sus compañeros. ¿Cómo explicar entonces la declaración de éste en el proceso de las pirámides a favor de los españoles? Lo cierto es que la entente cordial entre los académicos no se prolongaría entre tantos recelos por mucho tiempo. Salvo el corto período en el que efectuaron observaciones simultáneas —Godin en Tarqui, Bouguer en Cochesqui y La Condamine y Verguin en Quito— de ∈-Orionis para comprobar las tablas de Flamsteed y asegurarse de la inexistencia de movimientos extraños de esta estrella, cada grupo desarrolló sus trabajos con independencia y autonomía respecto del otro.

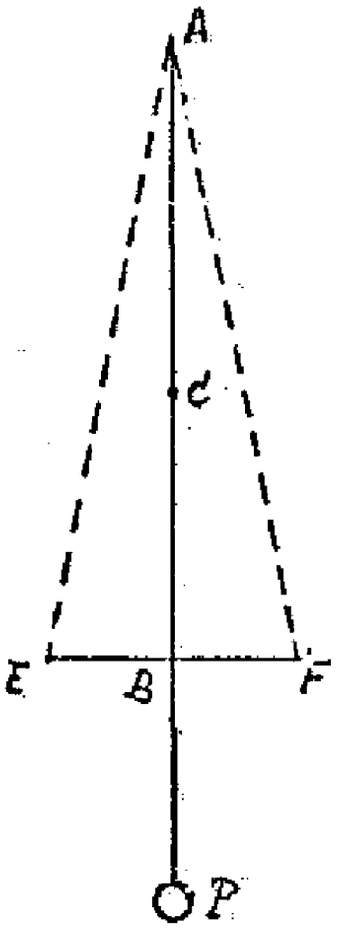
Descripción, instalación y corrección de los instrumentos

No era necesario determinar la latitud de los dos extremos del meridiano para concluir su am-

146 La Condamine a Bouguer; Quito, 8-VII-1741. AOP, ms. C-2-7, pp. 5-6.

plitud. Puesto que las estrellas se suponían fijas, bastaba con conocer la diferencia de la distancia de una de ellas al cenit en ambos puntos. Durante los primeros meses, diseñaron esta última fase de sus trabajos buscando medidas angulares absolutas. La confianza en las tablas astronómicas traídas de Europa pronto iba a truncarse debido a las irregularidades existentes en los primeros resultados. ¿Por qué no se optó por un programa de observaciones simultáneas? Ya hemos visto que el ambiente en la compañía no era propicio para la realización de empresas conjuntas, pero ello no es todo. El carácter artesanal de la construcción de instrumentos astronómicos y la disparidad de métodos de corrección imposibilitaban la existencia de dos telescopios iguales. Todo ello podrá apreciarse con claridad estudiando los instrumentos especialmente diseñados para esta misión. En agosto de 1739, Godin escribe a la Academia informándole del nuevo «sector» construido bajo su dirección por Verguin y Hugo para la observación del tránsito de una estrella por el meridiano del lugar. Veamos de su pluma la descripción que realiza:

> «L'instrument est formé d'une règle de 18 pieds ou un peu plus de longueur qui porte à une de ses extrémités un limbe rectiligne ou corde d'environ 6° maintenu à ses 2 bouts par 2 petits arcs-baitants qui donnent une suffisante solidité à son assemblage avec la règle. Le tout est formé de règles en fer soutenues par d'autres semblables posées de chant.
>
> »Je suspends ce secteur par son extremité superieur au moyen d'une grosse boule de cuivre tournée qui roule dans une gorgère ou espèce de douille tournée aussi, et fixée à des traverses qui joignent deux pièces de bois mises de bout. L'instrument porte une lunette de 18 pieds à laquelle il y a un micromètre, et je fais cette lunette fixe, de sorte que son axe passe par le milieu de l'entendue du



limbe. Celui-ci et par conséquemment tout l'instrument est saisi en embas par une espèce de banc dont le corps est fixe, mais dant les parties qui retiennent l'instrument sont capables de 2 mouvements, de ceux qui sont nécessaires pour caler le secteur, en sorte que le perpendicoule batte exactement sur un endroit déterminé du limbe. Ce perpendicule est suspendu au centre par le moyen d'une pince.

»L'instrument ainsi préparé, je dirigerai la lunette à une étoile fixe que j'aurai choisie à 1 ½ degré par example du zénith d'ici, vers le nord, et dans l'endroit où le perpendicule rencontre le limbe, je marquerai un point. E. C'est à ce point que j'ajusterai toujours le perpendicule dans les observations de l'étoile, en mesurant l'excés ou le défaut avec le micrométre. Puis je renverserai l'instrument et dirigeant à la même étoile, je marquerai de même un autre point F de l'autre côté du limbe.

»L'observation faite j'aurai un triangle AEF (qui si je veux peut être isocéle) dont l'angle en A (ayant égard aux parties de micrométre) est le double de l'etoile au zénith. Il ne s'agit pour trouver sa valeur que de connaître les côtes du triangle; mais il suffit aussi de connaître leur rapport. Pour cela, je pensai d'abord à faire EF une aliquote exacte du rayon AB, mais avec un peu plus de réflexion, j'ai reconnu la peu de sureté qu'il y a en cela, et abandonnant ce parti ainsi que quelques autres, je veux dire ne m'y tenant pas quoique peut-être je les mette en pratique, j'emploirai la méthode suivante.

»Le perpendicule AP suspendu par una pince en A je le laisserai beaucoup plus long que le rayon de l'instrument fait dans l'observation même, soit aprés, en sorte que l'excés BP soit d'environ 3 pieds. L'instrument bien calé, je ferai passer ce fil suspendu librement par les points E, F que pour plus de facilité, je suppose ici également distants du point A. Je marquerai sur le fil même un petit point noir qui réponde à chacun de ces points (ce qui par l'expérience que j'en faite est susceptible d'une extréme précision). Ce point sera par example B sur le fil. Je prendrai avec un compas la distance EF que je porterai de B en C; en ajustant de même le perpendicule aux points B et C j'y marquerai un autre point, en sorte que j'aurai les trois côtés du triangle marqués sur le perpendicule, savoir

$$AB = AE = AF \qquad \text{et} \qquad CB = EF$$

»Je mettrai ce pendule en mouvement, et le comparerai à une horloge bien réglée, d'abord en lui laissant toute sa longueur AP que je supposerai $(10)^9$ parties dont chacune sera au moins 1/300000 de ligne. Je saurai donc qu'en une heure par example, de temps moyen un pendule de 1000000000 parties fait tel nombre de vibrations.

»Je raccourcirai le pendule en relevant le fil du perpendicule dans la pince au moyen d'un tourillon, en sorte que cette pince le saisisse au point C, et faisant la même expérience avec le pendule CP, par le nombre de ses vibrations en une heure, je connaîtrai sa longueur en parties de AP.

»Je ferai une troisième expérience en raccourcissant encore le fil, en sorte qu'il soit suspendu en B

et que le pendule soit de la longueur BP dont je connaîtrai de même la longueur en parties de AP. Or connaissant AP, CP, BP, j'aurai AB et CB en memes parties, et par consequemment leur rapport, et il en sérait de même de plusieurs autres lignes. J'omets ici diverses précautions que je compte prendre pour obtenir la précision nécessaire, et qu'il me paraît impossible d'obtenir par toute autre voie.

»C'est de cette manière que je compte déterminer la distance de l'étoile au zénith des deux extrémités de notre méridienne, et voilá où j'en suis en particulier de notre ouvrage, dans lequel nous avons tous éprouvé une infinité de difficultés de toute espèce» [147].

Pese a todas las precauciones adoptadas en su construcción y diseño, lo cierto es que las primeras observaciones realizadas mostraron la existencia de importantes desviaciones en la posición de ∈-Orionis. Puesto que el instrumento era considerado de una precisión extraordinaria, los académicos pensaron en la posibilidad de haber detectado la existencia de un movimiento propio en las estrellas hasta entonces desconocido. La idea, sin embargo, era de tal trascendencia para la astronomía del período que ni siquiera llegó a proponerse un programa de observaciones para su cuantificación. Aquellas deficiencias «... cuyo origen no podimos averiguar en mucho tiempo» les decidieron a verificar concienzudamente el nuevo sector astronómico. El testimonio de Juan no puede ser más elocuente:

«...algunas consideraciones me hicieron notar en él, que el movimiento que se daba al limbo, por medio de tornillos, con que estaba sujeto por abaio. no era igual, o correspondiente, al que la bola

[147] El texto procede de una carta de L. Codin (Cuenca, 14 de agosto de 1739) dirigida a la Academia y que Mairan, secretario perpetuo, leyó en la sesión del 27 de enero de 1742. *Rég. 1742*, pp. 44 ss.

de suspensión hacía, a causa de la longitud del Instrumento, que le hacía flexible; y como su flexibilidad no era igual en todas ocasiones, que se movía el Instrumento, se seguía precisa diferencia en él; y por consiguiente en las Observaciones, las cuales nos fue preciso abandonar, igualmente que el Instrumento, y dedicarnos a idear otro» [148].

Desde luego tales imperfecciones debieron producir importantes errores. Como ya hemos dicho anteriormente, el mayor problema de este tipo de instrumentos de gran radio era su solidez y estabilidad. Así se comprende la abundancia de detalles relativos a la resistencia y disposición de cada una de las barras de hierro que refuerzan el diseño. En general, las descripciones de instrumentos astronómicos durante la primera mitad del siglo XVIII contienen más información sobre las dimensiones de cada uno de los elementos metálicos que lo constituyen que sobre la estructura de una pieza tan fundamental como el micrómetro.

Para corregir las deficiencias apreciadas por Juan en el sector se realizaron dos modificaciones sobre el esquema descrito por Godin [149]. La primera mejora da estabilidad al sustituir el mecanismo de suspensión formado por la bola de cobre por dos sólidos anclajes que fijan el instrumento mientras se observa a la viga de un edificio y a un banco de madera clavado en el suelo. La segunda novedad se refiere al método empleado para grabar las divisiones del limbo: el ángulo formado por el «perpendículo» en el centro será hallado por un procedimiento tan impreciso como el del péndulo pero sensiblemente más

[148] JUAN, *Observaciones...*, p. 271.

[149] La descripción del instrumento después de efectuadas las correcciones puede encontrarse en J. JUAN, *Observaciones...*, *pp.* 271 *ss.*

cómodo. Veamos cómo se realizó esta importante operación.

Una vez instalado el instrumento en el plano del meridiano, por el procedimiento ya descrito de las alturas correspondientes, se disponía de modo que las tres estrellas que iban a observarse pasasen por el anteojo. En el micrómetro un hilo fijo marcaba la posición del meridiano mientras que el móvil era trasladado por medio de un tornillo micrométrico hasta que se superponía sobre la trayectoria de la estrella en el ocular. Al ángulo correspondiente a las vueltas dadas por el tornillo se le añadía el formado por la plomada y el anteojo, obteniéndose así la altura al cenit de la estrella. El «perpendículo» cortaba al limbo, según notaba Godin, en el punto E. Para evitar una posible irregularidad en la disposición del centro del anteojo, se giraba 180° el plano del instrumento y se repetía la operación anterior. En este nuevo caso, la plomada cortaba al limbo en el punto F, siendo $E\hat{A}F$ el doble del ángulo que debía sumarse a las partes de micrómetro medidas. Toda la dificultad de la operación consistía como vemos en precisar el valor de $E\hat{A}F$. Para ello Juan ingenió el siguiente procedimiento: sobre un hilo de plata tensado se llevaron empleando un compás de vara con tornillo micrométrico las tres distancias AE, AF y EF, pudiendo encontrar la proporción en la que se encontraban. Resolviendo el triángulo, obtuvo que el ángulo buscado valía 2° 50′ 29″ 44‴, que fue mayor en 1″ 44,5‴ que el hallado por Ulloa con el mismo método. Cuando en Mira hubieron de repetir estas operaciones debido a la diferente disposición del anteojo, la diferencia entre ellos fue de sólo 0″,6 [150]. Es decir,

[150] JUAN, *Observaciones...*, pp. 274 ss. Godin encontraría 2° 50′ 28″ 9‴, ver «Note de Bouguer sur la grandeur

según esta simple verificación, era posible hasta una diferencia de 2″ en las amplitudes del arco de meridiano tringulado, lo que habría supuesto unas 10 toesas en la longitud del grado.

Vengamos ahora a la descripción del instrumento empleado por Bouguer y La Condamine (figura 33). Es preciso señalar que pese a la impresión de tosquedad que pueda producirnos, presenta características rigurosamente innovadoras en el contexto de la astronomía de su época. Aparte de sus dimensiones, destacan los diversos resortes que posibilitan leves y precisos movimientos. La idea de disponer un limbo que fuese una parte proporcional del radio, aunque propuesta en teoría por otros autores como Cassini, nunca había sido desarrollada y aplicada con tanta perfección como lo sería en estas observaciones. Se trata, por tanto, del instrumento astronómico más preciso que, al menos en teoría, fue utilizado durante la primera mitad del setecientos. Su descripción, tal y como nos la cuenta La Condamine, es la siguiente:

> «Notre Secteur, dans sa nouvelle construction, n'étoit plus composé que de trois pièces principales; d'un limbe de cuivre, d'un rayon formé d'une barre ou règle de fer qui joignoit le limbe au centre, et d'une pièce qui portoit le centre et se terminoit en un segment de sphère ou portion de boule par laquelle l'instrument étoit suspendu.
> »AB est une règle longue de deux pieds (...). Cette règle étoit de cuivre, et appliquée avec des cloux de même matière, rivés sur une bande de fer, garnie par derrière d'une règle de chan. On s'étoit dispensé de donner au limbe une courbure circulaire; mais sa largueur verticale étoit suffisante pour contenir la courbure d'un arc de cercle de sept à huit degrés. Au milieu de la bande de fer, qui soûtenoit le limbe, étoit attachée avec (...) une

du degré d'après les observations de M. Godin», AOP, ms. C-2-7.

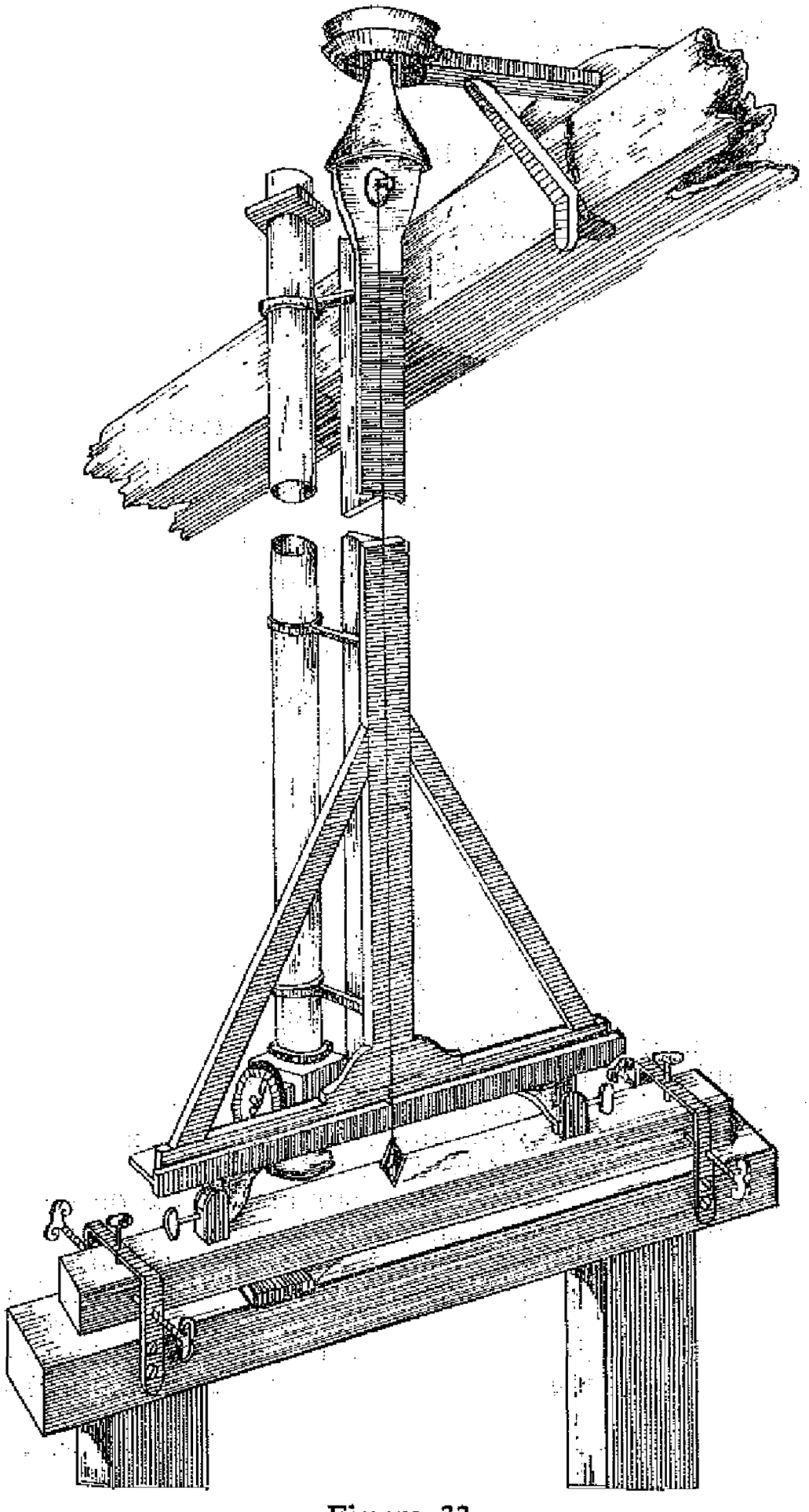


Figura 33

règle plate de fer CD (...). Cette règle formoit le rayon du Secteur, et servoit à lier le limbe avec le centre de l'instrument (...). La règle CD (...) avoit aussi une règle de chan qui lui étoit adossée dans toute sa longueur, pour la contenir et l'empêcher de s'arquer.

»L'extremité supérieure du même rayon s'élargissoit vers D, et recevoit sur sa face antériure (...) une pièce de cuivre EFG, avec laquelle elle étoit assemblée par trois fortes vis. Un peu plus haut, la pièce de cuivre étoit percée en I d'un trou disposé pour recevoir un cylindre de même matière, (...) et qui servoit de centre à l'instrument. (...) La même pièce de cuivre EF se prolongeoit en G, et prenoit une forme conique qui se terminoit par le haut en un segment de sphère, ou portion de boule, (...) Cette demi-boule, qui faisoit les fonctions du genou dans les planchettes d'Arpenteur, servoit de point de suspension à l'instrument; et par son moyen il pouvoit facilement se tourner et s'incliner en tout sens.

»La bande de fer, sur laquelle le limbe AB étoit rivé, portoit à sa partie inférieure deux pièces saillantes M, (...) qui servoient à retenir le Secteur dans la situation qu'on vouloit lui donner. Ces deux tenons (...) pouvoient être mûs parallèlement au plan du limbe par le moyen de deux vis *n*, qui agissoient en sens contraire; et qui, en conduisant doucement l'un ou l'autre des deux tenons M, faisoient mouvoir le Secteur sur son centre dans le plan du limbe, et donnoient toute la facilité possible de changer l'inclinaison de l'instrument, d'une aussi petite quantité qu'on vouloit.

»La pièce de bois O, à laquelle étoient fixés les deux tasseaux à coulisses, étoit couchée sur un banc solide Q, dont les pieds étoient enfoncés en terre de quatre pieds de profondeur; aux deux bouts de ce banc étoient arrêtés deux crampons de fer R en forme de double équerre ou d'étriers. (...) Ces étriers étoient garnis chacun de trois vis, une en avant S, une en arrière *s*, et l'autre en dessus *t*: les premières servoient à mouvoir doucement la piece de bois, parallélement à elle-même, en avant et en arrière (...). Les vis *t* (...) servoient (...) à la fixer dans la situation qu'on lui avoit une fois donnée (...).

»La lunette X étoit embrassée par des fourchettes

de fer (...). *w* représente le Micromètre adapté à a lunette pour mesurer les minutes et secondes, dont la distance de l'astre au zénit étoit, ou moindre, ou plus grande que la moitié de l'arc tracé sur le limbe. Enfin *P* désigne le poids suspendu librement par un cheveu ou un fil de *Pite* au centre *I* de l'instrument» [151].

Construido el instrumento, un largo período de pruebas se iniciaba hasta su total verificación. El temor a repetir los errores cometidos en las observaciones de 1736 y 1737 anima a Bouguer a realizar un análisis teórico de las características que debía poseer un buen instrumento de pasajes. La memoria de resultados está plagada de acusaciones para lo que califica de usos rutinarios de la astronomía práctica; en su opinión, tanto los artesanos como los científicos anteriores a la tercera década del setecientos no habían adoptado precauciones, lo que convertía sus resultados en meras aproximaciones. Los propios Picard, Halley, Louville e, incluso, Bradley no son excluidos de sus comentarios críticos. Aunque, sin ninguna duda, el mérito que a sí mismo se atribuye es exagerado, la memoria merece un comentario, ya que nos permitirá una más profunda aproximación a los problemas de la astronomía del período. Adelantemos que muchas de sus consideraciones se desenvuelven dentro de una prosa ambigua y confusa, de modo que serán traídas aquí más que por el éxito o fracaso de su razonamiento por las dificultades conceptuales en que se desenvolvía.

En primer lugar, se asegura de que la composición del instrumento con materiales de distinto coeficiente de dilatación no afectará a la calidad de las medidas. Lo que sorprende de las páginas dedicadas a este punto es el hecho de que no se

151 La Condamine, *Mesure de trois...*, pp. 110-2.

plantee el margen de error con el que podía determinar la dilatación de metales. Sigue en el orden de exposición el espinoso tema del paralaje observado en los hilos del micrómetro. La Condamine había resuelto esta dificultad instalando en su ocular un cañón de cartón que garantizaba en todas las observaciones una misma situación del ojo. Bouguer, más inclinado al análisis y «soluciones» teóricas, escribirá varias páginas de instructivas reflexiones; observa que existen tres factores confluyentes: 1) las peculiaridades de cada ojo humano; 2) la distinta posición de dicho ojo frente al ocular que, según sus experiencias, puede producir diferencias entre dos observadores de hasta 20 segundos; 3) el hecho de haber regulado los hilos del micrómetro para una distancia de aproximadamente 10 kms. cuando las observaciones habrían de hacerse sobre objetos celestes. Todo ello le lleva a la conclusión, absolutamente impracticable, de que acortando la distancia focal del anteojo un tercio de línea ($\simeq$ 0,7 mm.) podrían evitarse los errores producidos por el concurso de los factores mencionados. En fin, esta primera parte de su memoria, que incluye un certificado notarial de autenticidad, además de no aportar nada nuevo pone en cuestión su capacidad para la astronomía práctica [152].

Algunas consideraciones sobre las características del limbo dan paso a las auténticas dificultades que entraña la buena disposición de un instrumento de pasajes:

> «...les erreurs qu'on peut ensuite commetre dans les observations ne doivent venir que de trois differentes sources. Ou 1° de ce que l'instrument n'est pas bien placé dans le plan du méridien:

[152] Este punto de vista es sostenido también por J. B. J. DELAMBRE, *Grandeur et figure de la terre*, París, 1912, pp. 128-9.

ou 2° de ce qu'il n'est pas bien callé ou situé verticalement: ou 3° de ce qu'on n'a pas réussi assez parfaitement dans sa construction à rendre la lunette parallèle à son plan» [153].

Aunque Bouguer intenta presentar sus reflexiones sobre estos puntos como originales, debido al tratamiento teórico que les da, lo cierto es que todos los astrónomos empleaban diversos procedimientos empíricos para garantizar la más exacta posición del instrumento y anteojo en el plano del meridiano;

«...je tâche —escribía Bouguer en *La Figure de la Terre...*— de répandre une nouvelle lumière sur toutes les parties de ce sujet...» [154].

Pronto veremos hasta dónde alcanzaba su petulancia y las escasas «luces» aportadas. El método práctico usual consistía en determinar el meridiano por las alturas correspondientes: repitiendo varias veces la operación de medida con el limbo mirando a oriente y occidente, se conseguía por aproximaciones sucesivas *calar* con bastante precisión el instrumento. Veamos lo que opina Bouguer sobre este procedimiento:

«Plusieurs personnes ont cru qu'il suffisoit pour cela de faire passer *l'étoile* par la lunette à l'instant précis de la mediation; et pour s'en mieux assurer ils ont pris des hauteurs correspondantes de l'etoile vers l'orient vers l'occident (...). L'etoile passant très près du zénith doit changer très subitement de vertical, et il se peut faire qu'elle en change de plus d'un degré en 3 ou 4 secondes de temps. Ainsi il suffiroit souvent de se tromper de ce court intervale, pour qu'on se trômpât sur la direction du secteur de plus d'un degré» [155].

---

[153] P. BOUGUER, «Sur la maniere d'observer la distance...», AOP, ms. C-2-7, F° 4v.

[154] P. BOUGUER, *La Figure de la Terre..., op. cit.*, p. 175.

[155] P. BOUGUER, «Sur la maniere d'observer...», *op. cit.*, F° 4.

No comprendemos por qué Bouguer supone que los astrónomos no tomaban la precaución de repetir varias veces la operación por él descrita, pues es evidente que aquellos tres o cuatro segundos podían reducirse reiterando la observación. Demuestra Bouguer que el error que se puede cometer es tanto mayor cuanto más pequeña es la altura al cenit de la estrella de prueba. Su conclusión le lleva a proponer la utilización del Sol para el calado del instrumento, obviando el importante tema de la refracción astronómica. Después de intrincadas reflexiones sobre cuya utilidad tenemos profundas dudas, terminará por reconocer que un astrónomo experimentado, lo contrario de lo que él era, no estaba expuesto a graves riesgos respecto a las dos primeras fuentes de error analizadas. La tercera, sin embargo, habría de ser más detenidamente considerada:

> «Cette erreur peut quelques fois avoir été fort grande, lorsqu'on n'a pas situé la lunette avec assez de soin, et je crois aussi que c'est principalement par cette raison, qu'on a souvent éprouvé tant ce difficulté a observer la hauteur méridienne des astres qui sont fort hauts» [156].

Su análisis concluye en la conveniencia de elegir estrellas próximas al cenit para corregir el error. Así pues, las dos principales fuentes de imprecisión que, en su opinión, son habitualmente responsables de desviaciones próximas a los dos segundos no podrían ser corregidas simultáneamente:

> «...il est effectivement impossible, non pas d'une simple impossibilité Physique, mais d'une impossibilité même géometrique, de satisfaire à ces trois conditions en même temps» [157].

---

[156] P. BOUGUER, «Sur la maniere d'observer...», *op. cit.*, F° 5ᵛ.

[157] Cit. ant., F° 5ᵛ.

Lo más sorprendente es que, obligado a ensayar procedimientos empíricos de reglaje del instrumento, elegirá el más tosco de todos:

> «...il suffira de viser à quelque objet éloigné par le bord du limbe et la platine du centre; il ne restera plus qu'à ajuster la lunette sur cet objet» [158].

Y en efecto, aunque la memoria que comentamos ofrece algún dato más explícito, como dirigir las visuales con pínulas e incluso anteojos de prueba (lunettes d'éprouve), el método dejaba mucho que desear. La Condamine nos cuenta que después de efectuar la instalación del sector, según recomendaba su compatriota, la estrella ∈-Orionis pasaba 11 ó 12 segundos antes de la hora de culminación calculada por alturas correspondientes.

El método que finalmente toda la compañía se determinó a utilizar, después de numerosas pruebas efectuadas entre 1740 y 1741, fue el siguiente:

> «...nous avions un excellent moyen pour vérifier l'inclinaison de la lunette au plan du limbe, avec la plus grand précission. Le fil-à-plomb pendant du centre et rasant le limbe, nou assuroit que le plan du secteur étoit bien vertical: un filet de cheveux tendu dans l'alignement d'une Méridienne vérifiée et rasant horizontalement le même limbe, nous répondoit que celui-ci étoit exactement dans le plan du Meridienne. Tout étant ainsi disposé, si la lunette eût fait un angle avec le plan du Secteur, il est clair que l'Etoile eût passé au fil vertical, plus tôt ou plus tard que l'heure calculée de la mediation; et quand on n'auroit pas en l'heure de la médiation calculée, on l'eût pû conclure en retournant l'instrument en sens contraire; puisque l'Etoile auroit passé au fil vertical, autant de secondes trop tôt dans une situation du secteur, que de secondes trop tard dans la situation inverse" [159].

---

158 P. Bouguer, *La Figure de la terre...*, p. 199.

159 La Condamine, *Mem. 1746*, p. 663-4.

Como vemos, se consideraba que el instrumento estaba bien situado en el plano del meridiano para lo cual era común usar un gnomon fijo.

El problema de la vertical no era especialmente delicado, ya que era habitual resolverlo simultáneamente al del paralelismo del eje óptico. Sin embargo, había una cuestión que durante la primera fase de observaciones iba a preocuparles: una vez suspendida la plomada por el centro, ¿permanecía indefectiblemente señalando la vertical? Sospechaban que la proximidad de grandes masas, como las montañas, podía producir alteraciones de gran importancia. El tema, además, poseía connotaciones de mayor envergadura, ya que podía ser utilizado para diseñar un test a la teoría de la atracción newtoniana:

> «...la attraction si elle avoit lieu devoit écarter de la ligne vertical un fil de plomb, changé d'une balle ordinaire, d'environ une demie minute» [160].

Si la sospecha se confirmaba, el error introducido en las medidas podía ser más importante que el debido a cualquiera de los efectos citados. El experimento diseñado fue muy simple: consistía en determinar la altura meridiana de un astro al norte y al sur de una montaña. Dicha observación, reducidos los resultados a cualquiera de los puntos de observación elegidos, debía proporcionar el mismo ángulo. Si ello no se cumplía era debido a la influencia de la gravedad. Las operaciones realizadas durante el mes de diciembre de 1738 por La Condamine, Bouguer y Ulloa, mien-

[160] LA CONDAMINE, «Lettre à M. Dufay sur les observations faites à *Chimborazo*, Montagne de la Province de *Quito*, pour reconnaître par Expérience l'effet de l'attraction Newtonienne». A Riobamba, 36 lieües au Sud de Quito, e 23 X^bre. 1738. AOP, ms. C-2-7, p. 1. También P. BOUGUER, *Figure de la terre...*, pp. 364 ss.

tras que Godin y Juan viajaban a Quito para buscar nuevos fondos económicos, dieron los siguientes resultados [161]:

		E. Septentrionales			
		Acamar	*Canopus*	β-*Ceti*	*Sirio*
E. Australes	Capella	+ 7"	+ 2"	+ 12"	— 1"
	β-Arii	+ 6"	+ 1"	+ 11"	— 1"
	α-Arii	+ 13"	+ 9"	+ 19"	+ 6"
	Aldebarán	+ 16"	+ 11"	+ 21"	+ 8"

Como vemos se observaron cuatro estrellas australes y otras tantas septentrionales. Comparada la latitud del observatorio según resultaba de las observaciones por cada dos estrellas, la diferencia positiva o negativa encontrada era atribuida a la existencia de una atracción o repulsión respectivamente de la montaña sobre la plomada. No es preciso comentar que la tabla de resultados no admite conclusiones demasiado firmes. Si acaso, podría decirse que existe una atracción cuya magnitud no se puede precisar y que, evidentemente, no llegaba a ser tan grande como se había previsto teóricamente. En fin, un mes de trabajos en el Chimborazo no proporcionaba conclusiones útiles para las observaciones astronómicas que iban a realizarse. Respecto del tema de la gravitación, La Condamine concluirá su memoria en términos suficientemente claros:

[161] P. Bouguer, «Table de déviations du fil à plom au pied de Chimborazo". La tabla de resultados está incluida en la p. 6 de un manuscrito de Bouguer que lleva por título "A Messieurs les Auteurs du Journal des Savants", AOP, ms. C-2-7.

«Si Chimborazo a été Volcan, comme il n'y a plus lieu d'en douter; la plus grande partie de cette masse énorme en apparence, peut n'être plus qu'une cavité immense, un grand vaisseau creux ou rempli de neige, et en ce cas son volume restant le même, sa masse sera tellement diminüée, que non seulement, il ne sera point étonnant que nous n'ayons trouvé que 7 à 8 secondes d'attraction par nos observations; mais encore qu'elles auroient bien pû ne nous rien donner de sensible, font qu'on en pût rien conclure contre la réalité de l'attraction Newtoniéne» [162].

Si La Condamine se conformó con justificar la ausencia de resultados positivos sin cuestionar el principio de atracción, Bouguer con otro procedimiento iría algo más lejos. Utilizando la ley de atracción newtoniana encontraría una fórmula para calcular la gravedad a una altura h en función de su valor sobre el nivel del mar. Dado que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, entonces:

$$\frac{g_h}{g_o} = \frac{R^2}{(R + h)^2} \simeq 1 - \frac{2h}{R}$$

donde R es el radio de la Tierra. Si ahora le añadimos la atracción correspondiente a la montaña, considerada por Bouguer como un disco de altura h y densidad ρ, tendríamos:

$$\delta g = 2\pi G \rho h$$

y como $g = \frac{4}{3}\pi GRD$ == $G = \frac{3g}{4\pi RD}$

Y, por tanto,

$$g_h = g_o\left(1 - \frac{2h}{R} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho}{D} \cdot \frac{h}{R}\right)$$

[162] La Condamine, «Lettre à M. Dufay...», *op. cit.*

Aplicando la tesis de las cavidades existentes en las masas continentales, conclusión a la que llegaron en sus observaciones astronómicas antes comentadas, y suponiendo que la densidad media de las montañas era $\rho = (1/2)D$, entonces:

$$g_h = g_o\left(1 - \frac{5}{4} \cdot \frac{h}{R}\right)$$

expresión que es conocida en la literatura actual como fórmula de Bouguer. Su contrastación con las observaciones realizadas con el péndulo no proporcionaría resultados satisfactorios, ya que se ignoraba entonces el fenómeno conocido como isostasia. Conviene que antes de abandonar este tema resaltemos la última frase de La Condamine en la que se habla de «la realité de l'attraction Newtoniéne». Aunque Bouguer, tal vez, llegase a ser el último defensor de la ortodoxia cartesiana en la Academia, comprobamos cómo su espíritu práctico le permitía abordar el análisis de un problema concreto desde supuestos claramente newtonianos.

Hasta aquí lo que queríamos decir respecto del tema de la instalación del instrumento. Completaremos su descripción comentando, tal y como hicimos al tratar el construido bajo la dirección de Godin, el procedimiento empleado para dividir el limbo.

Puesto que se quería medir la altura al cenit de estrellas cuyo valor era aproximadamente conocido, no era preciso grabar sobre el limbo todas las divisiones menores que la amplitud angular buscada. Básicamente la idea era simplificar al máximo esta operación de grabado para no introducir los errores que ya vimos al analizar el cuarto de círculo. Bastaba con marcar sobre la barra de cobre que constituía el limbo los dos ex-

tremos sobre los que muy aproximadamente caería la plomada. Dichos puntos, por tanto, formarían en el centro del instrumento un ángulo doble del que inicialmente se buscaba. Como la vertical no coincidía exactamente con dichas señales, el micrómetro era empleado para completar la observación. Para evitar los problemas derivados de una deficiente instalación del centro del instrumento la operación se repetía girando todo el artefacto 180°, repitiendo la observación y tomando, finalmente, el valor medio de las dos medidas.

El problema de cómo trazar con exactitud las dos señales del limbo era resuelto por Bouguer y La Condamine con métodos diferentes aunque muy próximos. Bouguer con el radio del instrumento y desde su centro trazaba sobre la lámina de cobre un arco; por procedimientos geométricos dividía el radio en K partes iguales y trasladaba sobre dicho arco una de ellas, obteniendo un ángulo α cuyo valor era:

$$\alpha = \frac{360}{2\pi} \cdot \frac{1}{K}$$

La Condamine, en cambio, una vez dividido el radio, trasladaba una de las partes sobre un segmento perpendicular al eje del instrumento y que, en definitiva, era la secante del mismo arco dibujado por su compatriota. Los puntos extremos marcados sobre el limbo definían un ángulo cuyo valor era:

$$\alpha = \text{arcsen}(1/K)$$

Sin duda, la precisión alcanzada en las observaciones realizadas con un limbo construido por cualquiera de los dos procedimientos descritos

era sensiblemente mayor que la que podía obtenerse con los métodos de grabado que vimos al ocuparnos del cuarto de círculo, ya que no era preciso medir longitudes absolutas y que geométricamente no era difícil dividir una regla en K partes iguales. En Tarqui se observó con un limbo que era 1/18 parte del radio (posteriormente se haría de 1/17), mientras que en Cochesqui la amplitud del sector de paso fue de 1/20. El valor de los arcos empleados en las observaciones sería aproximadamente:

1/K	*Bouguer*	*La Condamine*
1/18	3°10'59"	3°11' 5"
1/17	3°22'13"	3°22'20"
1/20	2°51'53"	2°51'58"

¿Cuál era la precisión de estos instrumentos? Suponiendo que el micrómetro, eslabón más débil de toda la cadena de elementos, estuviese bien reglado, el error que podían cometer los académicos en sus observaciones no podía ser mayor que un segundo. En esa creencia se iniciaron las primeras operaciones astronómicas de Tarqui entre el 12 de noviembre de 1739 y el 13 de enero de 1740. Durante esos días se efectuaron tres series de medidas de la altura al cenit de ∈-Orionis con dos arcos diferentes para el limbo: en la primera se adoptó una amplitud de 3° 11' 1",2, es decir, 4" más pequeña que la 1/18 parte de radio; en las otras dos series se emplearía 1/17, que, según las tablas de senos que poseían, proporcionaba un arco de 3° 22' 15". Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Serie	*Fecha*	*Pos. limb.*	*Micron.*	*V. med.*	*Arco*	*Alt. al cénit*
	12-11-39	Orien.	7'42".5	7'42".3		
	13-11	Or.	7'42".1			
1.ª	15-11	Occid.	2'19".4		3º11'1".2	1º40'31".15
	19-11	Oc.	2'19".7	2'18".8		
	27-11	Oc.	2'19".4			
	8-12-39	Oc.	—28".7			
	9-12	Oc.	—28".7	—29".1		
2.ª	12-12	Oc.	—28".3			
	14-12	Oc.	—30".7		3º22'15"	1º40'37".15
	13-12	Or.	—31".6	—31".6		
	13-12	Or.	—31".6			
	30-12-39	Oc.	—33'.0			
	6- 1-40	Oc.	—26".3	—28".8		
3.ª	9- 1	Oc.	—27".2		3º22'15"	1º40'33".6
	2- 1	Or.	—36".4	—39"		
	13- 1	Or.	—41".7			

Como vemos, el ángulo medido con el micrómetro en la primera serie de observaciones era bastante mayor que en las restantes. Ello determinaría el cambio de arco efectuado, ya que siendo la pieza más delicada del instrumento no era recomendable prodigar su uso debido a la facilidad con que sus hilos podían desajustarse.

Los resultados recogidos en la tabla no eran todo lo precisos que los académicos esperaban. Los 6" de diferencia entre la primera y segunda serie mostraba la existencia de algún factor perturbador. Aunque su resultado era compatible con el obtenido en primer lugar, comprobamos que hubo una diferencia excesiva de 7" entre las observaciones realizadas el 30 de diciembre y el 6 de enero. Nuevas series de medidas, efectuadas en los meses sucesivos, proporcionaban resultados aún más deficientes:

> «...la distance de l'etoile au zenith —escribe La Condamine—, est, toute déduction faite, encore

trop grande de 27 à 28 secondes par le premier résultat, et de 18 par le second; en sorte que l'erreur moyenne est de 22" ½ au moins» [163].

Las memorias impresas por los académicos explican que fueron necesarios dos años para verificar y corregir los instrumentos. A través de ellas nos enteramos de que unas variaciones tan gruesas fueron siempre atribuidas a la flexibilidad del anteojo y de las abrazaderas que lo unían al radio:

«Les fourchettes de sept pouces qui portaient la lunette avoient été accourcies de moitiés depuis les premiers observations de 1739 à Tarqui» [164].

Pese a ello, las nuevas series de observaciones realizadas en Cochesqui —extremo norte de la meridiana— y Quito a lo largo de 1740 y 1741 evidenciaron nuevos desajustes. Siguiendo siempre lo manifestado en la literatura impresa, el problema no sería resuelto hasta septiembre de 1741:

«...lorsque M. Bouguer multiplia le nombre de supports de la lunette, que le Secteur acquit toute la solidité nécessaire. Du moins c'est depuis cette époque, que toutes les observations faites à différentes reprises avec cet instrument, quoique par divers observatteurs et sur différens arcs, ont commencé à donner constamment une même distance au zénith» [165].

Así es como todos los expedicionarios coinciden en justificar un retraso de más de dos años en el inicio de las observaciones definitivas. Sin embargo, los manuscritos que aún se conservan nos muestran una realidad bien diferente. En cuanto al método, sabemos que Godin había uti-

163 La Condamine, *Trois degrés...*, p. 139.
164 La Condamine, *Trois degrés...*, p. 169.
165 La Condamine, *ibidem.*

lizado una brújula para disponer el anteojo meridiano o que La Condamine, por ejemplo, reconoce no haber sido muy cuidadoso en la determinación del momento de paso de la estrella. Pero aún hay más. Un texto impreso por Juan en sus *Observaciones*... nos puso sobre la pista de una razón suficientemente convincente. Comentando el español la perfección con la que había sido construido el segundo instrumento, decía:

> «...salió tan adecuado, exacto, firme, y fácil su manejo, que nos hizo notar movimiento extraño en la latitud de las Estrellas (...). Dimos aviso de este descubrimiento a MM. Bouguer, y La Condamine, quienes dudaron de ello, queriendo atribuir algún defecto a nuestro Instrumento, quedaron satisfechos por varias observaciones, que repitieron con anteojos fijados en la Pared, donde se notó sensiblemente el movimiento de ε-Orión» [166].

Y, en efecto, convencidos debieron quedar cuando durante los dos años siguientes desarrollarían conjuntamente un programa de observaciones tendente a objetivar la magnitud de dicho movimiento. El plan consistía en realizar observaciones simultáneas desde tres puntos situados a lo largo de la meridiana: en los extremos estarían Godin al sur y Bouguer al norte, mientras que La Condamine observaría desde Quito:

> «...il y est le moyen qui paraît le plus propre —escribía La Condamine a Maupertuis— pour pouvoir conclure avec quelque certitude la grandeur du degré despuis l'hypothése de la variation de l'etoile confirmée jusqu'ici par les observations, variations que M. Godin, juge de 40 ou peut-être 50". Il est evident que si cette variation journalière empêche chaque observation de pouvoir conclure la distan-

[166] JUAN, *Observaciones...*, pp. 271-2.

ce au zénith par la méthode ordinaire dont P. Picard est l'auteur» [167].

Desde luego que una variación diaria de 40″ o 50″ en la posición de las estrellas no sólo impediría la utilización del método empleado por Picard, sino que invalidaba la mayor parte de las observaciones realizadas por todos los astrónomos. No había más alternativa que cuantificarlo, pero ¿no debía haberles parecido exagerado? ¿Cómo podían suponer que ni Picard, Bradley, Flamsteed, Kepler o los Cassini lo habían detectado, cuando ya existían tablas para corregir la precesión de los equinoccios o el semidiámetro aparente del Sol? Las dos preguntas tienen una difícil respuesta que, con todas las matizaciones que se quiera, nos atrevemos a proponer. En primer lugar, es preciso insistir sobre el hecho de su extraordinaria confianza en los instrumentos recién construidos. Las memorias de Bouguer sobre este punto están llenas de críticas y comentarios despectivos hacia los artesanos europeos. En segundo lugar, los trabajos de Bradley sobre la aberración o nutación evidenciaban la mayor precisión de las observaciones. Las mejoras introducidas por Graham en la construcción de sectores junto a los nuevos descubrimientos astronómicos dan cuenta de la existencia de una mentalidad, en nuestra opinión, abierta a la posibilidad de importantes cambios en la astronomía práctica. De hecho, no puede sorprendernos el encontrar en los escritos de la época la dialéctica antiguos y modernos, siendo aquéllos las figuras más sobresalientes de la centuriar anterior, tales como G. D. Cassini, Picard, Horrebow, Riccioli, Hooke...

---

167 La Condamine a Maupertuis; Quito, 20-I-1741. La carta fue leída en la sesión académica del 13-I-1742, ver *Reg. 1742*, p. 2.

El aislamiento de los expedicionarios respecto de París junto a la incertidumbre que debió producirles la detección de errores tan importantes son otras tantas razones a considerar. Todas estas circunstancias, tan difíciles de objetivar por su raíz psicológica, ayudan a entender lo ocurrido. Para La Condamine las dificultades que ocasionaba el supuesto descubrimiento podían solucionarse mediante la realización simultánea de observaciones [168]. Durante la segunda mitad de 1740 varias veces insistiría a Bouguer en esta propuesta. Su compañero, sin embargo, después de tanta polémica ya no creía en la solvencia científica del resto de los expedicionarios y buscaba otro tipo de explicación a las divergencias existentes entre los distintos observadores. Revisando la óptica del anteojo encontraba que por no estar el micrómetro situado perfectamente en el foco del objetivo existían errores de paralaje agravados cuando se comparaban observaciones realizadas por distintas personas:

> «Cet inconvenient de la parallaxe inevitable est une autre raison de ne point admettre l'alternative dans les observations: car elle se fait en différents sens selon la diverse constitution des ieux des observateurs» [169].

---

[168] El 22 de diciembre de 1740, escribía La Condamine a Bouguer para reprocharle su negativa a realizar observaciones simultáneas, en los siguientes términos: «Vous vous etes refusé a tous les temperaments et proposition que je vous ai faite pour eviter une separation contraire a l'intention de l'Académie et que vous aviez si fort desapprouvé dans M. Godin». AIF, *Papiers J. M. de la Gournerie*, ms. 2118. El mismo día Bouguer se apresuraba a contestar a su compatriota acusándole de estar continuamente pleiteando (Quito, 22-XII-1740). AOP, ms. C-2-7.

[169] BOUGUER a LA CONDAMINE; Quito, 23-IX-1740. AOP, ms. B-5-7.

Unos meses más tarde confirmaba La Condamine la realidad de tal supuesto, pues:

> «En effet M. Verguin a trouvé entre son observation du 16 avec lunette fixe, et celle du 26, une difference de 50 parties environ de son micromètre, qui font 20" à 25". Car il n'a pu me la dire exactement de memoire, difference à la verité moins considerable que celle que j'ai trouvé, mais de même sens» [170].

Por ésta y otras cartas cruzadas entre ellos sabemos que Bouguer pensaba en el instrumento como causa del error. Su principal preocupación durante estos años sería encontrar un método que asegurase la colocación del micrómetro en el plano focal del objetivo. La Condamine, en cambio, más próximo durante este período a los criterios de Godin, escribía a Mairan informándole de la situación en lo que se encontraban sus trabajos:

> «*M. Bouguer et moy n'avons pas trouvé par nos* observations les plus differentes repetées independamment les unes des autres trois fois au Sud et quatre ou cinq fois au Nord plus de difference que ce qu'on peut atribuer au defaut inevitable des instruments, ces observations et des observateurs mêmes. Nos observations choissis s'accordent dans deux et trois secondes et la plus differentes ne vont qu'a six. Cela me paroissait beaucoup avec un instrument de 12 pieds vû les extremes precaution que nous avons aportées mais si vous plis les yeux sur les observations faites en pareil cas raportées dans la figure de la terre vous y trouvera des resultats qui donnet la grandeur de l'arc de Paris à Dunquerque different de 41". Ce qui supose un bien plus grande difference dans les observations particulières j'incline à croire que l'etoile n'est pas exemple de variation mais non par si considerables que celles que M. Godin lui atribue. J'éspere même que leur periode connu servira à raprocher nos

[170] La Condamine a Bouguer; Quito, 3-VIII-1741. BNP, *Papiers Jules Maillard de la Gournerie*, ms. 2118.

observations es plus diferrentes et que le temoignagne de la lunette fixe d'une part et de l'autre les observations faites les mêmes jours aux deux extremités de l'arc serviront à etablir la valeur du degré avec plus precision qu'il n'a encore été observé et nous metront en etat de lever les plus délicats scrupules. Tout ce qe je puis vous dire jusqu'à present et c'est la plus grand preuve de confiance que je puisse vous doner vous priant de ne le pas rendre publique, c'est que quelque petit changements que les nouvelles observations, la théorie de M. Bradley puissent aporter a nos résultats. C'est n'empechera pas que le degré ne soit icy plus petit considerablement du nord quoiqu'il y ait peut-être a revoir sur la proportion de l'accroicissement des degrés. C'est de quoi le tems nous instruira» [171].

A medida que pasaban los meses, el optimismo que reflejan las palabras de La Condamine irá tornándose en una actitud más cauta y escéptica. Durante la segunda mitad de 1741 nuevas series de observaciones continúan reflejando la existencia de una variación en la posición de las estrellas que no se ajustaba a ninguna ley reconocible. La dispersión de los datos obtenidos de un día para otro ensombrece tan felices expectativas. La propia finalidad de la misión quedaba en entredicho. El tema de la paralaje de los hilos del micrómetro vuelve a ser considerado con renovado interés: la comparación entre las numerosas observaciones realizadas manifiesta un persistente desacuerdo entre las medidas de ambos que oscilaba entre los 20 y 30 segundos:

«M. Bouguer —escribía La Condamine— me surprit en me disant que la parallaxe avoit lieu en deça des fils, tandis que M. Verguin et moi, la voyions l'un et l'autre au delá" [172].

---

[171] La Condamine a Mairan; Quito, 15-III-1741. AIF, ms. 2325, núm. 38.

[172] La Condamine, *Mem. 1746*, p. 672.

Ello quería decir que Bouguer era miope mientras que sus compañeros tenían la vista cansada. Aun en el supuesto más desfavorable, parecía excesiva la divergencia notada: dos nuevas apreciaciones de La Condamine iban a devolver la tranquilidad a nuestros astrónomos. De una parte, considera que la iluminación nocturna del ocular, precaución adoptada para asegurar las mismas condiciones experimentales existentes en la observación diurna de α-Acuarii y θ-Antinous, podía producir alguna diferencia. Por otra parte, afirma que sus observaciones

> «...prouvent de plus que le même observateur, en différens jours et à différentes heures du même jour, voit une image tantôt plus près, tantôt plus loin de son oeil» [173].

Las variaciones debidas a los cambios de temperatura y humedad, de nuevo vuelve a aparecer el importante tema de la refracción, comienzan a ganar crédito entre los académicos:

> «...et en particulier de θ[Antinoo] à α[Acuario] sont differents d'un jour à l'autre quoique par l'ordinaire elles marchent du même côté» [174].

Tal consideración era especialmente esperanzadora, ya que proporcionaba un criterio empírico para desestimar las observaciones que se apartasen claramente del valor medio. Sin embargo, el análisis de las posibles fuentes de error alcanzaría a nuevos aspectos:

> «Je vois bien —escribía La Condamine a Bouguer en febrero de 1741— qu'il y a une equation a appliquer a mes valeurs à cause des variations de le

[173] LA CONDAMINE, *Mem. 1746*, p. 673.

[174] LA CONDAMINE a BOUGUER; Quito, 3-VIII-1741. BNP, *Nouvelles acquisitions françaises*, ms. 6197, F° 17r. La estrella θ-Antinous debe ser la que en nuestros catálogos lleva el nombre θ-Aquillae.

plomb mais cela ne m'accorderoit pas plus avec vous» [175].

Una vez efectuadas todas las correcciones que consideraban necesarias, las divergencias entre ambos llegaban en algunos casos a ser mayores que las que inicialmente habían motivado un período tan largo de verificaciones. Una nueva hipótesis parecía resolver la situación: puesto que el anteojo con el que observaba La Condamine estaba fijo a una pared, considera que dicho muro, extraordinariamente sensible a los cambios de humedad debido a los materiales con los que estaba construido, se comportaba como un higrómetro.

En agosto de 1741, después de un año de trabajos, La Condamine reconocerá humildemente ante su compatriota Bouguer la que, en su opinión, podía ser la causa de tantos errores:

«Je suis toujours tenté d'atribuer a mes erreurs la plus grande partie des erreurs» [176].

Esta declaración implicaba la necesidad de recomenzar todas las observaciones. Los resultados hasta entonces obtenidos de la distancia de ∈-Orionis al cenit de Quito eran los siguientes [177]:

Fecha	*Observador*	*Alt. al cénit*
Enero 1737 . . .	Godin, Bouguer, La Condamine	1º 10' 0"
Julio 1737 . . .	Godin, Bouguer, La Condamine	1º 10' 5"
Septbre. 1740 .	Bouguer	1º 10' 15".7
Octubre	Bouguer	1º 10' 16".4
Diciembre 1740	La Condamine	1º 10' 20".3
Enero 1741 . .	Bouguer	1º 10' 17".1

[175] La Condamine a Bouguer; Tarqui, 26-XI-1742. BNP, *ibídem*, Fº 26ʳ.

[176] La Condamine a Bouguer; Quito, 3-VIII-1741. BNP, *ibídem*, Fº 17ʳ.

[177] La Condamine, *Mem. 1746*, p. 666. El detalle de las observaciones puede encontrarse en AOP, ms. C-2-7.

La dispersión que muestra la tabla justificaba el desánimo de La Condamine y su decisión de volver a repetir el trabajo ya efectuado.

En las páginas anteriores hemos descrito la extraña situación en la que se encontraban los expedicionarios. Poseían un instrumento cuya fiabilidad estaba permanentemente en entredicho. Por otra parte, las distintas justificaciones que iban encontrando al hecho de unas diferencias tan acusadas en los resultados no eran más tranquilizadoras, pues se involucraban fenómenos físicos poco conocidos o exigían soluciones técnicas de difícil realización. La conclusión a la que había llegado La Condamine introducía una nueva fuente de inquietud, ya que si todo eran errores personales habría que preguntarse sobre las posibilidades de conducir la misión con resultados precisos. La influencia del observador podía ser importante pero no tanto como para impedir que la astronomía fuese un saber mínimamente estructurado y riguroso. Piénsese que estamos hablando de astrónomos cualificados de la Academia de Ciencias de París, razón de más para que los académicos vieran angustiosamente lo que suponía un nuevo retraso en la obtención de resultados concluyentes.

Durante los meses centrales de 1741, Bouguer, siguiendo las indicaciones de La Condamine, encargaría a Hugo la construcción de otro instrumento de ocho pies de radio [178]. Las observaciones realizadas por ambos en los tres puntos de observación a finales de dicho año confirmaban la sospecha de que la mayor parte de los errores podían ser atribuidos al instrumento de 12 pies. Sin entrar en el detalle de los cambios introducidos en

178. Cf. BOUGUER, *La Figure de la Terre...*, *op. cit.*, pp. 178-180; LA CONDAMINE, *Mesure de trois...*, pp. 155 y 185.

el gran sector, señalaremos que fue aumentado el número de abrazaderas que sostenían el anteojo, modificado el sistema de suspensión y aplanada la placa de cobre donde estaba grabado el limbo. Además de estas novedades, la corrección de la persistente paralaje de los hilos del micrómetro se realizó utilizando otro método de observación. Su descripción, tal y como nos la cuenta La Condamine, es la siguiente:

> «...nous n'avions employé d'autre moyen pour nous garantir de l'erreur que peut causer la parallaxe des fils (...) qu'un diaphragme, ou plûtôt une pinnule posée au devant de l'oculaire, afin de placer toûjours l'oeil au même point... mais je reconnus enfin, que cette précaution n'étoit pas encore suffisante. En vain l'oeil reste toûjours au même point... je praçais d'avance le curseur du Micromètre sur le nombre de parties qui avoit mesuré sa distance [se refiere a ε Orionis] au fil fixe, les nuits où je n'avois aperçu aucune parallaxe... Je me hâtai de replacer la pinnule, et de la fixer au point d'où mon oeil voyait l'étoile suivre la route que je lui avois tracée, par la position que j'avois donné d'avance au fil mobile. Depuis ce temps, quoique je reprisse mon ancienne manière d'opérer, en venant chercher l'étoile avec le fil mobile, au lieu de laissair ce fil sur le point où l'étoile avoit passé la veille, je retrouvai toûjours le même nombre de parties ou de très-légères différences.
> »Il est clair l'effet de la parallaxe des fils: et puisque mon oeil voyoit toûjours l'image de l'étoile répondre au même point et dans tous le cas... c'étoit une preuve que l'oeil étoit dans la ligne (...) dans l'axe optique de la lunette» [179].

Después de tantos retrasos, las nuevas modificaciones introducidas en los instrumentos y métodos de observación parecían ofrecer resultados compatibles entre sí. Para asegurarse y a pesar de las disputas existentes entre los distintos miembros de la compañía, se produce una primera apro-

[179] La Condamine, *Mem. 1746*, pp. 674-5.

ximación que va a permitirles comparar sus resultados. Después de numerosas propuestas de colaboración, finalmente se aceptaría una solución intermedia:

> «Enfin, j'imaginai —dice La Condamine en el *Journal de voyage...*—, un dernier expedient, que M. Godin adopta: nous convimes de nous communiquer réciproquement, chacun le minute de nôtre degré, en nombre rond de toises, sans déclarer de fraction. L'on voit bien qu'il falloit une toise de différence sur e minute, pour produire une difference de 60 toises sur le dégré» [180].

En efecto, el procedimiento encontrado nos muestra con claridad el nivel de recelos y suspicacias que caracterizó sus relaciones. No obstante, si las cifras intercambiadas eran muy disparejas todavía quedaba abierta la posibilidad de una última rectificación que evitase el ridículo ante la Academia.

El 22 de marzo de 1742 se produjo la comunicación recíproca del valor de un minuto de arco de meridiano. El documento firmado por los tres académicos decía lo siguiente:

> «Neuf-cents-quarente-cinq est le nombre de Toises complètes le plus approché (en negligeant la fraction) qui exprime la valeur de minute du degré du meridienne terrestre proche de l'équateur, laquelle résulte jusqu'à présent de nos diverses observations, en prenant le milieu entre celles que nous La Condamine y Bouguer jugeons les plus exactes...»

Más abajo, de puño y letra de Godin, puede leerse el texto de su comunicación:

> «J'ai donné en même tems à M. De La Condamine une note signée de moi par laquelle je déclare que 946 est le nombre rond plus approché en toises qui

[180] Citado también por J. B. J. DELAMBRE, *Grandeur et figure...*, p. 107.

exprime la valeur de la minute de degré en latitude sous l'équateur et au niveau de la mer, par les seules observations de ε d'Orion faites à Quito et à Cuenca» [181].

En el mismo legajo encontramos otros manuscritos de Godin en los que se explicitan los datos de partida para la obtención del valor mencionado. Por ellos sabemos que el primer cálculo lo realizó sobre una distancia de 152.240 toesas y un arco de 2° 40′ 54″ 14‴ comprendido entre los observatorios instalados en Quito y Cuenca. Notemos que aún en marzo de 1742 Godin pensaba que no disponía de datos suficientemente fiables sobre la altura de ∈-Orionis al cenit de Mira, extremo sur de su triangulación. La diferencia entre los minutos de los tres académicos no era importante, ya que mientras el jefe de la expedición aporta una cifra neta, con todas las correcciones ya efectuadas, sus compañeros comunican el valor bruto. Algunas páginas de cálculos de Godin muestran que la diferencia entre los grados no podía superar, en su opinión, las 30 toesas.

Tal conclusión compartida por todos los académicos reforzaba la posición individual de cada uno de ellos, así como la confianza en las observaciones que se disponían a comenzar. Sin contar con los demás, cada expedicionario se resolvió a concluir aisladamente la misión. Las nuevas observaciones realizadas durante 1742 forzarían una vez más la necesidad de determinar la amplitud del arco mediante observaciones simultáneas. Como apéndice presentamos al final de este trabajo dos manuscritos en los que tanto Bouguer como La Condamine critican las observaciones de su compañero comparándolas a las suyas pro-

[181] AOP, ms. B-5-7.

pias. Vemos que existe una diferencia entre ambos que oscila en torno a los 6".

¿De dónde podría venir esta diferencia? En febrero de 1743 escribía La Condamine a Bouguer para darle cuenta de sus conclusiones definitivas sobre las posibles fuentes de error:

> «J'avoue et je me suis très-porté à croire come vous le croyez, Monsieur, que toutes les variations peuvent n'avoir d'autres causes que des apparences optiques, causés par le differente temperature de l'air, qui fait varier la parallaxe des fils (qu'ont peut cependant, je crois, éviter), peut-être certain refraction jusqu'à present [desconocida]...» [182].

Podría ser que tuviese razón y que ésta fuese la causa buscada. Ello les solucionaba una de las más importantes inquietudes: cuando una observación particular se apartaba gravemente del valor medio era rechazada en base a las anteriores consideraciones.

Hay, sin embargo, una cuestión sobre la que no hemos encontrado ninguna referencia y que, en nuestra opinión, debió desempeñar un papel importante. Se trata del error que podía cometerse en la determinación de la parte alícuota del radio empleada como limbo. Supongamos que se toma de 1/17, es decir, de 8,47 pulgadas sobre un radio de 12 pies, que corresponderían a un arco de 3° 22' 20",2. Si se hubiese adoptado de 3° 22' 22", como fue el caso de La Condamine, ello significaría que se cometió un error aproximado de 0,18 líneas en la determinación de la 1/17 parte del radio. Pero como lo que en realidad se hizo fue buscar el segmento que correspondía al arco deseado para después transportarlo 17 veces sobre

---

182 La Condamine a Bouguer; Tarqui, 18-II-1743. AOP, ms. C-2-7. Ver también La Condamine, *Supplement au Journal historique...*, pp. 172 y 157.

el radio y poner el limbo a la altura correspondiente, no puede extrañarnos que en estas 17 operaciones parciales se llegase a cometer un error acumulado de 0,5 líneas. Es decir, en tal supuesto el ángulo en el centro del instrumento sería de $\pm$ 7″ respecto del valor previsto.

Pasemos definitivamente al análisis y descripción de las observaciones que sirvieron para la medida del arco triangulado.

Resultado de las observaciones

Observaciones de J. Juan y A. de Ulloa

Instalado el instrumento como hemos explicado y puede apreciarse en la figura, se decidió que como las tres estrellas ∈-Orionis, θ-Antinous y α-Aquarii tenían distinta declinación, el anteojo estaría dispuesto de modo que ∈-Orionis pasase tan distante por la parte superior del ocular como las otras dos por la inferior. En el micrómetro, 1.000 partes equivalían a 4′ 32″ 32‴, es decir, que una vuelta era aproximadamente 16‴ 30^{iv}.

Los resultados de las observaciones realizadas fueron los siguientes:

CUENCA. OBSERVACIONES DE J. JUAN Y A. ULLOA

	Fecha	*ε-Orionis*	*θ-Antinous*	*α Aquarii*
Limbo al oriente	19-08-1740	—	4'15"36"'	—
	20.	6'19"09"'	—	4'32"54"'
	23.	—	4'16"58½"'	
	25.	—	—	4'30"58½"'
	26.	6'20"15"'	4'15"19½"'	4'31"15"'
	27.	—	4'17"15"'	—
	30.	—	4'17"48"'	4'31"31½"'
	1-09-1740	—	4'16"09"'	—
	3.	6'18"52½"'	—	—
Limbo al occidente	3-09-1740	—	—	6'12"33½"'
	4.	4'24"56"'	6'10"05½"'	—
	5.	—	6'12"50½"'	—
	8.	4'28"14"'	—	—
	11.	—	—	6'09"15½"'
	13.	—	—	6'04"03"'
	15.	4'30"58½"'	—	—
	16.	—	5'13"56½"'	6'06"47½"'
Limbo al oriente	18-09-1740	—	4'17"31½"'	—
	21.	—	4'18"54"'	4'15"52½"'
	22.	6'14"12,6"'	4'17"48"'	—
	23.	6'16"57½"'	—	4'16"42"'
	24.	6'15"35"'	—	4'16"42"'
	25.	—	—	4'18"37½"'

OBSERVATORIO DE MIRA. OBSERVACIONES DE J. JUAN Y A. ULLOA

	Fecha	*ε-Orionis*	*θ-Antinous*	*α-Aquarii*
Limbo al oriente	6-04-1744	2'49"24"'	—	—
	7.	2'48"51½"'	—	—
	13.	2'45"49,3"'	—	—
	14.	2'46"55,3"'	—	—
	16.	2'48"18½"'	—	—
	20.	2'49"41"'	—	—
Limbo al occidente	22-04-1744	6'52"55½"'	—	—
	6-05-1744	—	3'30"25½"'	2'59"17"'
	15.	6'56"46"'	—	2'59"34"'
	16.	—	3'25"54,6"'	2'57"55"'
L. al or.	18-05-1744	—	7'36"02"'	7'10"30½"'
	21.	2'42"15½"'	7'38"48"'	7'05"01½"'

	ε-Orionis	*θ-Antinous*	*α-Aquarii*
Valor medio observaciones en Cuenca, oriente	0.06.17.31	0.04.17.02	— 0.04.24.19
Valor medio Cuenca, occidente	0.04.28.03	0.06.12.17 ½	— 0.06.08.09 ½
Amplitud del limbo	2.50.29.44	2.50.29.44	+ 2.50.29.44
Suma de los tres ángulos	3.01.15.18	2.40.00.24 ½	2.39.57.15 ½
Altura al cénit	1.30.37.39	1.20.00.12	1.19.58.38
Refracción	45	40	40
Altura verdadera	1.30.38.24	1.20.00.52	1.19.59.18
Valor medio obs. Mira, limbo oriente	— 0.02.48.10	0.03.38.15	0.02.58.55
Val. Med. Mira Occid.	— 0.02.42.15 ½	0.07.37.25	0.07.07.46
Amplitud del limbo	4.01.30.38	4.01.30.38	4.01.30.38
Suma de los tres ángulos	3.56.00.12 ½	4.12.46.18	4.11.37.19
Altura ap. al cénit	1.55.55.25	2.06.23.09	2.05.48.39 ½
Refracción	58	1.02	1.02
Altura verdadera	1.55.56.23	2.06.24.11	2.05.49.41 ½
Cambio en declinac. por la precesión de los equinoccios en 44 meses	11.46	36.24	1.01.57
Amplitud del arco	3.26.46.33	3.27.01.27	3.26.50.56
Valor medio		3.26.53.	

Como ya hemos indicado anteriormente, el ángulo en el centro del instrumento medido por Ulloa era mayor que el encontrado por Juan

en 35‴, es decir, que todas las amplitudes del arco de meridiano tringulado son 17‴,5 más grandes que los de Juan. Así, serían:

	ε-Orionis	*θ-Antinous*	*α-Aquarii*
Amplitud	3.26.46.2	3.27.0.52 ½	3.26.50.21 1/2

Si nos detenemos sobre las observaciones, comprobamos que la dispersión de los datos para α-Aquarii en Cuenca ($\sigma = 7'',5$) es excesiva. Lo mismo puede decirse de los relativos a la observación de θ-Antinous en Mira. En conclusión, tal vez lo más prudente hubiese sido quedarse solamente con el resultado encontrado para ∈-Orionis. En tal supuesto, la amplitud del arco se hubiese reducido en 6″ 27‴.

El tema que desde el punto de vista histórico tiene mayor interés es el de la aberración. En las *Observaciones...*, después de calcular la magnitud de la corrección al valor de las alturas meridianas, renuncia a aplicarla por considerar que su influencia sobre el resultado es excesiva:

> «...sobre el cual [la aberración] ocurre decir, que aunque varios Astrónomos la han confirmado por sus Observaciones, no parece que generalmente hablando de todas las Estrellas, está muy asegurado de ella el mismo M. Bradley; y en efecto nuestras Observaciones hechas en Cuenca la hacen dudar mucho» [183].

Si la teoría de la aberración fuese cierta, razonaba Juan, entonces se hubiese detectado una disminución sistemática de la altura al cenit de las estrellas con el tiempo. Sin embargo, la tabla de resultados muestra que ∈-Orionis evolucionaba de forma opuesta, mientras que α-Aquarii se ajus-

[183] JUAN, *Observaciones...*, p. 295.

taba a las predicciones de Bradley pero «... con más fuerza, que lo que debía ser; porque según las Observaciones, tuvo desde 20 de Agosto hasta 21 de Septiembre 17″ de movimiento en declinación, cuando según M. Bradley de la ninguna a mayor Aberración de esta Estrella, no hay diferencia más que 8″,25» [184]. En definitiva, concluía el español, las diferencias observadas

> «...más se pueden atribuir a la que precisamente deben ocasionar las Observaciones, que a movimiento de la Estrella» [185].

Para el cálculo del cambio de declinación debido a la precesión de los equinoccios, Juan deduce la fórmula general en función de la ascensión recta y declinación. El procedimiento empleado, siguiendo de nuevo a Maupertuis, es enormemente farragoso y nada original. Tal vez lo más novedoso sea el hecho de incluir una corrección debido a la disminución de la máxima oblicuidad de la eclíptica. Ya hemos visto que se trataba de un tema en el que los científicos se mostraban enormemente cautelosos: aunque parecía haber evidencia experimental de tal desplazamiento, pocos se atrevieron a incorporarlo a los usos de la astronomía práctica. Tampoco Juan, a pesar de demostrar la fórmula general para su cálculo y poseer datos suficientemente concluyentes, se decidió por efectuar dicha corrección.

Observaciones de L. Godin

Las observaciones de Godin se realizaron en los observatorios instalados en Cuenca y Mira en septiembre de 1740 y finales de mayo de 1741.

[184] JUAN, *Observaciones...*, p. 280.
[185] JUAN, *ibídem*.

Es decir, tanto él como Jorge Juan se desentendieron de las preocupaciones del resto de la compañía en torno al problema de las variaciones de posición las estrellas a partir de los meses finales de 1740. Pasados los primeros meses de inquietud desde que Godin creyó detectar un movimiento extraño, la dispersión de los resultados fue atribuida a los errores personales y a la deficiente solidez del instrumento. Para evitar aquéllos, una vez rectificado el sector astronómico, el único criterio empleado fue el de rechazar todas las observaciones que se apartasen del valor medio considerándolas defectuosas. El resumen de los resultados obtenidos fue el siguiente [186]:

DETERMINACION DE LA AMPLITUD DEL ARCO

	ε-Orionis	*θ-Antinous*	*α-Aquarii*
Valor medio Observ. de Cuenca, oriente . .	0.06.17.13	— 0.04.17.02	— 0.04.24.07
Val. Med. Cuenca, occ.	4.28.03	— 6.12.17 ½	— 6.08.10
Amplitud del limbo	2.50.28.09	2.50.28.09	2.50.28.09
Suma tres ángulos	3.01.13.25	2.39.58.49 ½	2.39.55.42
Altura al cénit .	1.30.36.42 ½	1.19.59.25	1.19.57.56
Refracción . . .	47 ½	40	40
Altura verdadera	1.30.37.30	1.20.00.05	1.19.58.36
Val. Med. Mira, oriente	— 05.26.26	05.50.30 ½	04.57.42
Val. Med. Mira, occid.	— 04.43.20	05.15.49 ½	05.43.30
Amplitud del limbo	4.02.18.01 ½	4.02.1.01 ½	4.02.18.01 ½
Suma tres ángulos	3.52.08.15 ½	4.13.24.21 ½	4.12.59.13 ½
Altura ap. al cénit	1.56.04.08	2.06.42.11	2.06.29.37

[186] AOP, ms. B-5-7.

	ε-*Orionis*	θ-*Antinous*	α-*Aquarii*
Refracción . . .	52	1.05	1.07
Altura verdadera	1.56.05.00	2.06.51.10	2.06.30.44
Cambio en declinación en 9 meses	1.40 ½	7.54	13.10
Amplitud del arco	3.26.44.10 ½	3.26.51.15	3.26.42.30
Valor medio . . .		3.26.46.22 ⅔	

A través de otro manuscrito de Godin que recoge sus notas sobre el terreno de las observaciones, podemos calcular el margen aproximado de error con el que pudo calcular la amplitud del arco. Veámoslo.

	ε-*Orionis*		θ-*Antinous*		α-*Aquarii*	
	Cuenca	*Mira*	*Cuenca*	*Mira*	*Cuenca*	*Mira*
N.º obs. Oriente	7	9	9	8	5	8
N.º obs. Occiden.	3	—	3	6	—	—
Valor medio . .	10' 754	10' 163	10' 489	11' 106	10' 538	10' 687
Desviación media	3" 2	3"	2" 6	5"	1"	7"
Error medio en el arco	4" 4		5" 6		7"	
Error relativo . .	0,4 %		0,4 %		0,6 %	

Como no se detallan el número y resultado de las observaciones realizadas con el limbo mirando a occidente de ε-Orionis en Mira y de α-Aquarii en los dos extremos de la meridiana, hemos supuesto en ellas órdenes de error similares a los existentes en la otra posición del instrumento.

Vemos que, como ocurría con Juan y Ulloa, las observaciones de θ-Antinous y α-Aquarii fueron más defectuosas. De hecho Bouguer y La Condamine sólo emplearían estas estrellas para la comprobación del instrumento, ya que eran las más afectadas por el supuesto fenómeno de la variación diurna de sus coordenadas.

Observaciones de P. Bouguer y Ch. M. de La Condamine

Las observaciones definitivas que sirvieron para la determinación de la amplitud del arco serían efectuadas simultáneamente por ambos académicos a partir de agosto de 1742. Para ello Bouguer se dirigió al norte con el nuevo sector de ocho pies y La Condamine a Tarqui con el gran instrumento de 12 pies de radio. Cada uno realizó tantas series de observaciones como modificaciones juzgó necesario introducir en el instrumento. La tabla de resumen de resultados que presentamos nos muestra que el meridiano triangulado medía 3° 7′ 2″,68, aunque los académicos finalmente se decidirían por concluir un arco de 3° 7′ 1″ al tomar en consideración únicamente la última serie y redondear la cifra obtenida alegando el efecto de la refracción [187].

[187] El detalle de las observaciones puede encontrarse en La Condamine, *Mem. 1746*, pp. 668-9 y 676-7. Los manuscritos se conservan en AOP, ms. C-2-7 en los siguientes documentos: La Condamine a Bouguer, Tarqui, 3-XII-1742, La Condamine a Bouguer; Cuenca, 19-I-1743. Y Bouguer-La Condamine, Cochesqui, 18-XII-1742.

OBSERVACIONES DE BOUGUER EN COCHESQUI

	1.ª serie	*2.ª serie*	*3.ª serie*
Fecha de comienzo	*09-08-1742*	*20-08-1742*	*22-10-1742*
Fecha de término	*18-08-1742*	*08-10-1742*	*02-01-1742*
N.º obs., oriente.	3	9	9
N.º obs., occiden.	5	6	8
Valor medio micrómetro . . .	— 21,27"	— 23,61"	— 16,92"
Desviación media	3"	3"	3" 8
Corrección para reducir las obs al 1-01-1743 (Preces., aberr. nut.)	— 9,4"	— 7,1"	— 9"
Arco del sector (1/20)	2°51'54,3"	2°51'54,3"	2°51'50"
Altura al cénit ap.	1°25'52,4"	1°25'53,4"	1°25'50,5"
Valor medio . . .		1°25,52,1"	

OBSERVACIONES DE LA CONDAMINE EN TARQUI

	1.ª serie	*2.ª serie*
Fecha de comienzo	*29-11-1742*	*8-12-1742*
Fecha del término	*3-12-1742*	*21-02-1743*
N.º observaciones oriente	3	12
N.º observaciones, occid.	2	10
Desviación media	2,3"	1,8"
Valor medio, micrómetro	15,32"	1,55"
Corrección para reducir las observaciones al 1-01-1743	6,9"	5,5"
Arco del sector (1/17) .	3° 22' 15"	3° 22' 15"
Altura al cénit aparente.	1° 41' 10,9"	1° 41' 10,25"
Valor medio	1° 41' 10,58"	

Al término de las operaciones cinco valores diferentes para el grado fueron obtenidos. Si exceptuamos el de Godin, que nosotros hemos deducido desde documentos manuscritos que no habían sido preparados para la publicación, el nivel de acuerdo entre ellos es considerablemente alto. La siguiente tabla recoge las conclusiones de la expedición:

VALOR DE UN GRADO DE MERIDIANO

	Godin	*Juan*	*Ulloa*	*Bouguer*	*La Cond.*
Longitud del meridiano	195776,5	195725,4	185743,7	176873,3	176887,0
Val. del arco	3° 26' 46" 4	3° 26' 53"	3° 26' 52" 5	30° 7' 1"	3° 7' 1"
Val. del grado	56809,1	56764	56771,6	56745,6	56750
Val. adoptado	56810	56767,8	56767,8	56753	56750
Valor medio			56767,8		
Desviación media . .			22,63		
Error medio			0,04 %		

Llegamos al final de nuestro estudio. Después de tan penosos y prolongados trabajos, los primeros expedicionarios emprenderían el viaje de regreso a partir de 1743. Diez años más tarde aún seguirán apareciendo memorias que aportarán datos sobre el desarrollo de sus operaciones científicas.

Las *Observaciones astronómicas...* de Juan y Ulloa, primera descripción completa de resultados aparecida, se hicieron públicas en 1748. Para entonces, ningún científico albergaba dudas sobre de qué lado estaba la razón en la polémica. Newton resultaba vencedor: los newtonianos habían conseguido hacer valer sus razones. La conclusión de las observaciones realizadas en Laponia parecía dejar definitivamente zanjado el debate. Al final de la exposición de resultados afirmaba taxativamente Maupertuis en 1737:

> «D'oú l'on voit que la terre est considerablement aplatie vers les pôles» [188].

Pese a las precauciones adoptadas en cada una de las operaciones desarrolladas, lo cierto es que el grado del norte no alcanzó la precisión pretendida por sus expedicionarios. De hecho, pronto serían descalificadas unas observaciones cuya calidad era muy discutible [189]. A nosotros, más que comentar el mayor o menor acierto de esta «expédition newtonienne», nos interesa resaltar el apoyo experimental recibido por las tesis de Newton

[188] P. L. M. MAUPERTUIS, «Reation du voyage fait par ordre du Roi au cerce poaire, pour déterminer la figure de la Terre», *Oeuvres, III*, pp. 71-175; el texto en p. 168.
[189] Cf. DELAMBRE, *Grandeur et figure...*

mucho años antes del regreso de los expedicionarios americanos.

Por otra parte, las conclusiones teóricas sobre la figura de la Tierra probaban claramente el achatamiento polar del planeta y fijaban, de acuerdo con Clairaut, su límite inferior y superior de magnitud comprendido entre 1/573 y 1/230. Este estrecho margen de oscilación de algo más de dos milésimas limitaba considerablemente las posibilidades de éxito de la expedición a Quito. La precisión que debía lograrse estaba aún muy alejada de los métodos de la astronomía práctica. Es así como debe interpretarse el escepticismo con el que Clairaut esperaba los resultados del grado ecuatorial y concluía su *Théorie de la figure de la Terre* (1743):

> «La Théorie précedente se trouvent donc d'acord avec toutes les Mesures du Pendule et avec l'observations des Diametres de Jupiter; s'il arrive, outre cela, que les Mesures que nous attendons du Perou comparées à celles qui on été faites en Laponie, rendent la difference des Axes moindre que 1/230, cette Théorie aura toute la confirmation possible, et la Gravitation universelle que s'accorde si bien avec les mouvements des Planets, s'accordera encore avec leurs Figures» [190]

En cualquier caso, como ya había afirmado Newton, el valor de la diferencia entre los ejes terrestres no habría de tener consecuencias prácticas apreciables.

¿Hasta qué punto todas las medidas de un grado efectuadas permiten confirmar estas precisiones? Analicemos esta cuestión con mayor detalle.

---

[190] A. C. CLAIRAUT, *Théorie de la figure de la terre tirée des principes de l'hydrostatique*, Paris, 1743, p. 305.

La tabla siguiente contiene los resultados de las tres medidas realizadas [191]:

Lugar	*Latitud*	*Observador*	*Grado*	*Grado según Boscovich*
Laponia	68° 19'	Maupertuis	57438	57422
Ecuador	0° 0'	Bouguer	56751,5	56751
		La Condamine		
		Juan y Ulloa	56767,8	56751
Francia	49° 23'	Cassini	57183	57074
		Maupertuis		

Algo hemos comentado ya sobre la contradicción entre las conclusiones de Maupertuis y Cassini, y el marco de expectación en el que eran esperados los resultados de los académicos en Quito. Esta expedición, como ya sabemos, continuó con sus trabajos después del regreso de los enviados a Laponia, y debería haber sido concluyente en uno u otro punto. Pero, confirmando las sospechas de Newton y Clairaut, tal posibilidad queda excluida.

Aunque resulta imposible trazar un camino que describa el proceso de acumulación de errores y permita cuantificar la exactitud del resultado final, nuestra afirmación puede sostenerse con argumentos cualitativos. Ya hemos comentado el resultado final de las medidas geodésicas, cuya aparente exactitud contradice el método complejo y en ocasiones escurridizo con el que fue alcanzado. Consideremos ahora, en pocas líneas, el

[191] La última columna refleja los valores adoptados por Boscovich una vez corregidos de todos los errores apreciados en su determinación. Ver R. J. Boscovich, *Voyage astronomique...*, pp. 481 ss.

proceso de obtención de las observaciones astronómicas.

Tras la primera serie de observaciones, realizadas en 1736 y 1737, los académicos descubren errores de bulto en sus resultados, que les inducen a desechar el instrumento utilizado y a idear uno nuevo. En el nuevo sector Astronómico se incluyen variadas y complejas modificaciones, resultado siempre de la minuciosa consideración de posibles fuentes de error que, de haberse acometido desde una teoría de errores elaborada, se hubiesen revelado, en muchos casos, como despreciables. Las nuevas series de observaciones, de las que nuestros científicos esperaban una precisión por debajo de un segundo de arco, muestran discrepancias muy superiores que no pueden explicar por causas conocidas. Ello motivará abundantes disgresiones sobre el posible origen de tales desacuerdos. Se analiza la influencia de masas montañosas próximas sobre la determinación de la vertical, sin que los resultados permitan concluir nada concreto. Esta corrección, como tantas otras, será desechada.

La confianza de los expedicionarios en la fiabilidad de su instrumento es tan profunda que llegan, incluso, a pensar que han detectado un movimiento en las estrellas, hasta entonces desconocido, y a iniciar investigaciones para cuantificarlo con exactitud. Pero tampoco este hipotético movimiento, por demás excesivo, puede ajustarse a ley estable alguna, y las académicos comienzan, por primera vez, a plantearse la imposibilidad de concluir con éxito la misión. Las observaciones realizadas en 1739, 1740 y 1741 continúan arrojando persistentes discrepancias, imposibles de reducir. La Condamine propondrá llevar a cabo observaciones simultáneas en ambos extremos del arco triangulado, mientras Bouguer, desconfiando de

sus compañeros, emprende la construcción de un sector de menor radio. Finalmente, tras siete años de dudas y vacilaciones, entre dificultades de orden instrumental y teórico, deciden reunirse para contrastar sus observaciones y asegurar ante la Academia la presentación de un resultado conjunto. Aun este comunicado, como hemos visto, deja entrever imprecisiones y recelos que se manifiestan en diversas acotaciones individuales. A la inicial confianza en la exactitud de sus medidas, sigue la inquietud por la dispersión de los datos y la sospecha de que las observaciones, pese al esfuerzo por reducir errores, no podrían ser decisivas para la determinación del achatamiento polar. Pero, por encima de sus diferencias personales, había que concluir tan prolongados trabajos. El momento en el que se produce el intercambio del valor de un minuto de arco nos parece decisivo en el proceso de maduración del programa de investigación que estaban desarrollando. Lo que hasta entonces tenía el carácter y la estructura de una colección dispersa de observaciones más o menos precisas debe ponerse al servicio del objetivo concreto perseguido. En tal coyuntura, la aspiración a una exactitud casi ilimitada se diluye ante la imposibilidad de integrar todos los errores determinados y evaluar globalmente cada uno de los pasos del experimento. Una extraña sensación de fracaso se apodera de nuestros expedicionarios, que atisban, por primera vez, la insuficiencia de recursos teóricos con que habían viajado hasta Quito.

Tratemos ahora de establecer alguna conclusión más cuantitativa considerando todos los valores del aplanamiento terrestre recogidos en la tabla anterior. Suponiendo una variación del valor del grado dependiente del cuadrado del seno de la latitud —tal y como habían probado Newton y

Huygens— era posible determinar la magnitud del achatamiento polar del planeta. La fórmula de Maupertuis antes citada o la nuevamente propuesta por Juan —mejor que la de su antecesor, por cuanto que al no utilizar desarrollo en serie tiene una validez más general— permitía efectuar la comparación entre los tres grados [192]. Empleando cualquiera de ellas podía llegarse a las mismas conclusiones que Boscovich unos años más tarde. Considerando exactos los valores del grado medidos en Laponia y Quito, resultaba un error excesivo para el grado París-Amiens, cuya magnitud vemos en la tabla siguiente:

Lugar	*Grado*	*Dif. Real*	*Dif. Calculada*	*Error*
Ecuador	56751	0	—	—
Laponia	57422	671	—	—
Francia	57074	323	461	138

Comparando entre sí los grados, la razón entre los ejes resultaba ser

Ecuador-Laponia	212/213
Quito-Francia	313/314
Francia-Laponia	127/128

La oscilación, como vemos, era importante y no podía dejar definitivamente cerrado el tema. Para

[192] La fórmula de Juan es la siguiente:

$$E^2 = \frac{G^{2/3} - g^{2/3}}{g^{2/3} \operatorname{sen}^2 l - G^{2/3} \operatorname{sen}^2 L} + 1$$

donde G y g son los valores de un minuto de arco medido en las latitudes L y l, respectivamente. El radio polar se considera igual a 1 y E sería el radio ecuatorial.

Newton la diferencia entre los ejes era de 1/230 y según Bouguer, del que pronto nos ocuparemos, debía valer 1/179.

A estos resultados conviene añadir los obtenidos mediante la utilización del péndulo horario. Medidas de este tipo fueron realizadas en Perú simultáneamente a las operaciones de triangulación [193]. Su única dificultad consistió en medir con precisión la longitud necesaria del péndulo para que batiese segundos, con el objeto de establecer su variación con la latitud geográfica. Sin entrar en el detalle de las experiencias realizadas, que según Juan «... concuerdan exactamente con la Hypothesis Newtoniana» [194], las medidas hasta entonces disponibles y suficientemente acreditadas ante la comunidad científica eran las siguientes [195]:

---

[193] La descripción de las experiencias, instrumentos y método empleado, pueden encontrarse en JUAN, *Observaciones...*, p. 315 ss. Sobre la utilización del péndulo como instrumento científico durante el siglo XVIII, puede consultarse, A. WOLF, *A History...*, pp. 75 ss. También LALANDE, *Astronomie, III*, núm. 2714. P. BOUGUER, *La figure...*, p. 357, y LA CONDAMINE, *Mesure de trois...*, p. 75.

[194] JUAN, *Observaciones...*, p. 331.

[195] Aparte de las memorias ya citadas en otras notas, un resumen de estos resultados puede encontrarse en J. B. J. DELAMBRE, *Histoire...*, p. 362. También en P. L. M. MAUPERTUIS, "Operations pour...", *Oeuvres, IV*, pp. 340 ss.

Observador	*Año*	*Lugar*	*Latitud*	*Longitud péndulo*
Maupertuis	1736	Pello	66° 48'	441,13
Graham	1735	Londres	51° 28'	440,68
Richer	1672	París	48° 50'	440,60
Varin	1682	»		440,56
Godin	1735	»		440,53
Mairan	»	»		440,57
Godin	»	St. Domingo	18° 27'	439,37
Bouguer	»	»		439,33
La Condamine	»	»		439,23
Godin	1736	Portobelo	9° 33'	439,08
Bouguer	»	»		439,08
Bouguer	1737	Riojama	0° 9' A.	438,93
La Condamine	»	»		438,82
Bouguer	1736	Quito	0° 25' A.	438,84
La Condamine	»	»		438,76
Juan	»			438,82

Para no extendernos excesivamente en el análisis de estas medidas seleccionaremos cuatro de entre ellas. Tomaremos para tal propósito las corregidas por Boscovich unos años más tarde de todos los defectos que se produjeron en su realización. De este modo unificaremos los criterios de corrección con la consiguiente ventaja para dicho tratamiento. Las medidas son:

Lugar	*Latitud*	*Longitud péndulo*	*Diferencia*
Ecuador	0° 0'	439,21	—
Portobelo	9° 34'	439,30	0,09
París	48° 50'	440,67	1,46
Pello	66° 48'	441,27	2,06

Suponiendo una variación de la gravedad con el seno cuadrado de la latitud $\emptyset$, entonces

$$L_{\emptyset} = A + B \cdot \text{sen}^2\emptyset$$

donde $L_{\emptyset}$ es la longitud del péndulo en dicha posición geográfica. No es difícil probar que siendo L_o y L_p las longitudes del péndulo en el ecuador y en el polo respectivamente, entonces

$$\frac{L_{\emptyset} - L_o}{L_p - L_o} = \text{sen}^2\emptyset$$

Expresión que nos permite encontrar la diferencia entre los ejes del planeta comparando entre sí las cuatro medidas seleccionadas. Si suponemos exacta la experiencia realizada en el Ecuador, entonces la mencionada comparación daría el siguiente resultado:

Ecuador-Pello 1/180
Ecuador-Portobelo... ... ... 1/132
Ecuador-París 1/170

Como vemos, a pesar de lo restringido de nuestro análisis sus resultados conducen a la misma situación de incertidumbre ya comentada respecto de la medida de los grados. Así pues, ni las circunstancias en las que fueron realizados los trabajos en el virreinato del Perú, ni la contrastación de sus conclusiones con los obtenidos en otras expediciones, evitaba la sensación de fracaso que anteriormente hemos comentado. La dispersión de valores para el achatamiento polar de la Tierra motivaría, no obstante, respuestas de distinto orden en cuyo fondo pueden detectarse diferentes concepciones acerca de las relaciones entre teoría y experimento o entre física y matemáticas. Con razón afirmaba La Condamine que, pese al error que suponía a sus propias observaciones y a las efectuadas por Maupertuis (en ningún caso mayor de 40 toesas en el grado), la solución del problema se alejaba de las posibilidades de la ciencia del momento:

> «Mais quelle est la mesure de cet aplatissement, et dans quel rapport croissent les degrés de latitude en approchant des Poles? C'est ce que nous ignorons encore, et ce qu'il n'est peu-être pas possible de savoir; au moins sans avoir un beaucoup plus grande nombre de degrés mesurés» [196].

Veamos los términos del razonamiento que le obligaban a tal conclusión. Naturalmente, considera que el valor de su grado ecuatorial de 56.750 toesas es exacto y efectuará el cálculo de la razón entre los ejes comparándolo con otros seis grados medidos previamente. La siguiente tabla recoge el resumen de tal análisis:

---

[196] La Condamine, *Mem. 1746*, p. 273.

Número	*Lugar*	*Autor*	*Latitud*	*Grado*
1	Quito	La Condamine Cassini	0° 0'	56750
2	París-Amiens	La Caille	49° 23'	57075
3	Quito	Juan y Ulloa	0° 0'	56768
4	Francia	Cassini	46° 43'	57050
5	Laponia	Maupertuis	66° 20'	57438
6	Laponia (+ Refracción)	Maupertuis	66° 20'	57422
7	París-Amiens	Maupertuis	49° 23	57183

La comparación de estos grados proporcionaba los siguientes resultados para el aplanamiento de la Tierra:

Grados comparados	*Diferencia entre los ejes*
1 — 2	1/303
2 — 3	1/318
1 — 4	1/302
1 — 5	1/210
1 — 6	1/215
6 — 7	1/178
6 — 2	1/132

La diferencia entre los ejes del elipsoide terrestre oscilaba entre 1/132 y 1/303. Cualquiera que fuese el análisis efectuado, los resultados hasta entonces obtenidos no admitían conclusiones definitivas. Para Euler el problema residía en la imprecisión de los propios métodos experimentales. Si desde los principios de la mecánica de fluidos había quedado demostrado que la diferencia entre los ejes del geoide era 1/230, podía entonces cuantificarse el error cometido en cada una de las expediciones realizadas. Sólo la aceptación del prejuicio de regularidad de la figura del planeta jus-

tificaba tal modo de proceder. Así, considerando regular el elipsoide terrestre, las desviaciones experimentales supuestas por Euler habían sido las siguientes: el grado de Laponia erró en 27 toesas, el medido por La Caille en Africa en 43, el de Perú en sólo 15 y el de Francia en 125 toesas [197]. Una nueva polémica provocó la publicación de esta memoria, ya que La Caille, que había sido el responsable efectivo de la última triangulación del meridiano de París, se negaba a aceptar un error tan considerable en sus operaciones geodésicas. Como en la polémica que mantuvieron Buffo y Clairaut en el tema de la modificación de la ley de gravitación universal de Newton, de nuevo volverían a plantearse las cuestiones relativas a la simplicidad y homogeneidad del mundo físico.

La actitud de P. Bouguer, tal vez el último cartesiano en Francia, apoyaba la alternativa inductivista. La comparación de los grados, antes que confirmar las tesis de Newton, a su juicio revelaba la mayor complejidad que debía darse a la figura de la Tierra. Sus meridianos, antes que elipses, en donde la atracción aumentaba yendo desde el ecuador al polo como el cuadrado de la latitud, formarían una curva que denominará barocentrique o gravicentrique. En ella los grados

> «...ils sont à peu près comme les sinus élevés a la puissance $3^{10/11}$: mais on peut sans doute en faveur de la facilité du calculs, et afin aussi de rendre Géometrique la gravicentrique, de même que la ligne courbe que forme le Meridien, confondre cette puissance fractionnaire avec la parfaite dont 4 est l'exposant» [198].

Creemos que la riqueza de matices provocada por el debate en torno a las diferentes interpre-

---

197 Ver DELAMBRE, *Histoire...*, p. 362. También BOSCOVICH, *Voyage...*, p. 484.

198 P. BOUGUER, *La figure...*, p. 290-1.

taciones de los resultados es enormemente sugestiva. Para Bouguer el esferoide terrestre no era perfectamente elíptico y con ello aprovechaba para criticar la teoría de Newton. Lo que a nosotros nos interesa ahora resaltar es el procedimiento empleado para afrontar el problema.

> «On pouvois demander —se pregunta Bailly en su *Histoire de l'Astronomie*— à M. Bouguer si cette hypotèse étoit physique, c'est-à-dire, si elle étoit conforme aux lois connus de la nature» [199].

El modelo matemático inducido por Bouguer pareció a su compatriota poco «vraisemblable».

Finalmente, con mayor modestia, la postura de Juan plantea la cuestión en sus justos términos:

> «Por este motivo quieren algunos, que no sea exacta la suposición hecha, de que la curva, por cuya revolución se produce la Esferoide de la Tierra, sea una Elipse; y van a buscar otra en la cual convengan todos los grados medidos. M. Bouguer es quien ha dado solución a este Problema como se puede ver en las Memorias de la Academia de las Ciencias año 1736, pág. 443. Pero muy lejos de creer yo, que las disparidades, que se hallan en los excesos de los grados, procedan de la suposición hecha, de que la curva sea una Elipse, discurro no nacen más, que del corto yerro, que indispensablemente se debe cometer n las medidas de los grados...» [200].

El tiempo habría de dar la parte de razón que correspondía a cada una de las actitudes aquí reflejadas. Todas ellas, sin embargo, daban a tan largo debate una salida enormemente creativa tras cincuenta años de polémica. Todas, en fin, planteaban problemas que a nuestro juicio una vez

---

[199] BAILLY, *Histoire de l'Astronomie moderne.... III.* p. 40.

[200] JUAN, *Observaciones...*, p. 312.

resueltos cerrarían el proceso iniciado durante la Revolución Científica.

Por nuestra parte, sólo resta efectuar una reconsideración global de la expedición que nos permita juzgar su mayor alcance. Para ello, recurriremos una vez más a Voltaire, con quien coincidimos en su justa apreciación del sentido que tuvieron para la ciencia estos años transcurridos en tierras americanas:

> «Mais la mission du Pérou —escribía en 1745— par la vaste programme d'observations qu'elle eut le double mérite d'inaugurer et de réaliser, est restée un modèle pour toutes les expéditions scientifiques qui sont venues après elle. En apparence, nos savant n'avaient ajouté à la science du ciel que quelques chiffres, mais la portée de leurs travaux fut réellment plus étendue, et l'impulsion qu'ils imprimèrent aux études d'observations plus durable qu'on ne le croit communément» [201].

En efecto, además de un modelo de expedición que será frecuentemente repetido a lo largo de la centuria, más que los resultados encontrados, importa destacar el tipo de problemas afrontados por los académicos. Conscientes del grado de precisión requerido a sus observaciones y de la contradicción existente entre teoría y experimento, llegan a Quito dispuestos a no excluir la influencia de ningún efecto físico detectable sobre la calidad de sus medidas. Convencidos de que tal proyecto era realizable, se enfrentarán a una naturaleza que consideran transparente a su equipamiento técnico, tal como si el lenguaje observacional

[201] El texto procede de una carta de Voltaire (Versailles, 7 de enero de 1745), citada por J. LORIDAN, *Voyages des astronomes...* Hemos efectuado un balance más detenido de la expedición y polémica sobre la figura de la Tierra en A. LAFUENTE y J. L. PESET, "La question de la figure de la Terre: l'agonie d'un débat scientifique au XVIIIème Siècle", *Revue d'Histoire des Sciences* (en prensa).

fuese independiente respecto de los presupuestos teóricos. Sin embargo, la naturaleza no se manifiesta espontáneamente. Sus cifras, como dice Voltaire, sólo alcanzan significado cuando son integradas en el marco de un objetivo concreto. Ello va a permitirles lograr una conclusión a sus trabajos que, sin embargo, no será decisiva en el tema de la figura de la Tierra. Escribía Voltaire, en 1751, cuando su admiración por Maupertuis se había tornado en feroz odio. lo siguiente:

> «Des voyages au bout du monde pour constater une verité que Newton avait demostrée dans son cabinet ont laissé des doutes sur l'exactitude des mesures.»

La geodesia, como hemos demostrado, había asumido un objetivo demasiado ambicioso. Los métodos de la astronomía no permitían cotas de precisión tan notables. Si en 1737 Maupertuis estaba convencido de haber probado las tesis de Newton, diez años más tarde una espesa cortina de humo impedía una conclusión definitiva. Para entonces, como había escrito Clairaut, la mecánica celeste newtoniana ya disponía de suficientes pruebas experimentales y, lo que es importante, nuestros geodestas no ignoraban las limitaciones de las pruebas por ellos aportadas. Aquí, justamente, reside la mayor grandeza de esta expedición: mayor cantidad de observaciones, considerablemente mejor efectuadas, proporcionan cuatro valores distintos para el grado de meridiano próximo al ecuador que, en cambio, llenaban de incertidumbre las conclusiones definitivas sobre el objetivo a cubrir. Tal incertidumbre, presente durante los últimos meses de la misión, obligará a nuestros académicos a reorientar el sentido de

---

202 VOLTAIRE, *Siècle de Louis XV*, cap. XLIII.

sus trabajos y pensarlos al servicio de una suerte de *experimento geodésico* que, si bien no bastaba para contrastar predicciones teóricas efectuadas desde la mecánica celeste, era suficiente para emprender la geometrización del planeta. Experimento que permitirá el acceso a una parcela limitada de realidad, aislándola del resto desde hipótesis y con objetivos programáticos netamente científicos. En los días preparatorios de la misión, los trabajos son ideados en la creencia de la más absoluta neutralidad de las observaciones; al final, en cambio, alcanzan a comprender la ingenua fragilidad de tal concepción y la necesidad de partir de hipótesis precisas acerca de la figura y configuración interna del planeta. Deudora, pues, de la física de fluidos o la geofísica, y a medio camino entre la astronomía y la geografía, la geodesia emerge como una disciplina científica. Nuevos grados serán medidos, en la búsqueda de una mayor exactitud empírica que permita reducir la incertidumbre. Sin embargo, cuanto más se avanza en el conocimiento de las dimensiones de los meridianos terrestres más se aleja la posibilidad de encontrar un valor preciso para la relación entre los ejes. Así lo reconoce Boscovich después de haber comparado el grado italiano con los determinados en Francia, Laponia, Quito y Cabo de Buena Esperanza:

> «En géneral il n'y a rien de certain sur la figure de la Terre, si l'on ne fait attention qu'aux mesures des degrés; mais si on leur ajoute les longueurs des pendules isochrones, que nous avons déjà par des observations assez exactes, nous pouvons *conjecturer fort vraisemblablement* que les irregularités dans le tissou des parties sont plus grandes à la surface, et près de la surface, que dans les entrailles de la Terre» [203].

[203] Boscovich, *Voyage...*, pp. 493-4.

No insistiremos sobre la repercusión que tal conclusión habría de tener para el desarrollo de un nuevo programa de investigaciones en el terreno de la geofísica. La necesidad de replantear las futuras indagaciones geodésicas sobre supuestos que considerasen la estructura interna del planeta condujo a La Condamine a escribir lo siguiente:

> «Tout ceci ouvre un vaste champ aux spéculations les plus profundes, et offre le sujet d'un grand nombre de problèmes, sur lesquels non plus grands Géometres se sont exercées. Trop à l'étroit dans l'enceinte du Monde physique, ils aiment à prendre l'essor dans la sphère des possibilités: le réel et l'intelligible sont également soûmis aux démonstrations mathématiques» [204].

Muchas veces lo hemos dicho a lo largo de estas páginas. Sólo al final de sus trabajos alcanzaron nuestros académicos a comprender las insuficiencias de la pura inducción. Tantas observaciones y todo el afán para aportar pruebas experimentales conclusivas, para acumular evidencias empíricas, no bastaban para hacer ciencia. Esas especulaciones de las que nos hablaba La Condamine, el intento para comprender lo real desde lo inteligible, más precisamente a través de las matemáticas y sobre parcelas de realidad inicialmente ocultas a la indagación directa, anuncian tímidamente los pasos de evolución futura para la física. Entre tanto, mientras el nuevo programa de investigación propuesto estuviese a punto, cerraba Bailly una etapa polémica de la ciencia de la primera mitad del setecientos con las siguientes palabras:

> «Lorsque nous voulons descendre à des mesures trop petites, à des résultats si fins et si delicats,

[204] La Condamine, *Mem. 1746*, p. 263.

qu'ils échappent à nos sens et à nos moyens, nos operations ne peuvent plus correspondre aux vues de l'esprit, et la perfection que nous appercevons, que nous croyons saisir, s'éloigne sans cesse et recule devans nous, comme les objets que le voyageur trompé voit à peu de distance, et croit être prêt d'atteindre»[205].

[205] BAILLY, *Histoire...*, p. 42.

LA GEOMETRIZACION DE LA TIERRA (1735-1744)

CSIC