Universidad Pedagógica Nacional
Francisco Morazán
Vicerrectoría de Investigación y Postgrado
Dirección de Postgrado
Maestría en Matemática Educativa

Tesis de Maestría

El uso de Cabri Geòmetrè II como herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas. Un estudio con estudiantes de la Carrera de Matemática del Centro Universitario Regional de San Pedro Sula de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.

Tesista
Rafael Antonio Hernández García

Asesor de Tesis
Master Juan Pineda

San Pedro Sula, Junio, 2013.

El uso de Cabri Geòmetrè II como herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas. Un estudio con estudiantes de la Carrera de Matemática del Centro Universitario Regional de San Pedro Sula de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.

Universidad Pedagógica Nacional
Francisco Morazán
Vicerrectoría de Investigación y Postgrado
Dirección de postgrado
Maestría en Matemática Educativa

El uso de Cabri Geòmetrè II como herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas. Un estudio con estudiantes de la Carrera de Matemática del Centro Universitario Regional de San Pedro Sula de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.

Tesis para obtener el título de
Master en Matemática Educativa

Tesista
Rafael Antonio Hernández García

Asesor de Tesis
Master Juan Pineda

San Pedro Sula, Junio, 2013

AUTORIDADES

M.Sc. **DAVID ORLANDO MARÍN LÓPEZ.**
Rector

M.Sc. **HERMES ALDUVÍN DÍAZ LUNA**
Vicerrector Académico

M.Sc. **RAFAEL BARAHONA GÓMEZ.**
Vicerrector Administrativo

Ph.D. **YENNY AMINDA EGUIGURE TORRES.**
Vicerrectora de Investigación y Postgrado

M.Sc. **GUSTAVO ADOLFO CERRATO PAVÓN.**
Vicerrector del CUED

M.Sc. **CELFA IDALISIS BUESO FLORENTINO**.
Secretaria General

Ph.D. **JENNY MARGOTH ZELAYA MATAMOROS.**
Directora de postgrado

San Pedro Sula, Junio, 2013

Terna Examinadora

Esta tesis fue aceptada y aprobada por la terna examinadora nombrada por la Dirección de Estudios de Postgrado de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, como requisito para optar al grado académico de máster/magister en Matemática Educativa.

San Pedro Sula, Cortés 19 de junio de 2013.

M.Sc. Edwin Roldán Medina Lòpez
Examinador presidente

Ph.D. Edgar Vásquez Alberto
Examinador

M.Sc. Juan Pineda
Examinador

Rafael Antonio Hernández García
Tesista

Dedicatoria:

A la memoria de mi padre **Ramiro Ernesto Hernández Valle** y a mi madre **Delia Josefina García** por haberme apoyado a lo largo de mi vida y hacerme creer que podía alcanzar grandes metas.

A mi esposa **Graciela Girón Gámez** por acompañarme en cada momento de este proyecto y animarme a continuar adelante en los momentos más difíciles.

A mis hijos **Delia Carolina y Rafael Alexander** para quienes he querido ser, además de un padre, un ejemplo de superación a través del estudio permanente.

Agradecimiento

A Dios todopoderoso por su infinita misericordia.

A las autoridades de la Universidad Pedagógica Nacional “Francisco Morazán” Centro Universitario Regional, por el apoyo incondicional para la realización de esta investigación.

A todos mis compañeros de la Sección Académica de Matemáticas que de una u otra manera me brindaron su apoyo y palabras de aliente para que pudiera finalizar esta investigación.

Al M.Sc. Juan Pineda por su tiempo y sus valiosos aportes durante la asesoría de mi proyecto de investigación.

A todos aquellos amigos y familiares que siempre me dieron una mano y una palabra de aliento para seguir adelante.

I n d i c e

Introducción *1*

CAPITULO I *4*

1.1. Planteamiento del Problema **5**

1.2. Preguntas de Investigación **11**

1.3. Objetivos **12**

C A P I T U L O II *13*

2. MARCO TEORICO **13**

2.1. Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica **14**

2.2. Importancia de la Matemática **16**

2.3. ¿Por qué enseñar Geometría? **18**

2.4. Definición de Problema. **21**

2.5. La Resolución de Problemas como Propuesta Didáctica **27**

2.6. Uso de Tecnología en la clase de Matemáticas **30**

2.6.1. Creatividad y Computadoras **33**

2.6.2. ¿Cuál es el Aporte de la Computadora? **34**

2.6.3. Los Entornos Informáticos de Aprendizaje Humano (EIAH) **35**

2.6.4. Visualización **37**

2.7. El programa Cabri Géomètre II **39**

2.8. Resumen **44**

CAPITULO III *50*

3. MARCO METODOLOGICO **50**

3.1. Métodos y Procedimientos **51**

3.2. Tipo de Investigación **51**

3.3. Población **52**

3.4. Muestra **52**

3.5. Participantes en el estudio **52**

3.6. Instrumentos Utilizados **53**

3.7. Procedimiento de Análisis de Datos **57**

CAPITULO IV *64*

4. ANALISIS DE RESULTADOS **64**

4.1. GUIA DIAGNOSTICA (GD): **65**

4.1.1. Primer problema propuesto (GD-P1) **65**

4.1.2. Segundo problema propuesto (GD-P2) **77**
4.2. GUIA DE LABORATORIO (GL) **81**
4.2.1. Problema 1 (GL-P1): **81**
4.2.2. Problema 2 (GL-P2) **96**
4.3. EVALUACION FINAL ESCRITA (EF) **107**
4.3.1. EF-1 Ventajas de Trabajar con Cabri Géomètre II **108**
4.3.2. EF-2 Conceptos Geométricos **111**
4.3.3. EF-3 Dificultades para desarrollar las guías **113**
4.3.4. EF-3 Sugerencias para mejorar **114**
CAPITULO V ***116***
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES **116**
5.1. CONCLUSIONES **117**
5.2. RECOMENMDACIONES **120**
Referencias ***121***
6. ANEXOS **128**
6.1. Apéndice A. Instrumentos **129**
6.1.1. A-1. Instrumento GD **129**
6.1.2. A-2. Instrumento GL **131**
6.1.3. A-3. Instrumento EF **132**
6.1.4. A-4. Instrumento Guías de Laboratorio **135**
6.2. Apéndice B. Tablas **149**
6.3. Apéndice C. Figuras **151**

Introducción

Según Alcina (1997), en los diferentes currículos de la mayoría de los países se evidencia la falta de una enseñanza estructurada de la matemática cuyo núcleo central sea la geometría, la cual permita al estudiante adquirir una percepción espacial sólida y al mismo tiempo fomentar la creatividad, lo cual ha traído como consecuencia que los estudiantes que llegan al nivel universitario presenten debilidades sustanciales al momento de enfrentar situaciones problemáticas que impliquen elementos geométricos.

Partiendo de esta concepción y de la implementación de la geometría en los nuevos programas del Currículo Nacional Básico, ya no como un contenido aislado sino como un eje central, como un hilo conductor de la nueva forma de enseñar matemáticas desde los primeros grados de la educación básica, y considerando además, la proliferación de los recursos computacionales y su acercamiento al aula de clase, se ha realizado la presente investigación sobre el uso del software de geometría dinámica Cabri Géomètre II como herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas.

Durante las últimas dos décadas ha existido un gran interés de la comunidad matemática internacional por investigar y difundir el uso de este software; por ejemplo, los Congresos Iberoamericanos de Cabri convocan bienalmente a investigadores, profesores y estudiantes de Iberoamérica, Francia, Italia, México, Argentina, Uruguay, Brasil y otros, todos ellos interesados en el uso, aplicaciones e investigaciones que puedan realizarse utilizando el programa de geometría dinámica Cabri. El último (IV) se realizó en agosto del año 2012 en la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Entre las ventajas de Cabri Géomètre II como herramienta didáctica se pueden mencionar las siguientes:

1. **Visualización de los conceptos:** El alumno construye y explora sus construcciones, luego reflexiona y extrae propiedades matemáticas. De esta

manera, asimila más fácilmente los conceptos por la observación, la reflexión y la deducción.

2. **Interactividad y dinamismo:** El alumno explora las matemáticas de forma activa e interactiva. Una figura de geometría o una ecuación en la pantalla de Cabri son verdaderos objetos de experimentación al poder mover los elementos que la conforman.
3. **Ganancia de tiempo:** La herramienta informática facilita la construcción de figuras. El profesor y sus alumnos se pueden consagrar más a la enseñanza y al estudio de las propiedades matemáticas.
4. **Simplicidad:** El procedimiento de construcción en ambiente Cabri es similar al que se tiene con una hoja de papel, un lápiz, una goma de borrar, una regla y un compás. Las herramientas Cabri permiten una construcción sin incomodidad ni complejidad, hasta en 10 veces menos clics con respecto a otro software del mismo tipo, según su página oficial.
5. **Precisión y confiabilidad:** Cabri permite obtener cálculos y trazos con una gran precisión así como una exactitud en la construcción de las figuras.
6. **Facilidad de iniciación y de utilización:** Cabri ayuda los alumnos a realizar en muy poco tiempo sus primeras construcciones matemáticas, interactúa con el usuario y en cada instante, el usuario es ayudado en sus acciones y manipulaciones por mensajes cortos y marcas visuales.
7. **Aporte didáctico y pedagógico:** Cabri, es un software dinámico concebido y pensado para los alumnos y está concebido tanto para el aprendizaje como para la enseñanza. Con Cabri, el alumno elabora por sí mismo, paso a paso, la resolución del problema propuesto por el profesor. El software suscita su interés y estimula su razonamiento.

Esta investigación tiene un enfoque cuantitativo y un diseño longitudinal panel y se desarrolló con un grupo de estudiantes de matemáticas del Plan 2008 que cursaban la asignatura de Programación II durante el III Período Académico del año 2011 en el Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica de San Pedro Sula. En una

primera etapa se les aplicó una guía diagnóstica (GD) que contenía dos problemas de geometría los cuales deberían resolver utilizando únicamente: lápiz, papel y calculadora, evaluando su desempeño desde cuatro aspectos: estrategia escrita, conceptos teóricos, planteamiento del problema y resolución del problema.

Después de una capacitación sobre el uso de software de geometría dinámica Cabri Géomètre II durante un período de 6 semanas (30 horas clase) se les aplicó un nuevo instrumento (LF) consistente en dos problemas geométricos los cuales debería resolver utilizando únicamente la computadora, uno de los cuales era el mismo de la guía diagnóstica. En este caso el estudiante elaboró un esquema que le permitió encontrar la solución de cada uno de ellos y escribir su estrategia de solución.

Finalmente se le aplicó otro instrumento (EF) con el fin de valorar aquellos aspectos que el estudiante había encontrado de mayor provecho durante el transcurso de la capacitación en el uso de la tecnología para resolver problemas geométricos y contrastarlos con la forma tradicional de enfrentar este tipo de problemas.

Una vez aplicados los instrumentos se procedió a la revisión de los mismos y la clasificación de las respuestas según el caso a fin de poder analizarlas y sacar las conclusiones pertinentes de acuerdo a los objetivos planteados para este estudio.

CAPITULO I

1.1. Planteamiento del Problema

"Con el surgimiento de las "matemáticas modernas" la geometría fue relegada a un segundo plano y en los textos escolares ocupó los últimos capítulos; es más, la enseñanza de la geometría, concebida como el aprendizaje de la organización y aprehensión del espacio desapareció de los programas de educación secundaria" (Corberán, Huerta, Margaret, Peñas y Ruíz, 1989, p. 12). Esta concepción de la matemática sin geometría trajo consigo que los estudiantes intentaran aprender los conceptos matemáticos por medio de la memorización por repetición y no por la comprensión de los contenidos que les eran enseñados, ya que les eran presentados como entes alejados de su realidad, por lo que Corberán et al. (p. 12) proponen que haya un mayor acercamiento a la realidad, mediante la manipulación de objetos y espacios próximos a los estudiantes que permitan despertar su interés y creatividad.

Esta desvinculación de la matemática que se enseña en los centros educativos y la que el estudiante enfrenta en su entorno, ha provocado una aversión hacia el aprendizaje de esta asignatura y un alto grado de reprobación en todos los niveles educativos, ya que de acuerdo con el Informe de Progreso Educativo Nacional (PREAL/FEREMA, 2010) durante la medición de UMCE en 2007, en 6to grado sólo 9% de alumnos en Matemáticas estaban logrando el nivel de suficiencia (logro medio o alto). Según el FEREMA (2010) los resultados de Matemáticas (21 puntos porcentuales por debajo de la meta EFA, es decir, 34%) sugieren que todavía no se logran los aprendizajes necesarios, y muestra además la necesidad de comprender el por qué los resultados en Matemáticas son peores mientras se va subiendo de grado en la escuela primaria.

Schoenfeld (Santos, 1997) afirma que:

> Para que los estudiantes vean a las matemáticas como actividad con sentido, necesitan aprenderlas en un salón de clases que sea un microcosmos de la cultura

matemática. Es decir, clases donde los valores de las matemáticas como una disciplina se reflejen en la práctica cotidiana (p. 3).

Como una forma de acercar la matemática al alumno, muchos investigadores (Rojano, 2003; Gutiérrez, 2005) han planteado como una alternativa a lo anteriormente planteado por Schoenfeld, hacer una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas; además, en Honduras se ha reincorporado la geometría en los contenidos del nivel primario y medio, sin llegar a una aceptación de esta por parte de los docentes que conduzca a un cambio significativo en la forma de enseñar matemática en los niveles preuniversitarios, ya que a pesar de las capacitaciones que el Ministerio de Educación ha brindado, los docentes continúan enseñando la matemática de la misma forma en que ellos la aprendieron.

Según Alcina (1997, p. 8), "la falta de una enseñanza estructurada de la matemática cuyo núcleo central sea la geometría, la cual permita al estudiante adquirir una percepción espacial sólida y al mismo tiempo fomentar la creatividad, ha traído como consecuencia que los estudiantes que llegan al nivel universitario presenten debilidades sustanciales al momento de enfrentar situaciones problemáticas que impliquen elementos geométricos." Es evidente la falta de heurísticas en los estudiantes ya que han sido formados mediante una metodología en la cual se deben memorizar reglas y procedimientos para resolver ejercicios matemáticos y carecen de la habilidad de hacer esquemas que les permitan visualizar de una manera más fácil una situación problemática planteada en palabras.

En una investigación (Hernández, 2005), realizada sobre la "Capacidad de resolución de Problemas Geométricos" entre estudiantes que cursaban la asignatura de Estadística Aplicada en el Centro Universitario Regional de San Pedro Sula, de la Universidad Pedagógica, durante el II Periodo académico del año 2005 se encontraron deficiencias en este tipo de actividad, tales como: debilidad sobre la visualización y descubrimiento de patrones en problemas geométricos y falta de heurísticas en la solución de un problema de este tipo. En esta investigación los estudiantes de la

facultad de Ciencia y Tecnología (Matemáticas y Ciencias Naturales) obtuvieron un rendimiento de 18.7%, mientras que los estudiantes de la facultad de Humanidades (Español, Ciencias Sociales, Educación Física) obtuvieron un rendimiento de 16.5%; lo que evidencia que el problema es generalizado incluyendo a estudiantes de la carrera de matemáticas con varios semestres de haber ingresado, ya que el estudio incluía a estudiantes que ingresaron desde antes del año 2000 hasta el año 2004.

El rendimiento general fue del 17.4 %, el cual es muy bajo considerando que en un alto porcentaje son maestros en servicio, tanto a nivel primario como secundario, y según este estudio, en la prueba de cinco (5) problemas sobre geometría hay una relación de menos de 1 acierto por estudiante evaluado, independientemente de la facultad a la que pertenezca. Lo anterior evidencia el casi nulo aprendizaje de la geometría en secundaria.

Según la CTUM (1989), la enseñanza de las Matemática, y especialmente su aplicación en otros campos es un asunto de gran significación social que el maestro debe difundir lo mejor que pueda. Se debe cambiar la mentalidad, tanto de maestros como alumnos de todos los niveles. Este aspecto puede ser considerado desde el inicio de los estudios primarios y de educación media donde el alumno empieza a tener contacto con el planteamiento de problemas matemáticos aplicados a otras disciplinas. El maestro debe enseñar a pensar matemáticamente en situaciones no matemáticas para que el alumno pueda crear sus propios modelos de resolución de situaciones problemáticas.

Por otra parte, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia (2004) expresa que “el conocimiento geométrico es un componente matemático que ocupa un lugar privilegiado en los currículos escolares por su aporte a la formación del individuo”. Según Villani (2001) la geometría no sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad; además, es

considerada como una herramienta para el entendimiento, tal vez la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad.

Según Alcina (1997), la enseñanza de la geometría ha de ser un núcleo central en el currículo escolar. Se trata de una disciplina útil, deseable y bella que ofrece tanto resultados interesantes como razonamientos y metodologías de marcado carácter formativo. Por esta razón la geometría puede ser caracterizada como el estudio de las experiencias espaciales.

Además, el extraordinario valor de la geometría puede verse reflejado según Villani (2001) en una notable importancia histórica, en particular, se puede considerar a la geometría como un prototipo de una teoría axiomática. En el siglo pasado y específicamente durante las últimas décadas, Jean Dieudonné en el 4° Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME 4) realizado en Berkeley, 1980, expresó que la geometría "exclamando desde sus estrechos confines tradicionales ha revelado sus poderes ocultos y su extraordinaria versatilidad y adaptabilidad, transformándose así en una de las herramientas más universales y útiles en todas las partes de las matemáticas" (cit. Villani, 2001).

Si a lo anterior se le agrega que la computadora ha hecho acto de presencia en los entornos escolares al mismo tiempo que se incrementa el interés por el aprendizaje de la geometría y la resolución de problemas como propuesta didáctica, surge la necesidad de vincular estos tres elementos para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes de todos los niveles educativos.

Se debe considerar además que aunque en los planes de estudios propuestos en el Diseño del Currículo Nacional Básico (DCNB) la enseñanza de la geometría se incluye en todos los grados de forma progresiva, es finalmente en el Tercer Ciclo donde se retoman estos contenidos haciendo un estudio más estructurado de elementos tales como: puntos, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, círculos y solidos geométricos

Es importante hacer notar que, según Alcina (1997)

> La geometría desempeña un papel preponderante en la adquisición de conceptos matemáticos, y especialmente, cuando se auxilia de la tecnología computacional ya que para adquirir una percepción espacial hay que distinguir dos modos de comprensión y expresión: El que se realiza de forma directa, que corresponde a la intuición geométrica, de naturaleza visual y el que se realiza de forma reflexiva, es decir, lógica, de naturaleza verbal (p.15).

La ventaja de los Software de Geometría Dinámica (SGD) (Gutiérrez, 2005, p. 27) "es la facilidad y rapidez con que los estudiantes pueden transformar sus construcciones hechas en la pantalla, realizar mediciones y disponer de un gran número de ejemplos tan variados como quieran, lo que le permite la posibilidad de realizar experimentaciones que le permitan plantear y verificar conjeturas o encontrar propiedades no evidentes con las que abordar la resolución de problemas".

Una de estas propuestas es el proyecto Enseñanza de la Matemática con Tecnología (EMAT) de la Secretaría de Educación de México (Rojano, 2003) donde expresa que:

> El software Cabri Géomètre II es de gran utilidad para el aprendizaje de la geometría ya que se rige por las reglas de la geometría euclidiana y permite a los alumnos explorar, en lugar de que el propio programa de cómputo guíe de manera directa el trabajo del usuario. Al ser este un software abierto permite la manipulación directa de representaciones formales de los objetos matemáticos y contribuye a cerrar la brecha entre percepción y geometría (p. 143).

Estos programas computacionales permiten recrear entornos o micromundos, que facilitan al estudiante la adquisición de nuevos conocimientos al presentarse de una forma más atractiva y dinámica que refuerza su creatividad.

Según las teorías de Piaget (Corberán; 1989, p.12), “el niño se transforma a si mismo transformando su entorno por una acción real (manipulación) o interiorizada (operación)”. Esta transformación es posible ya que “un micromundo tiene objetos y herramientas que permiten al usuario realizar operaciones sobre los objetos en su interior, restringidas por reglas internas y donde el ambiente, el maestro y el alumno también están involucrados” (Larios, 2005, p. 79).

La computadora como elemento didáctico en la resolución de problemas geométricos utilizando SGD, es un elemento de un alto potencial didáctico que poco a poco va formando parte de nuestro entorno educativo, ya que permite diseñar actividades diversas que promueven aprendizajes significativos. Según López (2002, p. 14), “mediante este tipo de actividades los estudiantes manipulan materiales didácticos que fomentan la elaboración de conjeturas y la participación activa en la clase”.

El software Cabri Géomètre II fue desarrollado para permitir la exploración y manipulación directa y dinámica de la Geometría, a través de la interacción didáctica. Es un medio de trabajo donde el estudiante tiene la posibilidad de experimentar con una materialización de los objetos matemáticos, de sus representaciones y de sus relaciones, en un ambiente euclidiano, de tal forma que los estudiantes pueden vivir un tipo de experimentación matemática que no es posible tener de otra forma. Por consiguiente, es natural esperar que los estudiantes que trabajen con Cabri Géomètre puedan avanzar en su comprensión y conocimiento de la geometría de una manera distinta a la que ofrecen los medios tradicionales.

Después de la experiencia del Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia (2004), afirman que:

> La Geometría Dinámica cambia la forma de la enseñanza de la geometría. Las herramientas tecnológicas pueden transformar la práctica docente permitiendo la producción de actividades radicalmente nuevas. Además, la dinámica entre la exploración y la sistematización, generada al trabajar con un software como

Cabri Géomètre II, favorece en los estudiantes el desarrollo de una mayor capacidad expresiva que conlleva mayores niveles de argumentación (p. 89).

Con base a lo anterior surge la inquietud de investigar, cómo los estudiantes de la carrera de Matemáticas del Centro Universitario Regional de San Pedro Sula de la Universidad Pedagógica Francisco Morazán mejoran la visualización de conceptos geométricos a través de software Cabri Géomètre II para aplicarlos en la resolución de problemas.

1.2. Preguntas de Investigación

1. ¿Cómo abordan los estudiantes un problema de tipo geométrico mediante el uso de software Cabri Géomètre II?

   1.1. ¿Utilizan las mismas estrategias para resolver el problema con papel y lápiz, o éstas cambian al usar el software?

   1.2. ¿Qué habilidades de pensamiento geométrico son desarrolladas a través de Cabri Géomètre II?

2. **¿**Cómo utilizar Cabri Géomètre II para lograr un aprendizaje significativo de conceptos geométricos?

   2.1. Qué valoración le dan los estudiantes al software de Cabri Géomètre II como herramienta para adquirir conocimientos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas.

1.3. Objetivos

Tomando como escenario el desarrollo de la asignatura de Computación II en la cual se desarrolló un Seminario Taller sobre el uso del Software Cabri Géomètre II y con base a las preguntas anteriores se formula el siguiente objetivo general de investigación:

1.- Explorar cómo el Software Cabri Géomètre II contribuye al aprendizaje significativo de conceptos de geometría plana.

A partir del objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos:

1.- Comparar el desempeño de los estudiantes de matemáticas del Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán al resolver problemas geométricos, utilizando papel y lápiz y el software Cabri Géomètre II.

2.- Identificar qué habilidades de pensamiento geométrico han adquirido los alumnos a través de su experiencia de aprendizaje tradicional.

3.- Identificar qué habilidades de pensamiento geométrico se fortalecen usando el Software Cabri Géomètre II

4.- Describir cómo los estudiantes hacen de Cabri Géomètre II una herramienta cognitiva para el aprendizaje significativo de conceptos de geometría plana.

5.- Enumerar las distintas valoraciones que los estudiantes hacen sobre las potencialidades del software como herramienta para adquirir conocimientos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas.

C A P I T U L O II

2. MARCO TEORICO

2.1. Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica

En el Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica de Honduras (DCNB) (Secretaría de Educación, 2002, p. 11) se dice que: "En los últimos años se ha producido en el contexto mundial, un cambio significativo en las posiciones y criterios que ha ordenado el debate educativo, con el propósito de dar respuesta a los nuevos desafíos que enfrenta la sociedad contemporánea."

Expresa además que "entre las necesidades básicas de aprendizaje del ser humano presentadas en la Conferencia Mundial sobre Educación para Todos (Jomtien, Tailandia, 1990), se encuentra la Resolución de Problemas. Los instrumentos fundamentales de aprendizaje, los contenidos, capacidades y valores son necesarios para los seres humanos para poder sobrevivir, desarrollar plenamente sus posibilidades, vivir y trabajar dignamente, participar plenamente en el desarrollo, mejorar su calidad de vida y tomar decisiones fundamentales para seguir aprendiendo".

Con respecto a la Geometría, la Secretaría de Educación de Honduras (2002, p. 329), expresa que esta juega un papel especial como teoría que estudia la forma y el tamaño de las figuras. La comprensión de sus conceptos facilita a los alumnos y a las alumnas de la Educación Básica el acceso a la Matemática. Plantea además, que en el Tercer Ciclo se combina la Geometría con los números y funciones, para presentar en la Trigonometría una herramienta importante de varias profesiones.

Este aspecto es muy importante ya que tanto la Universidad Nacional Autónoma de Honduras (UNAH) como la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán (UPNFM) están tomando en cuenta en sus exámenes de admisión el conocimiento de elementos geométricos y trigonométricos, porque consideran que son elementos que los estudiantes que desean continuar estudios universitarios deben tener, cono fundamentos matemáticos sólidos independientemente de qué carrera desean cursar.

Así mismo, en el documento del DCNB no se considera a la Informática como una parte de la matemática, sino como herramienta para resolver problemas

matemáticos, que juega además, un papel importante como herramienta didáctica para facilitar el aprendizaje de ciertos conceptos matemáticos. Y para fortalecer el aprendizaje de la matemática en los centros escolares promueve la creación de laboratorios de computación o aulas recurso que le permitan al estudiante manipular diferentes software especializados a fin de lograr un aprendizaje más significativo.

Según Larios (2006, p. 361), “la didáctica de las matemáticas es una disciplina en constante cambio, no solo por la naturaleza y complejidad de sus objetos de estudio, sino porque se integran nuevos elementos o herramientas a los procesos involucrados, especialmente en geometría donde algunas de estas herramientas son del tipo denominados Software de Geometría Dinámica (SGD), cuya presencia a motivado un incremento en las propuestas didácticas”

Según la Secretaría de Educación (2002, p. 330), “la resolución de problemas les permitirá a los alumnos aprender el arte de argumentar racionalmente, generar estrategias para la solución de problemas y aprender el sentido de la vinculación de ciertos contenidos matemáticos con el mundo cotidiano”. Presenta como ejemplo que: las formas geométricas en las construcciones de edificios y diseños de todo tipo de los mayas y de otras culturas, permitirán al alumno realizar trabajos de diseños, mosaicos y trabajos manuales con formas geométricas que reproduzcan objetos comunes en su medio.

Durante el Primer Ciclo se pretende desarrollar en los alumnos y las alumnas la visualización y el análisis de propiedades de formas y figuras en el plano y el espacio, mientras que en el Segundo Ciclo la Geometría contribuye a la comprensión de las características y propiedades de los elementos de los polígonos regulares y sólidos geométricos. Esto se logra esbozando construcciones con regla y compás, efectuando aplicaciones a fenómenos naturales de la vida real y a las vivencias culturales de los niños y niñas.

Ya en el Tercer Ciclo la Geometría se desarrolla en forma sistemática, en un proceso de deducción informal, apegada a los modelos de Van Hiele. Es aquí donde se combina con números para resolver problemas que se presentan en la vida cotidiana, así como en varias profesiones técnicas; por ejemplo, el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes. **(**pp. 332-333)

Es importante hacer notar que en el documento del DCNB la enseñanza de la geometría se inicia desde el primer grado con la identificación de sólidos geométricos y van progresando paulatinamente en los grados siguientes con la construcción de figuras simples, ángulos, triángulos, cuadriláteros, alcanzando un alto nivel de complejidad en 4° grado donde se estudian las características de los objetos en el plano y el espacio haciendo las primeras clasificaciones y construcciones, las cuales continúan en los dos grados siguientes aumentando su complejidad.

2.2. Importancia de la Matemática

Según Rodríguez (2005):

> Actualmente se considera la matemática un proceso de construcción humana como respuesta a la tarea de resolver problemas y, como tal, fruto de un proceso cultural, imposible de ser separada del contexto histórico y social en que se elabora. Por ello, como construcción humana, también es considerada falible e imprecisa. Entenderla de esta forma, como un proceso perfeccionable y no como un producto elaborado y formal que hay que transmitir con rigor, es determinante para comprender la matemática y para trabajarla en el aula. En consecuencia esta disciplina debe ser considerada como una forma de pensamiento abierto, con margen para la creatividad y el pensamiento divergente, que tiene un modo peculiar de integrar valores, hábitos, formas de razonamientos y expresión, y

procesos tales como disciplinas mentales, racionalidad, habilidad para resolver problemas y el desarrollo de la intuición (p. 3).

Según Santos (1997), en las nuevas perspectivas acerca del aprendizaje de las matemáticas, este se relaciona con que el estudiante desarrolle o construya las ideas matemáticas y ubica a esta disciplina como un cuerpo dinámico de conocimientos en constante expansión. Expresa además, que en este contexto surge la propuesta de relacionar el aprendizaje de las matemáticas con la resolución de problemas. En el estudio de las matemáticas, la actividad de resolver problemas, desempeña un papel muy importante cuando se discuten las estrategias y el significado de las soluciones.

El nuevo Plan de Estudios de la carrera de Profesorado en Matemáticas de la UPNFM (2008, p. 34) contempla como una competencia específica profesional a desarrollar en los futuros profesores la capacidad para plantear y resolver Problemas, la cual se desglosa en los aspectos siguientes: comprender un problema, proponer y ejecutar un plan de solución, ejercer control sobre el proceso de solución, evaluar la solución y tomar decisiones.

En consecuencia, se deben incorporar e implementar diferentes metodologías y tecnologías en el salón de clases que faciliten un aprendizaje significativo y desarrollen nuevas habilidades y destrezas en el alumno. El docente debe impartir sus clases desde diferentes enfoques pedagógicos haciendo uso de herramientas computacionales que estén al alcance de los estudiantes.

Según el Plan de Estudios 2008 (p. 15) de la UPNFM, “se necesita ser innovador en las formas de utilizar la tecnología al servicio de la enseñanza y aprendizaje de la matemática; investigar las necesidades de avances tecnológicos en Matemática Educativa, incluyendo el diseño e implementación de experiencias de aprendizaje apropiadas y cómo estas impactan en el desarrollo tanto de los estudiantes como de los profesores.” En consecuencia, se considera apropiado el uso del software Cabri

Géomètre II para facilitar la enseñanza de la Geometría y al mismo tiempo se convierta en una herramienta útil para resolver problemas matemáticos.

2.3. ¿Por qué enseñar Geometría?

La matemática es una ciencia que permite formar al ciudadano de una forma integral y considerando que entre las sub competencias que se desean formar en el estudiante de Matemática en la Universidad Pedagógica está la capacidad de visualización espacial en relación con la geometría espacial y que en la metodología propuesta para la enseñanza de la asignatura de Geometría I están las guías de trabajo, en las cuales para su desarrollo el alumno haga uso de software especializado en geometría, donde el docente se convierta en un facilitador del aprendizaje y entre cuyos indicadores de logro están los siguientes:

1. Resuelve problemas de la vida real aplicando conocimientos geométricos

2. Construye conocimiento geométrico con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC's).

3. Construye figuras geométricas usando los instrumentos euclidianos de medición y software geométricos.

En consecuencia de lo anterior, la enseñanza de la geometría se torna en un elemento de vital importancia para el futuro profesor de matemáticas.

Según el MEN (2004), la geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas.

Se plantea que la geometría es el resultado de una combinación entre diversos procesos cognitivos asociados a la actividad geométrica y la comunicación de los resultados de dicha actividad. En ese sentido, el conocimiento geométrico no existe únicamente en los enunciados formales ni puede considerarse como algo absoluto e impersonal. Por el contrario, se convierte en algo relativo a las experiencias individuales y grupales que, mediadas por diversas herramientas materiales o simbólicas producen diversos niveles de sofisticación del conocimiento, útiles para resolver problemas, interpretar hechos o dar explicaciones, entre otras cosas.

Difícilmente otro campo de las matemáticas abarca un espectro tan amplio de dimensiones. Por ello la enseñanza de la geometría debe reflejar una preocupación por desarrollar actividades en las distintas dimensiones buscando lograr en los alumnos una amplia experiencia y una perspectiva multifacética de lo que significa, elementos claves para ganar en conocimiento geométrico útil. Probablemente cualquier situación geométrica, por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos. También ofrece amplias oportunidades de usar modelos matemáticos para comprender la actividad humana y social, dada sus estrechas relaciones con la cultura, la historia, el arte, la filosofía y la ciencia. Adicionalmente, no hay mejor lugar que la geometría para dilucidar el papel de la prueba y la demostración en matemáticas.

Corberán (1989) expresa que:

> Matematizar, organizar matemáticamente una cierta materia y sistematizar los conocimientos progresivamente construidos, va más allá de lo verbal; implica la acción comprensiva, la experimentación el recurso a la intuición y a la deducción, en definitiva, la creación. Al respecto la geometría juega un papel

importante y por esa razón, ocupa ya un lugar definitivo en la enseñanza de la matemática en la educación escolar en todos los niveles (p. 13).

Con respecto a lo anterior, Duval citado por Torregrosa y Quezada, (2007, p. 277) plantea que "la actividad geométrica involucra tres clases de procesos cognitivos: La visualización, el razonamiento y la construcción, los cuales deben ser desarrollados separadamente".

De lo anteriormente expuesto se concluye que la geometría no es sólo una parte importante sino esencial del aprendizaje de las matemáticas; además, mediante el trabajo con la geometría se fomentan y enseñan otras habilidades que con el álgebra u otra rama de la matemática no es posible. La geometría brinda nuevas oportunidades a alumnos que tienen problemas con el pensamiento abstracto del álgebra, y reaviva su interés en las matemáticas al presentar problemas que son susceptibles de ser visualizados para ser comprendidos.

Según H. Freudenthal (Pérez, 2002, p.11), "nunca deberíamos pensar en las matemáticas que debe aprender un niño, sino en aquellas con cuyo aprendizaje se contribuya al desarrollo de la dignidad humana".

La realización de un aprendizaje significativo exige que el alumno observe, se haga preguntas, formule hipótesis, relacione los conocimientos nuevos con los que ya posee, obtenga conclusiones lógicas de las proposiciones y datos a su alcance, etc.

Por otro lado, sugiere que hay ideas-eje de carácter vertical que constituyen los procesos de pensamiento básicamente utilizados en la creación del conocimiento matemático: ver, definir, decidir, resolver problemas y aplicar.

La resolución de problemas según Pérez (2002), ocupa a la mayoría de las personas durante toda su vida, por tanto, la actividad para la clase debe ser planteada en forma de resolución de problemas.

2.4. Definición de Problema.

Dentro del ámbito de la didáctica de la matemática el término problema tiene, entre otras, las siguientes acepciones:

Para Cordero (1999), resolver un problema es buscar una metodología capaz de relacionar de forma coherente unos datos para obtener otros. Pero este método no es el mismo para todos los problemas, ni para todos los alumnos, y por tanto cada alumno puede llegar a la solución de una manera diferente, más cercana a su capacidad, conocimientos, esta es la gran aportación de la resolución de problemas (RP) sobre la ejecución de los ejercicios: plantear diferentes situaciones que pueden ser resueltas de formas diversas en base a las características individuales. Resolver un problema es lo que se hace cuando no se sabe lo que hay que hacer.

Tarifa (2002, p. 22-23) presenta una serie de definiciones de diversos autores sobre lo que es un problema. Entre ellas están:

1. "Un problema es un obstáculo arrojado ante la inteligencia para ser superado, una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada" (Nieto,1993).

2. "Se puede definir un problema como una situación en la que se debe alcanzar una meta, pero en la cual está bloqueada la ruta directa" (Kilpatrick, 1983) .

3. “Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata” (Polya, 1967).

4. “Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma” (Krulik y Rudnik, 1980).

En Poggioli (1999) citando a otros autores encontramos las siguientes definiciones:

> Un problema se define como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere (Newell y Simon, 1972), o como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular (Chi y Glaser, 1983, p. 24)

En estas opiniones, se notan diversos elementos comunes que hacen la esencia de lo que es un problema. Obstáculo, dificultad, reto; razonamiento, pensamiento reflexivo; desconocimiento de la solución por parte del alumno y el que ésta no dependa de disponer de un algoritmo que las genere inmediatamente, son algunos de los elementos que caracterizan un problema.

Para Bortolussi (1995), la discusión de la concepción misma de problema es indispensable para definir las categorías del marco de análisis. Como primer paso hace un deslinde de la idea de ejercicio.

> Un ejercicio está fuertemente relacionado con un algoritmo o rutina, no necesariamente sencillos. Los más complejos pueden requerir la combinación de varios procedimientos con destrezas específicas. En un ejercicio puede requerirse una articulación de registros, pero esta articulación suele estar ya incluida en el algoritmo, en la rutina o en el esquema. La administración de los conocimientos y procedimientos no es compleja, se reduce a organizar las llamadas a una serie de procedimientos ya hechos, generalmente hace poco tiempo. No busca una re conceptualización de los conocimientos sino la frecuentación de una vía ya abierta, la adquisición de una destreza. Su esquema metafórico es la suma no la

integración. Puede ser laborioso, raramente difícil. Trae a la mente la idea de cantidad no la de calidad.

Un problema se concibe en una situación determinada que le da sentido. Esta situación implica a una persona que interactúa con el problema con un propósito implícito en la situación, diseñada por quien plantea el problema: que la solución del problema la conduzca a una re conceptualización de algunos conocimientos. Esto es, en el caso del estudiante, que tal situación problemática lo lleve a reflexionar sobre sus propios conocimientos previos a fin de encontrar una estrategia de solución a la situación problemática planteada, y de esta manera, replantearse los conocimientos que posee. El espectro amplio de recursos de una persona puede incluir estructuras de conocimientos muy complejas (procedimientos, esquemas, marcos) que, para un experto en un campo, pueden ser de acceso casi inmediato. Así pues, según las características de un ejercicio, lo que para una persona es un problema para el experto puede ser un mero ejercicio.

El propósito de la resolución de problemas (RP), según Bortolussi (1995), en el nivel medio superior está relacionado con la formación de una cultura matemática. En la cultura matemática hay una componente que trata de las matemáticas como una herramienta en las situaciones extra matemáticas de índoles diversas. En estas situaciones, la construcción de modelos matemáticos, en los que se reformula el problema, es parte de la solución del problema. Por supuesto que en el modelo se pone en juego otra componente de la cultura matemática que trata de las matemáticas como actividad, por lo que también es válido que el problema se refiera exclusivamente a objetos matemáticos. Esto es de gran importancia ya que según Alcina (op cit, p. 15) la geometría desempeña un papel preponderante en la adquisición de conceptos matemáticos, especialmente cuando se auxilia de la tecnología, ya que le permite manipular los objetos geométricos que le permitan conjeturar y transformar sus actuales conocimientos.

El Proceso de Resolución de un Problema

Para George Polya (1987), la resolución de un problema consiste, a grandes rasgos, en cuatro fases bien definidas:

1. Comprender el problema.
2. Concebir un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Examinar la solución obtenida.

> Las fases anteriores caracterizan claramente al resolutor ideal, competente. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas, al puro estilo socrático, cuya intención clara es actuar como guía para la acción. Los trabajos de Polya, se pueden considerar por lo tanto, como un intento de describir la manera de actuar de un resolutor ideal. (p.17)

Según Schoenfeld (cit. Barrantes, 2006, pp. 2-6), cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros cuatro factores, que sirven para analizar la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas.

Estos factores según Schoenfeld son:

- Recursos cognitivos: conjunto de hechos y procedimientos a disposición del resolutor.
- Heurísticas: reglas para progresar en situaciones dificultosas.
- Control: Aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.

- Sistema de creencias: Nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de la matemática y como trabajar en ella. Para un estudiante puede resultarle sin ninguna utilidad la resolución de cierto problema ya sea porque parece obvio o porque sus nociones previas son falsas lo cual resulta en un obstáculo que dificulta el nuevo aprendizaje. Si lo aplicamos a la geometría los estudiantes procuran resolver los problemas por medio del ensayo y error aunque ya hayan resuelto un mismo problema planteado de otra manera utilizando la demostración matemática formal.

Cada uno de estos componentes explica las carencias, y por lo tanto, el poco éxito en la resolución de problemas de los resolutores reales. Así, cuando a pesar de conocer las heurísticas no se sabe cuál utilizar o cómo utilizarla se señala la ausencia de un buen control o gestor de los recursos disponibles. Pero las heurísticas y un buen control no son suficientes, pues puede que el resolutor no conozca un hecho, algoritmo o procedimiento específico del dominio matemático del problema en cuestión. En este caso se señala la carencia de recursos cognitivos como explicación al intento fallido en la resolución.

Por otro lado, puede que todo lo anterior esté presente en la mente del resolutor, pero sus creencias de lo que es resolver problemas en matemáticas o de la propia concepción sobre la matemática haga que no progrese en la resolución. La explicación, para este fallo, la contempla Schoenfeld en el cuarto elemento del marco teórico, las creencias.

Las heurísticas son las operaciones mentales típicamente útiles en la resolución de problemas, son como reglas o modos de comportamiento que favorecen el éxito en el proceso de resolución, sugerencias generales que ayudan al individuo o grupo a comprender mejor el problema y a hacer progresos hacia su solución.

Entre las heurísticas más importantes (Polya, 1987, p. 19), podemos mencionar las siguientes: “Buscar un problema relacionado, resolver un problema similar más sencillo, dividir el problema en partes, considerar un caso particular, hacer una tabla,

buscar regularidades, empezar el problema desde atrás, variar las condiciones del problema". En el caso de la Geometría Dinámica el estudiante debe proceder a realizar un esquema que contenga todas las condiciones iniciales del problema y que mediante la manipulación de ciertos elementos le permitan conjeturar y validar las respuestas.

Buscar un problema relacionado es una sugerencia heurística pues se señala una dirección de trabajo, y sobre todo se recurre a la memoria del resolutor, y no a un procedimiento concreto para buscar tal problema. Los conocimientos previos o recursos cognitivos con que cuenta el estudiante para resolver problemas de Geometría son fundamentales ya que para hacer un esquema que permita conjeturar y visualizar de una manera eficiente debe hacerlo basándose en conceptos y propiedades geométricas correctas.

Sin embargo, la mera construcción del esquema geométrico utilizando un software es sumamente sencilla ya que el programa dibuja cada elemento de acuerdo a las propiedades que el resolutor le indique. De esta manera se evitan todos aquellos errores que por falta de destreza en el manejo de instrumentos de construcción o medición puedan ocurrir.

Puig (citado por Polya, 1987), denomina con el nombre de herramientas heurísticas a todo tipo de procedimientos, independientes del contenido que permiten transformar el problema dado en otro. Cuando utilizamos software de Geometría Dinámica la manipulación de los elementos del esquema, sean estos: puntos, segmentos, rectas, triángulos, círculos; permiten transformar el problema en otro similar al variar sus condiciones iniciales permitiendo una mejor comprensión del mismo.

En el proceso de resolución, Schoenfeld (Barrantes, 2006) ha señalado que tan importante como las heurísticas es el control de tal proceso, a través de decisiones ejecutivas. Tales decisiones son acerca de qué hacer en un problema. La característica más importante que define a las decisiones ejecutivas y a las acciones de control, es que

tienen consecuencias globales para la evolución del proceso de resolución de un problema.

Las decisiones ejecutivas determinan la eficiencia de los conocimientos y recursos de todo tipo puestos en servicio para la resolución del problema.

La ausencia de decisiones ejecutivas y de control suele tener efectos desastrosos en el proceso de resolución de un problema. La mayor parte de las veces en que se fracasa en la resolución de un problema es debido a que, la persona que afronta el problema, no dispone de un plan de solución, pero además, existen otras actitudes que imposibilitan la toma de buenas decisiones durante la fase de resolución. Entre ellas cabe destacar:

- Inflexibilidad para considerar alternativas.

- Rigidez en la ejecución de procedimientos.

- Incapacidad de anticipar las consecuencias de una acción.

- El efecto "túnel" (absorbente).

2.5. La Resolución de Problemas como Propuesta Didáctica

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Cordero, 1999) propuso para la década de los ochenta del siglo pasado, la resolución de problemas como eslogan educativo de la matemática escolar: En la enseñanza de las matemáticas escolares se debe poner el enfoque en la resolución de problemas.

¿Qué significa poner el enfoque en la resolución de problemas?

Según Alvarado y Suazo (2001) existen al menos tres interpretaciones:

- Enseñar para resolver problemas. Proponer problemas aplicando los conceptos a situaciones de la vida diaria y de las ciencias.

- Enseñar sobre la resolución de problemas. Enseñanza de estrategias para resolver problemas como un contenido más, bajo el supuesto que los estudiantes las aplicarán para resolver problemas.

- Enseñar vía resolución de problemas. Enseñanza de las matemáticas a través de problemas, es decir, usar los problemas para explorar y aprender conceptos nuevos (p. 16).

Con respecto a las interpretaciones anteriores, para efectos de esta investigación nos interesa enseñar vía resolución de problemas, utilizando para ello una herramienta tecnológica como Cabri Géomètre II.

Según Cordero (1999), la evolución tecnológica y la fecha de caducidad de mucha de la información que estamos produciendo continuamente, están cambiando algunos aspectos básicos del aprendizaje en general. Según este investigador más que el contenido hoy comienza a tener mucha màs importancia cómo aprendemos, de qué forma buscamos la solución a problemas nuevos que puedan surgir y cuáles son las estrategias que utilizamos para dar respuesta a unas dificultades que serán nuevas. La adaptabilidad a las nuevas exigencias y demandas de la sociedad, son una componente fundamental en este tiempo cuando ya no se trata tanto de aprender, sino más bien de aprender a aprender.

Con respecto a lo anterior, Poggioli (1999, p. 1) menciona que "entre los objetivos fundamentales de las instituciones educativas, desde el nivel de preescolar hasta el universitario, está el de impartir conocimientos y desarrollar habilidades de diferente naturaleza que permitan a los estudiantes adquirir herramientas para aprender, siendo una de las más importantes, la capacidad para resolver problemas".

Según Guzmán (2001, p. 102), "La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio del aprendizaje activo y de inculturación, que persigue transmitir en lo posible de una

manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas". Para que esto sea posible es necesario que el estudiante realice procesos meta cognitivos para darse cuenta en la manera que está resolviendo dicho problema y pueda aplicar esa estrategia en el futuro en problemas similares

Según Cordero (1999), la capacidad de abstracción de nuestro pensamiento favorece el análisis de situaciones desde una perspectiva compleja e integradora, lo que implica la manipulación y control de la realidad a partir de su representación mental. No se trata solamente del aprendizaje de unos contenidos fijados con anterioridad, sino de facilitar la adquisición de formas de pensamiento más adecuadas a las capacidades intelectuales de cada uno, que puedan servirle para interpretar y evaluar la realidad y los nuevos hechos que una sociedad tan cambiante como la nuestra nos presentará en un futuro no demasiado alejado. Es decir, dar una visión abierta y útil a los aprendizajes matemáticos que sirvan no solamente desde el punto de vista curricular, sino también formativo. Esto es de suma importancia ya que la resolución de problemas no es algo propio de la matemática sino de la vida entera de cada individuo y por lo tanto deben prepararlo para enfrentarse con los verdaderos problemas de la vida diaria.

Al respecto Guzmán (2001) afirma que una de las tendencias actuales más difundidas consiste en el énfasis puesto en la transmisión de procesos de pensamiento propios de la matemática (saber hacer), más que en la mera transferencia de contenidos. Dice también que en la transformación vertiginosa de la civilización actual, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes. En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia.

El profesor de matemáticas actualmente debe esforzarse por enseñar a sus alumnos más que contenidos formas de enfrentarse a los verdaderos problemas.

2.6. Uso de Tecnología en la clase de Matemáticas

Actualmente, una de las tendencias más fuertes en el crecimiento y evolución de las matemáticas y su enseñanza, está dada por el poder de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC's). En matemáticas, las computadoras han generado campos enteramente nuevos. En educación han resaltado la importancia de algunas ideas, posibilitado el acceso a ciertos tópicos y problemas y también ofrecido nuevas maneras de representar y manipular información matemática, haciendo posible escogencias sobre contenido y didáctica que nunca antes se habían tenido.

Es más, las preguntas adecuadas sobre tecnología no son sobre temas amplios como qué hardware o software utilizar, sino desde cómo cada uno funciona en un determinado currículo hasta los efectos que tienen en la forma de plantear problemas particulares a los estudiantes. Para cada caso único, se debe juzgar si el uso de la tecnología es efectivo y apropiado o no. Independientemente de la tecnología que se use, son los problemas que se plantean, lo que hace la diferencia. Con computadoras o con lápices, algunos problemas son excelentes y otros son una pérdida de tiempo.

English (2002) nos dice que:

> Existe un incremento, tanto en la sofisticación como en la disponibilidad de los recursos tecnológicos que están dando lugar a una mayor transformación de la educación matemática y la investigación, ya que existen numerosas oportunidades, tanto para maestros como alumnos de implementar experiencias matemáticas que hace una década no era posible. Por ejemplo, las comunidades internacionales de aprendizaje están utilizando videoconferencias y redes computacionales para vincular la enseñanza de la matemática y la investigación en grandes planes de desarrollo. Sin embargo, muchos investigadores enfatizan

que el uso correcto de la tecnología no reemplaza a la matemática en sí misma, y que para implementar la tecnología se deben hacer los cambios correspondientes en los currículos (p. 5).

Según Niss (cit. English, 2002, p.5), “mientras que los estudiantes y los profesores se hacen más expertos en la capitalización de oportunidades tecnológicas, hay más necesidad de entender, reflexionar y analizar críticamente sus acciones; y más investigadores necesitan tratar el impacto de estas tecnologías en el desarrollo matemático de los estudiantes y de los profesores”. Por tal razón el docente debe mantenerse en constante capacitación y profesionalización, ya que por naturaleza los estudiantes estarán más en contacto con la tecnología y con las nuevas formas de aprendizaje dejando al docente en una desventaja tecnológica, la cual puede minimizarse en la medida que las instituciones educativas promuevan el uso de nuevas y diversas propuestas didácticas entre su personal.

El impacto de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas no debe separarse de la globalización como proceso responsable del establecimiento de la “aldea global”, tal como establece la UNESCO en su libro “La Educación Encierra un Tesoro”, donde el “Saber Hacer” y el “Aprender a Conocer” son dos de los cuatro pilares fundamentales que debe sostener la educación del nuevo ciudadano del mundo globalizado. (Delors, 1999, p.17). Es decir, la Matemática no está desligada de todo el proceso de transformación de la educación a nivel mundial cuando se han establecido metas y objetivos comunes para el año 2015 a todos los países en vías de desarrollo pertenecientes a la organización de las Naciones Unidas.

Debido a la diversidad de software matemático existente, Goldenberg (2003) dice que los estudiantes pueden estar en diferentes situaciones ya que el software puede sugerir lo que el usuario debe hacer o esperar que este genere, exprese, desarrolle y edite las ideas para la resolución de problemas. Como en una buena clase de escritura, el maestro y el currículo juegan un papel central: los estudiantes no "tienen" simplemente

ideas, necesitan buenos problemas para trabajar, algunas habilidades y formas de pensar, desarrollar un arsenal de estrategias y técnicas, hechos, y dirección. Pero con los "procesadores de ideas" como con los procesadores de texto, hojas de cálculo, lenguajes de programación, y software de construcción para geometría y, con algunos micromundos especialmente diseñados con fines educativos (el programa de estadísticas Fathom, por ejemplo) el maestro y el currículo pueden controlar la calidad de los problemas, y no el diseñador del software. Es más, el enfoque a la solución de problemas puede estar bajo el control del estudiante, con dirección del maestro.

Continua diciendo que cualquier cosa que influencie la forma en que se soluciona un problema (por ejemplo usar lápiz y papel para realizar un cálculo en vez de hacerlo mentalmente, o usar regla y compás para trabajar un problema de geometría en lugar de usar un software dinámico o dibujos a mano alzada), resalta algunos aspectos del problema y suprime otros como los esquemas mentales, el interés de cada estudiante por resolverlo, la formulación y comprobación de conjeturas entre otros. Solamente cuando se tiene claridad sobre el propósito de enseñar el problema, puede decidirse claramente qué tecnología (mental, papel y lápiz o electrónica) se debe usar.

Goldenberg (2003) dice además que:

> Herramientas geométricas, hojas de cálculo, calculadoras simbólicas, y herramientas para graficar pueden usarse para resolver problemas, pero su valor en ese papel es efímero: al paso del tiempo, la tecnología cambia y los estudiantes no podrán ya utilizar esas herramientas particulares. Con otra perspectiva (ayudar a los estudiantes a desarrollar formas nuevas y poderosas de enfocar los problemas, ayudarles a construir modelos mentales, a adquirir habilidades generalizables y flexibles, etc.) estas herramientas pueden promover aprendizaje que no se evapore con el desarrollo de nuevos productos. Los

> estudiantes que observan cuidadosamente cuando arrastran y distorsionan objetos en la pantalla, comienzan a aprender cómo realizar en sus mentes los mismos experimentos (p. 1).

Para poder decidir el tipo de herramientas a utilizar en la resolución de problemas podemos considerar los objetivos que se persiguen en la clase, la accesibilidad de las mismas y de esta manera, decidirse por el uso o no de cierta tecnología.

2.6.1. Creatividad y Computadoras

Según Castro (1998, p. 58), "en Matemática, el proceso creativo se manifiesta en torno al quehacer fundamental de esta ciencia: la resolución de problemas y el planteamiento de nuevos desafíos. Este último aspecto ha estado siempre presente en la matemática, pero su incorporación en la enseñanza de la misma se acentúa en la presente década, aunque ya, en 1944, Polya la incluía dentro de su heurística para la resolución de problemas".

Según Junquiera (cit. Castro 1998, p. 59), "las investigaciones revelan que en Matemática el trabajo de los estudiantes en un ambiente computacional es cualitativamente superior al tradicional. Observándose que los estudiantes van más allá de los computadores programáticos, formulan conjeturas, acuñan definiciones, hacen demostraciones, proponen y resuelven problemas. El ambiente computacional es particularmente propicio para la exploración de un tópico matemático, la cual les lleva a proponer conjeturas y a re descubrir relaciones matemáticas". Es aquí donde aparece el verdadero potencial del software matemático, ya que cuando el estudiante se plantea una conjetura puede validarla inmediatamente, desecharla o reformularla según sus observaciones y manipulaciones, ya que sus construcciones son dinámicas y pueden ser arrastradas o transformadas para poder visualizar mejor sus propiedades.

Esto es posible ya que el tiempo de trabajo se reduce considerablemente pues el tiempo que tomaría volver a comprobar una conjetura mediante la demostración

matemática rigurosa, que generalmente ocasiona cansancio y desinterés en el estudiante, puede ser utilizado en la reconstrucción de nuevos esquemas mentales que conduzcan a un aprendizaje más significativo.

2.6.2. ¿Cuál es el Aporte de la Computadora?

El proceso creativo es complejo ya que intervienen en él factores afectivos, cognitivos y también influyen los escenarios ambientales. La interrogante aquí planteada no tiene respuesta aún ya que algunos investigadores están a favor y otros en contra. De igual manera los docentes se encuentran divididos en sus opiniones, ya sea por desconocimiento o por la comodidad que les representa continuar enseñando de la forma tradicional. Por lo anterior, solamente se pueden acotar algunas observaciones sobre el quehacer desarrollado en el laboratorio:

1. La computadora es un recurso de alto poder motivacional para el estudiante, pues el estudiante es un ente activo en la adquisición de conocimientos.

2. Desde el punto de vista afectivo se observa que frente a la computadora la autoestima del estudiante no sufre daño, pues disfruta de la libertad de equivocarse e incorpora el error como un componente natural del proceso de aprendizaje.

3. El usuario, cualquiera sea su edad, asume una actitud lúdica frente a la computadora, ya que este le permite independizarse del grupo durante su trabajo y al mismo tiempo recibir el apoyo del docente o de sus compañeros cuando lo necesite.

Por lo anteriormente descrito se puede afirmar que la computadora o PC proporciona a la matemática una herramienta valiosa y poderosa, la cual debe ser utilizada apropiadamente por el docente por medio de guías y/o secuencias didácticas que le permiten orientar el aprendizaje y alcanzar los objetivos propuestos en los

programas escolares, aprovechando la motivación y trabajo de los estudiantes que facilite su interacción con los nuevos contenidos matemáticos.

2.6.3. Los Entornos Informáticos de Aprendizaje Humano (EIAH)

El punto clave de la problemática de la educación geométrica radica en el hecho de que el conocimiento geométrico y espacial emerge de la toma de conciencia y de la exposición y expresión de la dinámica de las imágenes mentales. Así, la complejidad de la educación geométrica a diferencia de la educación numérica, radica en la omnipresente e inevitable dialéctica entre la conceptualización y visualización; o dicho de otro modo, entre la experimentación y la demostración. De esta manera, la geometría puede ser considerada una búsqueda de modelos guiada tanto por el "ojo visual" como por el "ojo de la mente". En la interacción entre estos dos modos de ver es donde realmente radica la pedagogía de la geometría.

Varias investigaciones han mostrado que el Aprendizaje Visual es uno de los mejores métodos para enseñar las habilidades del pensamiento. Las técnicas de Aprendizaje Visual (formas gráficas de trabajar con ideas y de presentar información) enseñan a los estudiantes a clarificar su pensamiento, y a procesar, organizar y priorizar nueva información. Los diagramas visuales revelan patrones, interrelaciones e interdependencias además de estimular el pensamiento creativo (Inspiration, 2002).

Según Balacheff (cit. Murillo, 2000, p. 63), "los entornos informáticos de aprendizaje, se construyen a partir de una representación del conocimiento para un sistema de objetos y relaciones, representación accesible al usuario en la interacción de una forma más o menos significativa en relación al conocimiento. El aprendizaje es el resultado de una construcción de conocimientos en el curso de la interacción con el entorno."

Desde este enfoque constructivista se presenta a la computadora, como instrumento dentro del desarrollo curricular, la cual puede tener diferentes funciones

según la asignatura que se trabaja y, dentro de cada una de ellas, según el tema concreto que se trata, e incluso según el aspecto de este tema en el que se quiere hacer hincapié.

Según la Revista Digital Eduteca.org del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2004), existen actualmente una gran cantidad y variedad de herramientas Geométricas computacionales que pueden utilizar para enseñar Geometría, entre las cuales están las siguientes:

1. **GEUP 5.** Software de geometría en el plano para el cálculo y visualización en Matemáticas, Ciencia e Ingeniería. Diseñado para ser fácil de usar, constituye un poderoso y versátil entorno matemático que utiliza el concepto de construcción y la visualización interactiva como núcleo de funcionamiento.

2. **GEOGEBRA**. Este software interactivo, diseñado para el nivel de educación básica secundaria, permite realizar construcciones de geometría, álgebra y cálculo, tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente.

   Por otra parte, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente. Con GeoGebra se pueden utilizar variables relacionadas a números, vectores y puntos; hallar derivadas e integrales de funciones y utilizar un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos particulares de una función, como raíces o extremos.

3. **POLI PRO**. Herramienta para visualizar una inmensa variedad de poliedros: platónicos, de Arquímedes, prismas y anti prismas, sólidos de Johnson y Catalán, entre otros. Además, posibilita la impresión de plantillas para construirlos con papel.

4. **GEOMETER'S SKETCHPAD**. Herramienta muy útil para explorar geometría. Se puede utilizar para hacer construcciones geométricas, con la ventaja de que a diferencia de las que se hacen con lápiz y papel, estas se pueden cambiar

interactivamente. Esto provee miles de ejemplos basados en la misma construcción, sobre los cuales, el estudiante puede hacer suposiciones.

5. **CABRI GÉOMÈTRE**. Programa para geometría interactiva más utilizado en el mundo. Incluye geometría analítica, transformacional y Euclidiana. Sus funciones abarcan la construcción de puntos, líneas, triángulos, polígonos, círculos y otros objetos geométricos básicos. Permite traslación, dilación y rotación de objetos geométricos alrededor de centros geométricos o puntos específicos; además de reflexión, simetría e inversión. Posibilita el manejo de coordenadas cartesianas y polares. Muy adecuado para la exploración de conceptos avanzados en geometría proyectiva e hiperbólica.

2.6.4. Visualización

Esta investigación se enfoca concretamente en presentar la computadora como instrumento útil para la visualización matemática que permita resolver problemas matemáticos no rutinarios, especialmente los de tipo geométrico. La visualización matemática (Yabar, 2000, p. 135) "es el proceso de formación de imágenes, que pueden ser mentales (sin soporte material) o materiales (con papel y lápiz o con soporte tecnológico), y la utilización de dichas imágenes para la comprensión y el descubrimiento matemáticos".

Guy Brousseau (Yabar, 2000, p. 135), en su teoría de las situaciones didácticas, concibe "el proceso de validación como parte fundamental del proceso amplio de construcción de un conocimiento matemático". Para él la visualización puede convertirse en una forma de validación de un descubrimiento matemático. Brousseau distingue tres formas de validación: empírica, semántica y didáctica. La primera consiste en el proceso de probar algo, mostrando que funciona, sin explicar necesariamente el porqué. Las otras dos incluyen una argumentación y pertenecen a una etapa más avanzada del proceso de aprendizaje.

Cuando se habla de validación mediante la visualización, se entiende, según la terminología de Brousseau, a la validación empírica. Es muy importante que una situación didáctica ofrezca al alumno la posibilidad de validar empíricamente sus ensayos de resolución de problemas.

Como dice Block (Barberá, et al., 2000, p. 136), "Gracias a esta condición de validación empírica puede favorecerse un diálogo relativamente autónomo entre el alumno y la situación: el alumno ejerce acciones sobre la situación y recibe información de regreso sobre el efecto de sus acciones. Este diálogo puede jugar un papel importante en la evolución de las estrategias del alumno. Los errores, al hacérseles visibles, al señalarle los límites de sus estrategias y propiciar su modificación o sustitución, cobran un valor constructivo".

Para Torregrosa y Quezada (2007, p. 276), en las diferentes teorías cognitivas existe una terminología parecida para la visualización, capacidad espacial, razonamiento geométrico, pensamiento espacial o visión espacial. Pero, considerando las teorías de Duval, genéricamente se llaman capacidades geométricas a los procesos cognitivos que evidencia el alumno al resolver un problema de geometría.

Según Arcabi (cit. Torregrosa & Quezada, p. 277), "la visualización no está solamente relacionada con la ilustración, sino también es reconocida como una componente clave del razonamiento, a la resolución de problemas y a la prueba."

Por otra parte, Herskowitz et al. (cit Torregrosa & Quezada, p. 277) expresa que "la visualización es la transferencia de objetos, conceptos , fenómenos, procesos y sus representaciones a algún tipo de representación visual y viceversa. En este sentido, se denomina visualización en el estudio de la geometría al proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental o viceversa".

El software de geometría dinámica ofrece todas estas ventajas y por esta razón es objeto de estudios a nivel de las organizaciones nacionales e internacionales de

matemáticas, tales como: IberoCabri, NCTM y el Instituto de Informática y Matemáticas Aplicadas de Grenoble (IMAG), entre otras, para involucrarlas cada vez más en el proceso de aprendizaje en los estudiantes de los diferentes niveles educativos.

Al respecto Gutiérrez (1991, pp. 44-47), argumenta que la percepción visual es un elemento importante en infinidad de actividades de la vida, no sólo en las relacionadas con el aprendizaje escolar o con la geometría y tiene como elemento básico central las imágenes mentales que las personas podemos hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos, etc. Aunque no todos los procesos y habilidades de los estudiantes tienen que ver con la geometría, aquellas que tienen una mayor relación directa con la geometría al realizar o resolver problemas en los que intervienen objetos geométricos, y la capacidad que tienen los estudiantes para usarlos puede ser mejorada mediante una instrucción específica centrada en la resolución de actividades geométricas.

2.7. El programa Cabri Géomètre II

Yabar (2000, p. 136), presenta a Cabri como un programa computacional (software) desarrollado por Ives Baulac, Franck Bellemain y Jean-Marie Laborde del laboratorio de estructuras discretas y de didáctica LSD2 del Instituto de Informática y Matemáticas Aplicadas de Grenoble (IMAG), Francia de la Universidad Joseph Fourier de Grenoble con el apoyo del Centro Nacional de la Investigación Científica (CNRS) de Francia.

Es un programa netamente didáctico geométrico, es decir un programa que ayuda a estudiar las propiedades geométricas de las figuras y sus múltiples componentes para luego entender mejor la rigurosidad matemática de las demostraciones. En ningún caso el programa tiende a desplazar la labor del profesor en la clase o del libro de texto, simplemente es otra ayuda al servicio del estudiante para afianzar sus conocimientos.

Duval (cit. Sánchez, 2003, p. 29) por su parte expresa que “las figuras cumplen una función heurística en la resolución de problemas de geometría, pero el ejercicio de

esa función no se produce espontáneamente; requiere un entrenamiento consciente que permita al sujeto lograr una coordinación de diferentes maneras de aprehender las figuras.”

Según Yabar (2000, p. 136), “el Cabri-Geomètre es un ejemplo de programa informático que permite hacer representaciones visuales de tipo dinámico. El nombre de este programa ya indica, de forma muy clara, lo que pretende ofrecer: «Cabri» es una contracción de CAhier de BRouillon Informatique -cuaderno de borrador- y un cuaderno de borrador permite probar, tantear, corregir, repetir–Géomètre-... figuras geométricas”.

El Cabri-Géomètre -CG- es un programa que permite a los estudiantes construir figuras mediante las posibilidades que nos ofrecen los menús del programa y utilizando un lenguaje muy próximo al universo del papel y el lápiz. Estas figuras: puntos, segmentos, líneas, triángulos, circunferencias, rectas paralelas, perpendiculares, etc., podemos transformarlas, desplazarlas, modificarlas dinámicamente conservando las propiedades que tienen asociadas, y a partir de nuestras observaciones podremos descubrir propiedades.

Continuando con la misma línea de pensamiento, Murillo (2000, p. 62), dice que “las figuras geométricas construidas en Cabri tienen la característica notable de conservar las propiedades geométricas explícitamente utilizadas en la construcción así como las que se deducen, durante los desplazamientos y deformaciones sucesivas”.

En otro sentido, Balacheff y Sutherland (cit. Murillo, 2000, p. 63) nos muestran que “el que Cabri sea un Micromundo significa que los objetos y relaciones de la geometría se ofrecen, por medio del entorno, a la acción, la exploración y la experimentación del usuario, lo cual crea un sentimiento de estar en contacto directo con los objetos geométricos y le permite adquirir un compromiso directo con el problema geométrico a resolver”.

Además, al ser un programa de geometría dinámica favorece el desarrollo de los conceptos matemáticos permitiendo visualizar, experimentar, consultar propiedades, simular, descubrir regularidades, etc.

Para Larios (2005, p. 78) "la idea de micromundo se generó en el ambiente de la inteligencia artificial (IA) y Seymourt Papert fue uno de los primeros que lo planteó como "un ambiente de aprendizaje interactivo sobre la base de computadoras, donde los prerrequisitos están incorporados al sistema y donde los estudiantes pueden convertirse en arquitectos activos, constructores de su propio aprendizaje".

Con Cabri II algunos temas de geometría, como por ejemplo, las transformaciones en el plano, los lugares geométricos, la resolución gráfica de problemas,... pueden ser tratados sin exigir grandes conocimientos matemáticos, favoreciendo una metodología en la que el alumnado participe de forma activa en su aprendizaje, haciendo hincapié en la importancia de que realicen sus propios descubrimientos.

Para Murillo (2000), el entorno interactivo Cabri de tratamiento de las figuras geométricas, es un sistema en cuyo desarrollo y funcionamiento intervienen diversas ciencias tales como: informática, matemáticas, didáctica de las matemáticas y de la física, ergonomía, psicología, etc. En este entorno, los objetos se manipulan con la ayuda de acciones física más que con una sintaxis complicada. En cualquier circunstancia la computadora responde a la solicitud del usuario, siendo el resultado inmediatamente visible e incremental (la tarea a realizar está modularizada o seccionada). La manipulación directa favorece la imaginaria mental, entre otras causas por la posibilidad de visualizar posiciones más generales como casos particulares, permitiéndole elaborar conjeturas., el alumno explora, observa, hace ensayos, anticipa, imagina el problema resuelto, disminuye o aumenta las restricciones, reconoce alguna situación y prácticamente se le invita a encontrar una demostración. Además, las acciones en Cabrí son reversibles (se puede anular la última instrucción, con lo que aumenta la confianza del usuario). La manipulación directa confiere un nuevo estatus a la figura, al aprendiz y

al profesor. La figura pierde su carácter esteriotipado (fijo) y se convierte en un objeto dinámico.

Continuando con esta misma línea de pensamiento, Moreno y Santos (2001, p. 2) expresan que “el uso de la tecnología puede jugar un rol importante pues ayuda a los estudiantes a representar, identificar y explorar comportamientos de relaciones matemáticas diferentes. Una meta importante durante el proceso el proceso de aprendizaje en matemáticas es que el estudiante desarrolle aprecio y disposición hacia una indagación matemática genuina”.

A juicio de Herskowith (cit. Murillo, 2000, p. 68), “el diseño de un entorno rico, que facilite las interacciones entre los alumnos que desarrollan trabajo colaborativo, facilitará una potenciación y aumento de la educación geométrica”.

Utilizando como herramienta instruccional el andamiaje (dar apoyo) en las tareas a realizar por nuestros alumnos, en las que el apoyo viene dado por el tutor o por sus iguales y con el soporte de las nuevas tecnologías, es posible que se trabaje en forma colaborativa y conseguir aprendizajes significativos.

El software Cabri Géomètre II tiene la particularidad que se puede utilizar una versión limitada gratuita como herramienta auxiliar de muchas asignaturas del Plan de Estudios de la carrera de Matemática tales como: Algebra I, Programación I, Programación II, Cálculo I, Geometría I, Geometría II, Física I entre otras. Es de fácil aprendizaje ya que tiene una autoayuda a medida que se van construyendo los diferentes objetos geométricos permitiéndole al estudiantes reforzar los conceptos básicos de geometría plana y aprender nuevos conceptos que le permitan trabajar en el futuro con programas más completos y sofisticados, tanto de geometría como de otras ramas de la ciencia, tales como: Cabri 3D, Geogebra y SketchUp.

Existe además una versión portable para utilizarla en memorias USB que no necesita instalarse para poder trabajar con ella. Además, todos los esquemas construidos

pueden fácilmente utilizarse en cualquier programa de Microsoft Office, ya sea para utilizarlo en un documento, en una presentación o en cualquier publicación que se desee sin necesidad de poseer grandes conocimientos informáticos. Según el sitio Cabrilog (www.cabri.com), página oficial de Cabri, el uso de esta herramienta aumenta en un 30% el rendimiento de los estudiantes de secundaria en la signatura de matemáticas.

Este hecho es de gran importancia ya que la experiencia que se ha realizado durante este investigación con estudiantes de matemáticas de nivel superior que serán futuros docentes en los centros educativos en el tercer ciclo de educación básica y el nivel medio de nuestro sistema educativo, les brindará las competencias necesarias para incorporar las nuevas herramientas tecnológicas, especialmente en el campo de la geometría dinámica, y de esta manera promover un aprendizaje colaborativo y ameno que le permita alcanzar un aprendizaje significativo en aquellos centros donde existe la disponibilidad de los recursos necesarios para ello.

Si se quiere encontrar el verdadero potencial de la geometría dinámica primeramente se debe recordar que para el aprendizaje de la geometría es necesario desarrollar las habilidades visuales y de argumentación; pero para logar un aprendizaje significativo, es necesario construir una interacción entre estos dos componentes de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido, y a su vez las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia.

Los aspectos de percepción visual y justificación, en geomtría, mantienen relaciones de complementariedad y oposición a la vez, lo cual conduce a que en acasionalmente una pueda ser obstáculo de la otra o, por el contrario, pueda ser un apoyo indiscutible; por lo cual a través de la historia se buscó insistentemente tratarlas de forma separada.

Sin embargo se deben de comprender las relaciones y mutuas influencias entre los procesos de visualización y los procesos de organización discursiva de los hechos

geométricos para estrechar sus lazos, de manera que puedan superarse los obstáculos que puedan representar tales relaciones y se logre un aprendizaje significativo. El trabajo complementario entre los procesos de visualización y la elaboración de discursos puede favorecer el pensamiento deductivo, pues se evidencias las relaciones de equivalencia o de inferencia entre distintos enunciados y así la deducción adquiere sentido para los alumnos como posibilidad de explicación, de comprensión y de argumentación (Castinblanco, A. C. p. 25).

2.8. Resumen

A manera de resumen se presenta una serie de conceptos que son esenciales en la presente investigación a fin de que queden clarificados, aunque ya hayan sido presentados en el Marco Teórico se muestran aquí de manera más detallada:

Problema:

"Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata" (Polya, 1967).

Resolución de Problemas:

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Cordero, 1999) propuso para la década de los ochenta del siglo pasado, la resolución de problemas como eslogan educativo de la matemática escolar: En la enseñanza de las matemáticas escolares se debe poner el enfoque en la resolución de problemas.

Es así como la Secretaría de Educación (2002, p. 330), a través del DCNB manifiesta que "la resolución de problemas les permitirá a los alumnos aprender el arte

de argumentar racionalmente, generar estrategias para la solución de problemas y aprender el sentido de la vinculación de ciertos contenidos matemáticos con el mundo cotidiano".

Al respecto Guzmán (2001) afirma que una de las tendencias actuales más difundidas consiste en el énfasis puesto en la transmisión de procesos de pensamiento propios de la matemática (saber hacer), más que en la mera transferencia de contenidos. Dice también que en la transformación vertiginosa de la civilización actual, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes.

Visualización:

Esta investigación se enfoca concretamente en presentar la computadora como instrumento útil para la visualización matemática que permita resolver problemas matemáticos no rutinarios, especialmente los de tipo geométrico. La visualización matemática (Yabar, 2000, p. 135) "es el proceso de formación de imágenes, que pueden ser mentales (sin soporte material) o materiales (con papel y lápiz o con soporte tecnológico), y la utilización de dichas imágenes para la comprensión y el descubrimiento matemáticos".

Por otra parte, Herskowitz et al. (cit Torregrosa & Quezada, p. 277) expresa que "la visualización es la transferencia de objetos, conceptos , fenómenos, procesos y sus representaciones a algún tipo de representación visual y viceversa. En este sentido, se denomina visualización en el estudio de la geometría al proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental o viceversa".

Validación:

Guy Brousseau (Yabar, 2000, p. 135), en su teoría de las situaciones didácticas, concibe "el proceso de validación como parte fundamental del proceso amplio de construcción de un conocimiento matemático". Para él la visualización puede convertirse en una forma de validación de un descubrimiento matemático.

Según Junquiera (cit. Castro 1998, p. 59), “las investigaciones revelan que en Matemática el trabajo de los estudiantes en un ambiente computacional es cualitativamente superior al tradicional. Observándose que los estudiantes van más allá de los computadores programáticos, formulan conjeturas, acuñan definiciones, hacen demostraciones, proponen y resuelven problemas. El ambiente computacional es particularmente propicio para la exploración de un tópico matemático, la cual les lleva a proponer conjeturas y a re descubrir relaciones matemáticas”. Es aquí donde aparece el verdadero potencial del software matemático, ya que cuando el estudiante se plantea una conjetura puede validarla inmediatamente, desecharla o reformularla según sus observaciones y manipulaciones, ya que sus construcciones son dinámicas y pueden ser arrastradas o transformadas para poder visualizar mejor sus propiedades.

Creatividad

Según Castro (1998, p. 58), “en Matemática, el proceso creativo se manifiesta en torno al quehacer fundamental de esta ciencia: la resolución de problemas y el planteamiento de nuevos desafíos. Este último aspecto ha estado siempre presente en la matemática, pero su incorporación en la enseñanza de la misma se acentúa en la presente década, aunque ya, en 1944, Polya la incluía dentro de su heurística para la resolución de problemas”.

Eurísticas:

Las heurísticas son las operaciones mentales típicamente útiles en la resolución de problemas, son como reglas o modos de comportamiento que favorecen el éxito en el proceso de resolución, sugerencias generales que ayudan al individuo o grupo a comprender mejor el problema y a hacer progresos hacia su solución.

De Guzmán manifiesta que en la dirección de obtener habilidades de pensamiento eficaces se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la

resolución autónoma de verdaderos problemas, más que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia. El profesor de matemáticas actualmente debe esforzarse por enseñar a sus alumnos más que contenidos formas de enfrentarse a los verdaderos problemas.

Tecnología en Educación Matemática:

El impacto de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas no debe separarse de la globalización como proceso responsable del establecimiento de la "aldea global", tal como establece la UNESCO en su libro "La Educación Encierra un Tesoro", donde el "Saber Hacer" y el "Aprender a Conocer" son dos de los cuatro pilares fundamentales que debe sostener la educación del nuevo ciudadano del mundo globalizado. (Delors, 1999, p.17). Es decir, la Matemática no está desligada de todo el proceso de transformación de la educación a nivel mundial cuando se han establecido metas y objetivos comunes para el año 2015 a todos los países en vías de desarrollo pertenecientes a la organización de las Naciones Unidas.

Geometría Dinámica:

Es un editor gráfico que da la posibilidad de dibujar diagramas geométricos en la pantalla de la computadora que le permitiéndole al asuario manipularlos libremente. El diagrama se redibuja de manera continua conservando intactas las relaciones geométricas que hayan sido declaradas en su construcción, así como todas las propiedades geométricas emplicitas en ella.

Para encontrar el verdadero potencial de la geometría dinámica primeramente se debe recordar que para el aprendizaje de la geometría es necesario desarrollar las habilidades visuales y de argumentación; pero para logar un aprendizaje significativo, es necesario construir una interacción entre estos dos componentes de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su

sentido, y a su vez las habilidades visuales sean guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia.

Cabri Géomètre:

Es el Programa para geometría interactiva más utilizado en el mundo. Incluye geometría analítica, transformacional y Euclidiana. Sus funciones abarcan la construcción de puntos, líneas, triángulos, polígonos, círculos y otros objetos geométricos básicos. Permite traslación, dilación y rotación de objetos geométricos alrededor de centros geométricos o puntos específicos; además de reflexión, simetría e inversión. Posibilita el manejo de coordenadas cartesianas y polares. Muy adecuado para la exploración de conceptos avanzados en geometría proyectiva e hiperbólica.

Aprendizaje significativo:

Según Ausubel, en el marco de la psicología constructivista, es el tipo de aprendizaje en que el estudiante relaciona la información la información nueva con la que ya posee, reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso. Dicho de otro modo, la estructura de los conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y estos a su vez, modifican y reestructuran aquellos. Cordero, J. (1999).

Pensamiento Geométrico:

Uno de los principales propósitos de cualquier curso de geometría es el de mejorar la capacidad de razonamiento lógico de los estudiantes. Hay dos tipos básicos de razonamiento: inductivo y deductivo.

Razonamiento inductivo. Los estudiantes utilizan el razonamiento inductivo para identificar patrones visuales y numéricos y hacer predicciones basadas en estos patrones. Luego se les presenta el uso del razonamiento deductivo para explicar por qué estos patrones son ciertos. Los estudiantes exploran las relaciones entre las medidas de los

ángulos formados por rectas transversales y paralelas, formulan conjeturas sobre estas relaciones y aprenden a utilizar argumentos lógicos para explicar por qué estas conjeturas son ciertas. El razonamiento inductivo sólo lleva a predicciones, o conjeturas. Una conjetura se convierte en hecho matemático, o teorema, sólo si alguien demuestra que es la conclusión de un razonamiento deductivo.

Razonamiento deductivo. El razonamiento deductivo, también llamado demostración o prueba, es el razonar a partir de hechos demostrados, utilizando pasos lógicamente válidos para llegar a una conclusión. Una demostración puede servir varios propósitos. Los matemáticos a menudo utilizan la demostración para verificar que una conjetura es verdadera para todos los casos, no sólo para aquellos examinados, o para convencer a otros. Las demostraciones a menudo ayudan a responder a la pregunta: ¿Por qué?, lo cual ayuda a los demostración para explicar el por qué, es una extensión natural para los estudiantes a profundizar su comprensión.

CAPITULO III

3. MARCO METODOLOGICO

3.1. Métodos y Procedimientos

En este capítulo se da a conocer el enfoque y tipo de investigación realizada, el diseño de la investigación, la población objeto de estudio, la forma en que se establecieron los grupos de trabajo, los instrumentos aplicados para la recolección y análisis de la información, así como la metodología utilizada en cada una de las etapas de la investigación.

3.2. Tipo de Investigación

La presente Investigación tiene un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo con diseño no experimental longitudinal panel, enmarcada en la matemática educativa. Se utilizó el tipo descriptivo porque permite especificar las propiedades, características y los perfiles de los alumnos y del grupo, así como describir los procedimientos, habilidades de pensamiento geométrico, destrezas en el uso de algoritmos y heurísticas aplicadas en la resolución de problemas; además, porque este tipo de estudios ofrece la posibilidad de hacer predicciones aunque sean incipientes, de acuerdo a la información obtenida.

El diseño longitudinal panel fue utilizado porque los participantes en este estudio poseían características muy similares y al mismo tiempo formaban un grupo compacto que podía ser estudiado a lo largo de un período de tiempo, ya que estaba formado por estudiantes que cursaban la asignatura de Programación II durante el III Período Académico del año 2011 en el Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica de San Pedro Sula. Este tipo de diseño permite tomar una muestra y observarla o hacer mediciones en diferentes tiempos sin que cambien los elementos que la conforman. Se les aplicó una Guía Diagnóstica al inicio del estudio y después de una capacitación sobre un el uso del software Cabri Géomètre II se les volvió a aplicar otras pruebas; una de ellas sobre las valoraciones que los alumnos hacen sobre las potencialidades de la Geometría Dinámica y su utilización como herramienta didáctica para adquirir aprendizajes significativos y otra Guía de Laboratorio para determinar las

estrategias empleadas por los estudiantes al resolver problemas geométricos utilizando software.

3.3. Población

La población objeto de estudio está formada por todos los estudiantes de la Carrera Matemática del Plan 2008 del Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica Francisco Morazán de San Pedro Sula. El tipo de estudiante que ingresa a la carrera de matemáticas provienen de carreras como: Bachillerato en Ciencias y Letras, Bachillerato Técnico en Computación y Maestros de Educación Primaria entre otros.

3.4. Muestra

La muestra para este estudio está formada por los 15 estudiantes que estaban cursando la asignatura de Programación II del Plan 2008 de la carrera Matemática durante el III Período Académico del año 2011 en el Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica Francisco Morazán de San Pedro Sula.

3.5. Participantes en el estudio

Durante esta investigación los estudiantes utilizaron la computadora como recurso de aprendizaje para resolver problemas geométricos utilizando el software Cabri Géomètre II, diagramando esquemas que facilitaran su visualización y manipulación de los elementos para comprender mejor sus propiedades.

Para la selección del grupo de muestra se utilizó el muestreo intencional, ya que se necesitaba que los estudiantes que participarían tuvieran los conocimientos mínimos sobre el manejo de la computadora (haber cursado Programación I) y que además, hubieran cursado la asignatura de Geometría I la cual es requisito para Teoría de números y esta a su vez es requisito para Programación II.

Los alumnos seleccionados para realizar el trabajo, de acuerdo a los requisitos establecidos fueron los estudiantes de la asignatura de Programación II ya que se

encontraban cursando las asignaturas correspondientes al 6º Periodo del Plan 2008. A los participantes se les atendió en horario normal de clases de 5 horas semanales durante 7 semanas, debido a que la temática de uso de tecnología en la solución de problemas está comprendida en el plan de estudios de esta asignatura.

3.6. Instrumentos Utilizados

En un primer momento se les aplicó una Guía Diagnóstica (A-1. Instrumento GD) de los Apéndices de los Anexos a 15 estudiantes, la cual consistía en dos problemas geométricos no rutinarios, los cuales deberían analizar, escribir una estrategia de solución y encontrar la solución, utilizando únicamente papel y lápiz. Además, podían utilizar calculadora para encontrar ciertos valores pero no era necesario.

Para la elaboración del instrumento de diagnóstico se seleccionó la siguiente variable con sus respectivos indicadores:

TABLA 1

Operacionalización de variables para la Guía Diagnóstica

Variable	Indicadores	Subindicadores
Resolución de problemas	1. Estrategia de solución	1. Elaboración de una estrategia de solución.
	2. Fundamentos teóricos	2. Reconocimiento de los datos que intervienen en el problema.
		3. Aplicación de fundamentos teóricos
	3. Planteamiento del problema	4. Elaboración de esquemas para facilitar la demostración.
		5. Planteamiento de una ecuación.
	4. Resolución del problema	6. Resolución de algoritmos.
		7. Verificación de los resultados.

En un segundo momento, se les dio una serie de clases demostrativas sobre el uso del software Cabri Géomètre II a fin de que adquirieran las herramientas necesarias para poder hacer uso del programa y emplearlo en la demostración de teoremas de geometría y en la resolución de problemas. Entre los contenidos de estas clases demostrativas están: manejo de la barra de herramientas de Cabri Géomètre II, manipulación de objetos geométricos, construcción de diagramas, construcción de macros, lugar geométrico, tipos de rectas, áreas, perímetros, razones y patrones entre otros.

En esta etapa se les brindó asesoría técnica y reforzamiento teórico en aquellos aspectos en que presentaban mayor dificultad, ya que los estudiantes mostraban diferencias, tanto en sus habilidades del manejo de las computadoras como en el dominio de conceptos geométricos elementales. El manejo de esta temática fue fundamental ya que permitió que todos los estudiantes adquirieran las destrezas de manejo del software y el reforzamiento de conceptos geométricos a fin de facilitar la construcción de esquemas dinámicos que les permitieran conjeturar y resolver una situación problemática dada.

TABLA 2
Operacionalización de las variables para el uso de software.

VARIABLE	INDICADORES	SUB INDICADORES
Habilidades de pensamiento geométrico	1. Visualización	• Patrones • Interrelaciones • Interdependencia • Manipulación de elementos geométricos
	2. Razonamiento geométrico	• Razones (gráficas) • Conjeturas
	3. Construcción	• Diagramas • Macros • Relaciones

	4. Resolución de problemas	• Esquemas, estrategias, validación empírica
Uso o aplicación del software Cabri Géomètre II	1. Implementación como herramienta cognitiva	• Interpretación de gráficas • Valores máximos y mínimos • Lugar geométrico • Experimentación y deducción • Conjeturas • Construcciones geométricas.

Para llevar a cabo esta tarea, se diseñó una serie de guías didácticas que orientaban al alumno paso a paso en la construcción de modelos geométricos que conducían a resolver un problema específico, permitiéndole manipular puntos y otros elementos hacer sus propias conjeturas y comprobar los resultados con el fin de que conocieran las potencialidades del software Cabri Géomètre II para resolver problemas de geometría. Asimismo se les presentaba una situación problemática para ser resuelta libremente utilizando el Software Cabri Géomètre II como herramienta auxiliar para elaborar los esquemas y poder comprobar sus conjeturas sin darles los pasos a seguir, únicamente brindándole el soporte necesario para poder encontrar la solución.

Durante el desarrollo de las guías de trabajo y las situaciones problemáticas se les permitía hacer las consultas correspondientes, tanto al docente como a sus compañeros y no había límite de tiempo para realizarlas, ya que existe diferencia entre ellos sobre el manejo de la computadora, por lo cual se utilizó como herramienta instruccional el andamiaje atenuado en cada una de las tareas, en las que el apoyo era proporcionado por el maestro o por sus mismos compañeros.

Finalmente se le aplicó una nueva prueba escrita (Ver Apéndice A-3) para conocer las valoraciones que los estudiantes le dan al software de Cabri Géomètre II como herramienta para adquirir conocimientos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas, así como las sugerencias para la aplicación de esta metodología en cursos

posteriores. En esta prueba se plantearon preguntas abiertas de opinión para conocer el valor que los estudiantes daban a la herramienta computacional Cabri Géomètre II para resolver problemas y reforzar el aprendizaje de conceptos de geometría plana, así como ítems de selección múltiple donde los estudiantes seleccionaban aquellos aspectos de mayor relevancia que fueron reforzados durante la capacitación, dificultades encontradas y sugerencias para capacitaciones posteriores referentes al mismo tema.

Seguidamente se les aplicó un nuevo instrumento (ver Apéndice A-2) el cual contenía dos problemas de geometría plana para ser resueltos utilizando la computadora como herramienta cognitiva para comprobar los alcances de esta metodología, según los objetivos propuestos, ya que las guías didácticas solamente sirvieron como parte de la capacitación sobre el uso de software.

TABLA 3
Operacionalización de las variables para la Guía de Laboratorio
.

Variable	Indicadores	Subindicadores
Resolución de problemas usando software	• Construcción de un esquema con SGD como estrategia de solución	• Elaboración de un esquema dinámico • Elaboración de una estrategia de solución. • Descripción detallada del proceso de construcción del esquema
	• Fundamentos teóricos	• Aplicación de conceptos geométricos en la construcción del esquema dinámico
	• Planteamiento del problema	• Reconocimiento de los conceptos básicos que intervienen en el problema. • Aplicación de fundamentos teóricos
	• Resolución del problema	• Manipulación de los objetos geométricos • Verificación de las propiedades del esquema. • Dar respuesta al problema

Este instrumento consistió en dos problemas geométricos sobre áreas y perímetros, uno de ellos había sido propuesto en la Guía Diagnóstica para resolverlo con papel y lápiz. En estos problemas el alumno debería resolverlos haciendo uso de la computadora, para lo cual debería elaborar un esquema que permitiera mediante la manipulación de sus elementos, encontrar una respuesta satisfactoria al problema planteado. Además debería describir textualmente los pasos que realizó para elaborar el esquema y encontrar la solución al problema planteado.

3.7. Procedimiento de Análisis de Datos

Prueba Diagnóstica:

Para hacer el análisis de los datos, en la prueba diagnóstica se optó con un análisis de tipo cuantitativo del desempeño, ya que el estudiante debería, en primer lugar, describir una estrategia de solución, establecer las relaciones entre las magnitudes presentes que le permitieran encontrar una respuesta al problema planteado y luego, resolver los algoritmos presentes en tal estrategia.

Para tal efecto se diseñó un cuadro con los indicadores a evaluar en cada uno de los problemas y tabulando las pruebas de acuerdo a un número asignado por alumno.

Los indicadores evaluados en cada problema son:

1. Estrategia de solución
2. Fundamentos teóricos
3. Planteamiento del problema
4. Resolución del problema

De este modo, cada uno de los dos problemas fue evaluado tomando estos cuatro aspectos como referencia, y como parámetros los números 0, 1, 2 para asignar un nivel de desempeño cuantitativo del alumno en cada aspecto; considerando el valor cero (0)

como nulo o casi nulo, el valor uno (1) como dominio parcial y el valor dos (2) como el nivel óptimo o suficiente en ese aspecto en la resolución de la situación problemática.

De esta manera se ha utilizado un análisis cualitativo de la solución de cada problema y por medio de una rúbrica convertirlo en valores numéricos que faciliten su análisis cuantitativo.

TABLA 4

Rúbrica para la evaluación del desempeño de cada estudiante.

Ponderación	**INDICADORES**			
	Estrategia de solución	**Fundamentos teóricos**	**Planteamiento correcto**	**Solución correcta**
0	No presenta ninguna estrategia	No demuestra conocimiento del tema	No escribe ninguna fórmula, o la escribe en forma incorrecta	No hace ningún cálculo correcto
1	Presenta parte de la estrategia de solución	Presenta algunos conceptos correctos y otros incorrectos	Escribe correctamente algunas relaciones entre los datos pero no lo suficiente para resolver el problema	Resuelve en forma parcial los algoritmos
2	Tienen una estrategia clara de solución	Utiliza los conceptos geométricos en forma correcta	Escribe las fórmulas necesarias en forma correcta	Resuelve correctamente el problema

Con los totales obtenidos en cada uno de los indicadores de los problemas por separado y en conjunto se hace un análisis comparativo de los aspectos más relevantes para mostrar los aspectos en que los estudiantes presentan mayores dificultades, tanto en forma individual como en su conjunto.

La tabla siguiente muestra los aspectos evaluados en cada uno de los problemas y en el resumen general de la prueba.

TABLA 5

No. Estudiante	Tiene estrategia	Fundamentos teóricos	Planteamiento correcto	Solución correcta	Total	%
1						
2						
3						
.						
.						
14						
15						
TOTAL						

Se hace un análisis pormenorizado de las estrategias utilizadas por los estudiantes, resaltando aquellos aspectos, que por su reiterada presencia en la prueba diagnóstica merecen un estudio más detallado, y se resumen en la **Tabla B1** de los Anexos que permite organizar la información para las Tablas 6 y 7 que aparecen en el análisis de resultados .

Como un ejemplo de esto se tiene el siguiente:

1. En la figura siguiente determine los ángulos α y β suponiendo que el área del triángulo BDC es la cuarta parte del área del triángulo rectángulo BCA.

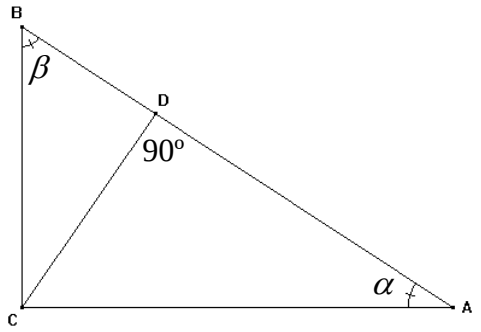


Figura 1. Esquema presentado para problema No. 1 de la Guía Diagnóstica

En la Figura 2 se puede apreciar el trabajo realizado por el estudiante No. 9 al tratar de resolver con papel y lápiz el primer problema de la Guía Diagnóstica.

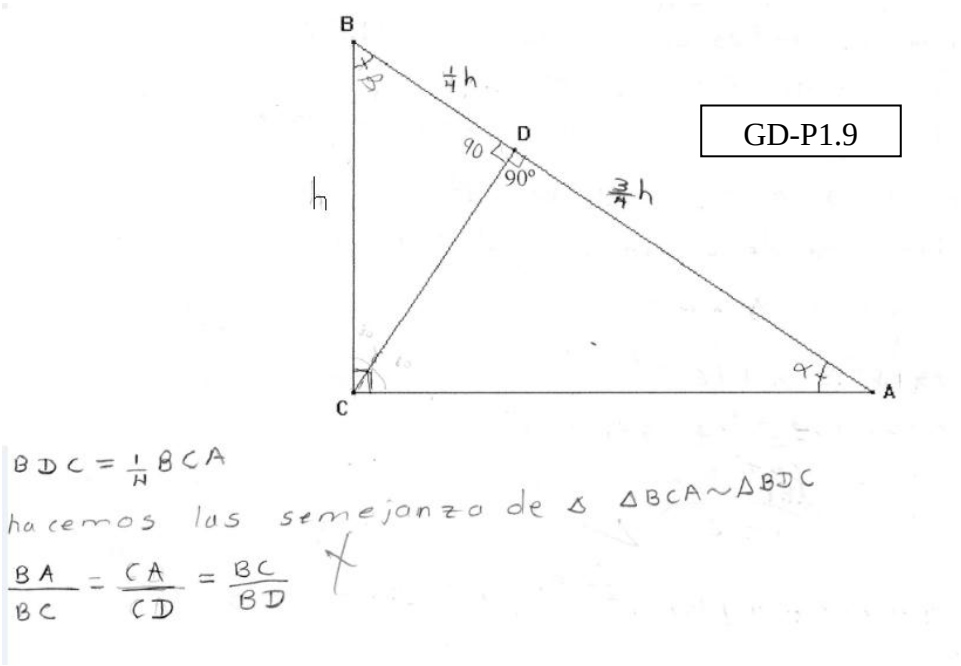


Figura 2. Respuesta del alumno 9 al problema 1 de la Guía Diagnóstica.

En el caso mostrado en la Figura 2, el alumno 9 hace una relación de los lados de los triángulos por semejanza pero no hace ninguna demostración y escribe valores en el

esquema sin realizar ningún cálculo. Además no escribe ninguna estrategia de solución al problema.

En el siguiente caso, el alumno 3, en su primera parte de la solución al problema 1 establece las relaciones correspondientes y encuentra los valores de los ángulos pero al ubicarlos en el esquema lo hace incorrectamente. La solución del problema completo realizada por este alumno aparece en la sección de análisis de resultados.

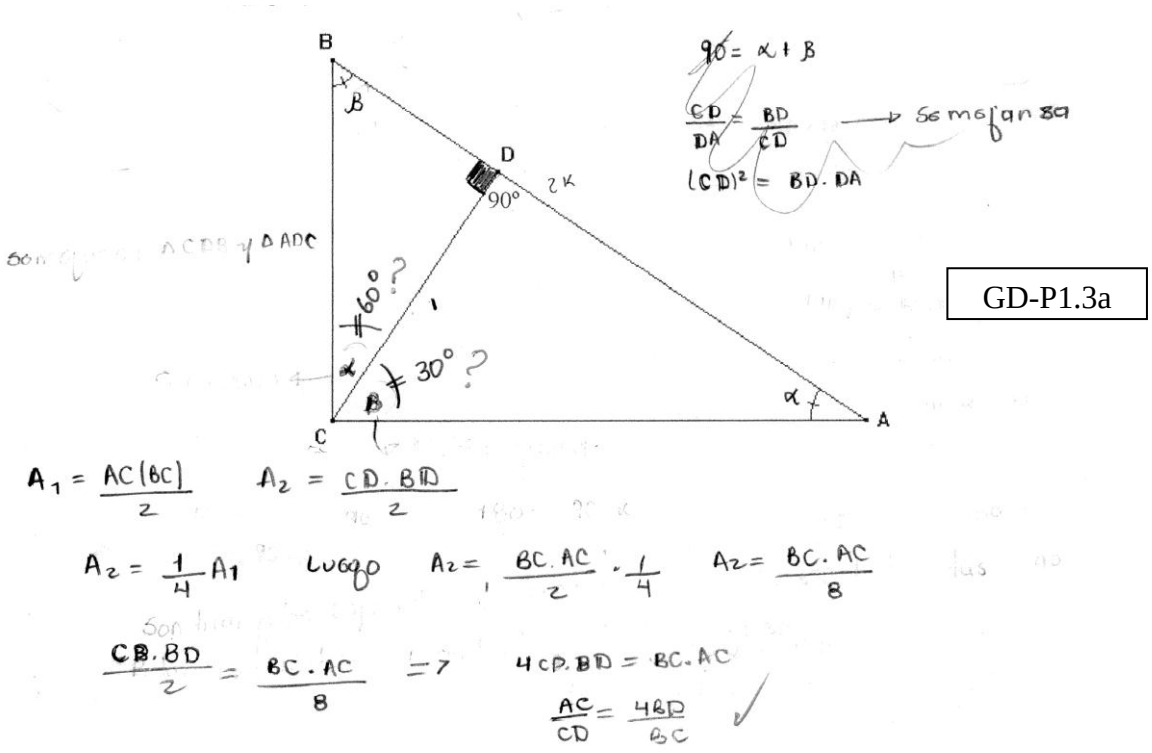


Figura 3. Respuesta presentada por el alumno 3 al problema 1 de la Guía Diagnóstica.

Guías Didácticas:

Una vez realizado el diagnóstico se procedió a utilizar el software para resolver los problemas planteados en las guías de trabajo y situaciones problemáticas, brindándoles el soporte adecuado y las orientaciones necesarias para resolver estos

problemas. Primeramente se les proporcionó guías didácticas estructuradas de tal manera que pudieran realizar los esquemas con cierta facilidad y luego planteándoles situaciones problemáticas en donde tuvieran que hacer uso de la creatividad para poder elaborar los esquemas geométricos necesarios para resolver el problema.

En esta etapa se les plantearon teoremas de geometría correspondientes a los programas de capacitación para olimpiadas matemáticas con la finalidad que los estudiantes pudieran realizar pequeñas demostraciones empíricas utilizando la construcción, visualización y manipulación de elementos geométricos como herramientas de demostración.

Al finalizar la capacitación se aplicaron dos instrumentos:

1.- **Una Guía de Laboratorio (GL)** que consiste en dos problemas codificados como GL-P1 y GL-P2 agregándole el número del alumno evaluado (GL-P1.1 … Gl-P1.15 y GL-P2-1 … GL-P2-15) donde se le pide resolver dos problemas y que escriba el procedimiento o estrategia seguida para su resolución. Luego se hace un análisis de todas las estrategias escritas para cada problema a fin de encontrar patrones de razonamiento y resolución de problemas utilizando el software Cabri II, y se elabora una tabla con estos resultados.

   Con las respuestas obtenidas del análisis de estos documentos (Bitácoras) se hace una comparación con los resultados obtenidos en la Guía Diagnostica (GD) con el fin de dar respuesta a las preguntas de investigación, formuladas sobre las diferencias entre las estrategias de resolución de problemas en cada modalidad.

2.- **Un instrumento de evaluación final (EF)** se hace una valoración de las opiniones proporcionadas por los estudiantes sobre su experiencia en el uso de Cabri Géomètre II donde la primera pregunta es codificada como EF-1 y sus respuestas (EF-1.1 … EF-15) y para cada una de las siguientes preguntas se elabora una tabla de frecuencias según el tipo de respuesta, para luego realizar el análisis cuantitativo.

A continuación se muestran dos ejemplos de las respuestas proporcionadas por los alumnos 4 y 7 a la primera pregunta de la evaluación final:

EF-1.4: “Las clases se vuelven más dinámicas. Hay una mejor visualización ya que se demuestran teoremas, y estos son más visibles porque podemos ver los movimientos de la figura ya que es un software dinámico. También hay un mayor aprendizaje ya que es más fácil comprender los teoremas en este programa porque lo llevamos a la realidad, cosa que en un pizarrón no se lograría.”

EF-1.7: “Se pueden visualizar mejor los problemas, o sea, se pueden entender mejor los teoremas por tanto el aprendizaje es mejor porque el estudiante puede observar claramente las propiedades, puede mover las figuras, se puede entender y hacer mejores demostraciones, interactuar con diferentes figuras y fomenta la creatividad.”

Finalmente se elaboran las Conclusiones, las cuales se agrupan según los objetivos específicos planteados al inicio de esta investigación y así poder dar respuesta a las Preguntas de Investigación.

Las Recomendaciones se elaboraron de acuerdo a las sugerencias brindadas por los estudiantes en el instrumento de Evaluación Final, en el cual se les pedía valorar las potencialidades del software como herramienta didáctica, las dificultades encontradas, los contenidos mejor aprendidos y las sugerencias para mejorar este trabajo.

CAPITULO IV

4. ANALISIS DE RESULTADOS

4.1. GUIA DIAGNOSTICA (GD):

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la Guía Diagnóstica (GD) realizada durante el III Período Académico del año 2011 en el centro universitario Regional de San Pedro Sula, sobre resolución de problemas de geometría plana.

Este instrumento se aplicó a 15 estudiantes de la carrera de matemáticas que estaban cursando la clase de Programación II del Plan 2008 de la Universidad Pedagógica Francisco Morazán en el Centro Universitario Regional de San Pedro Sula, y tuvo como propósito: *comparar el desempeño de los estudiantes de matemáticas del Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán al resolver problemas geométricos, utilizando papel y lápiz y el software Cabri Géomètre II*, que es un objetivo un objetivo específico de esta investigación.

Después de su aplicación y revisión, las pruebas fueron escaneadas en su totalidad para tener un soporte digitalizado de los resultados obtenidos por cada estudiante y facilitar su análisis posterior u uso dentro del informe de investigación. Los resultados obtenidos en esta etapa se utilizarán posteriormente después de hacer el análisis de la Guía de Laboratorio (GL) para hacer una comparación sobre las estrategias utilizadas por los alumnos en estas dos modalidades.

4.1.1. Primer problema propuesto (GD-P1)

En la figura siguiente determine los ángulos α y β suponiendo que el área del triángulo BDC es la cuarta parte del área del triángulo BCA.

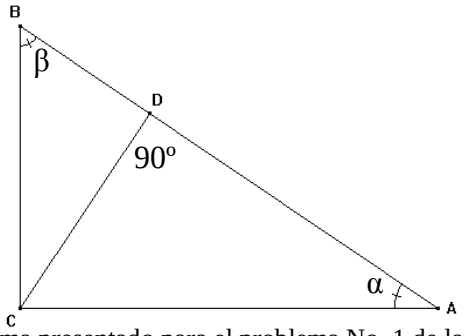


Figura 4. Esquema presentado para el problema No. 1 de la Guía Diagnóstica

Los resultados obtenidos por los estudiantes en el primer problema de la Guía Diagnóstica, de acuerdo a los criterios de evaluación del desempeño previamente explicados; donde el rendimiento se valora en tres categorías (0, 1, 2), en la cual se le asigna 0 al desempeño más bajo en cada indicador, el valor 1 al desempeño intermedio y el valor 2 al desempeño deseado u óptimo, provienen de una lista de cotejo denominada **Tabla B1** (Anexos) hecha a cada una de las pruebas con los Subindicadores siguientes como encabezados:

Código	Relación de áreas	Estrategia escrita	Semejanza de triángulos	Sustitución de igualdades	Función seno	Calculo de ángulos	Planteamiento correcto	Respuesta correcta	Suma de ángulos - relaciones	Invierte la figura	Otro teorema

TABLA 6

Rendimiento individual en el problema GD-P1

PROBLEMA GD-P1						
No. Estudiante	**Tiene estrategia**	**Fundamentos teóricos**	**Planteamiento correcto**	**Solución correcta**	**Total**	**%**
1	0	2	2	2	6	75.00
2	0	2	2	2	6	75.00
3	0	2	2	1	6	62.50
4	0	2	2	2	6	75.00
5	0	0	0	0	0	0.00
6	0	0	0	0	0	0.00
7	0	0	0	0	0	0.00
8	0	1	1	0	2	25.00
9	0	0	0	0	0	0.00
10	0	0	0	0	0	0.00
11	2	0	0	0	2	25.00
12	0	2	2	0	4	50.00
13	0	2	1	0	3	37.50
14	2	0	0	0	2	25.00
15	0	0	0	0	0	0.00
TOTAL	**4**	**13**	**12**	**8**	**37**	**30.83**

El porcentaje individual mostrado está calculado es base a 8 que es el puntaje máximo por alumno, y el general en base a 120 que es el máximo grupal.

En la Tabla 6 se puede apreciar que ningún alumno obtuvo el 100% de rendimiento ya que los cuatro alumnos que resolvieron correctamente o parte del problema GD-P1 no tienen una estrategia planteada por escrito, y de los que la tienen (alumnos 12 y 13) solo uno pudo hacer el planteamiento correcto pero sin llegar a la respuesta y el otro solo realizó parte del planteamiento necesario para su solución.

Se puede observar además que 6 alumnos (40%) no hicieron nada para resolver este problema, o sus procedimientos y fundamentos eras incorrectos, lo que finalmente da un rendimiento general de 30.83 % en este problema.

Con los datos de la Tabla 6 se procedió a clasificarlos en la Tabla 7 según los indicadores propuestos en la Tabla 1. La suma de las tres categorías debe dar 15 en cada indicador, ya que ese fue el número de estudiantes que fue evaluado.

TABLA 7

Valoración por Indicador de los 15 alumnos evaluados

Problema GD-P1			
Indicadores	**0**	**1**	**2**
Estrategia escrita	13	0	2
Fundamentos teóricos	8	1	6
Planteamiento del problema	8	3	4
Resolución del problema	11	1	3

Al estudiar la Tabla 7 se puede inferir que solamente 3 alumnos fueron capaces de plantear y resolver correctamente el problema planteado, aunque 4 de ellos lo hayan

planteado correctamente pero uno no encontró la respuesta correcta; evidenciando falta de habilidad en la resolución de algoritmos de acuerdo a la estrategia establecida, además, un alumno llegó a la respuesta correcta pese a planear mal el problema debido a un doble error que se muestra en la Figura 5.

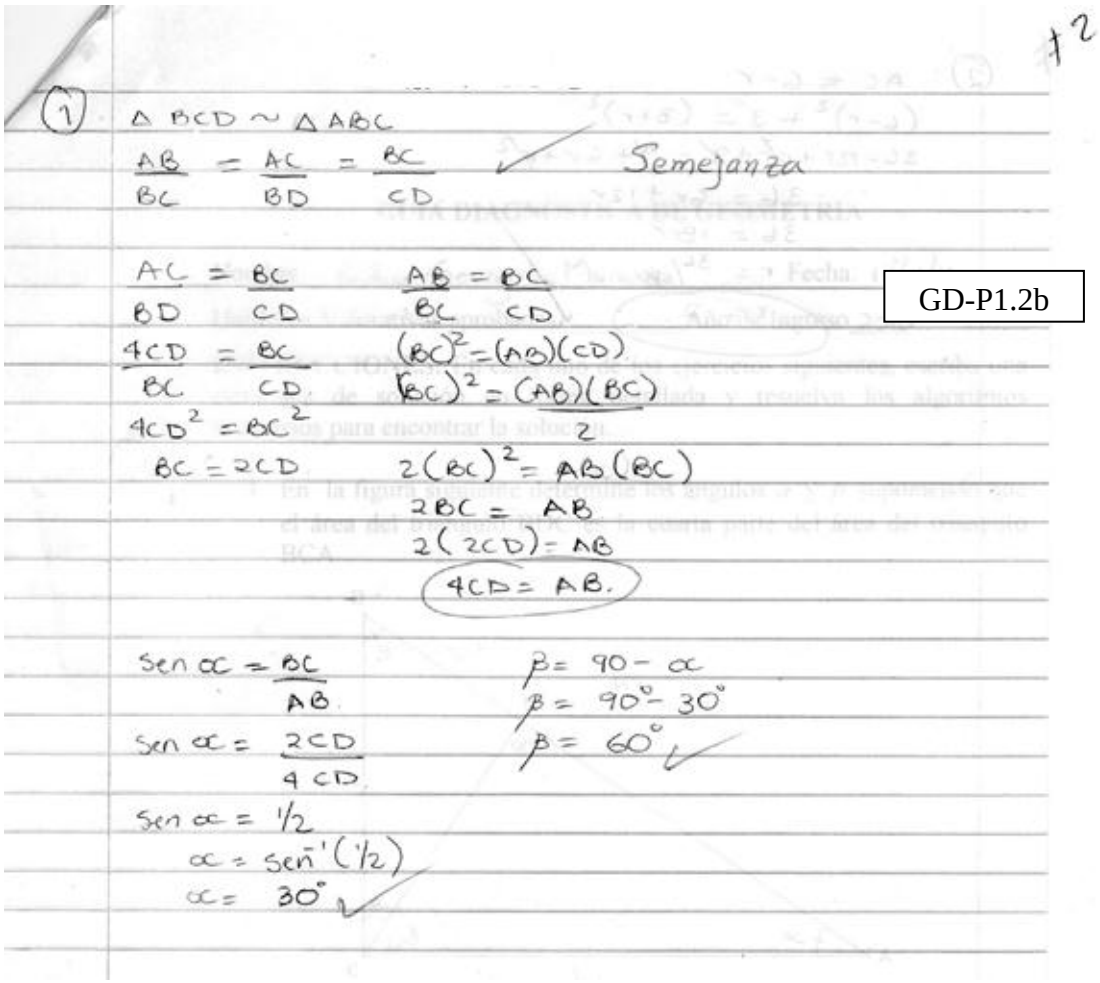


Figura 5. Muestra el desarrollo realizado por un estudiante al problema número 1.

Esto se evidencia aún más si se observa que de los 15 alumnos, 7 de ellos hicieron algún planteamiento ya que son los que tenían algún tipo de Fundamento Teórico, según lo muestra la Tabla 7 donde 8 de los 15 estudiantes carecían de los conocimientos teóricos mínimos para resolver este tipo de problema. Sin esta base fundamental, es predecible que los resultados en el planteamiento y resolución de los

algoritmos sean aún inferiores, ya que son una consecuencia lógica de la comprensión y planteamiento de una estrategia de solución del problema.

En lo concerniente a tener una estrategia escrita esta representa un rendimiento muy bajo, siendo el aspecto con menor puntaje ya que solamente dos estudiantes hicieron por escrito lo que estaban pensando realizar, mientras que 13 de ellos no escribieron nada.

Algunas muestras del trabajo de los estudiantes en este problema se muestran a continuación:

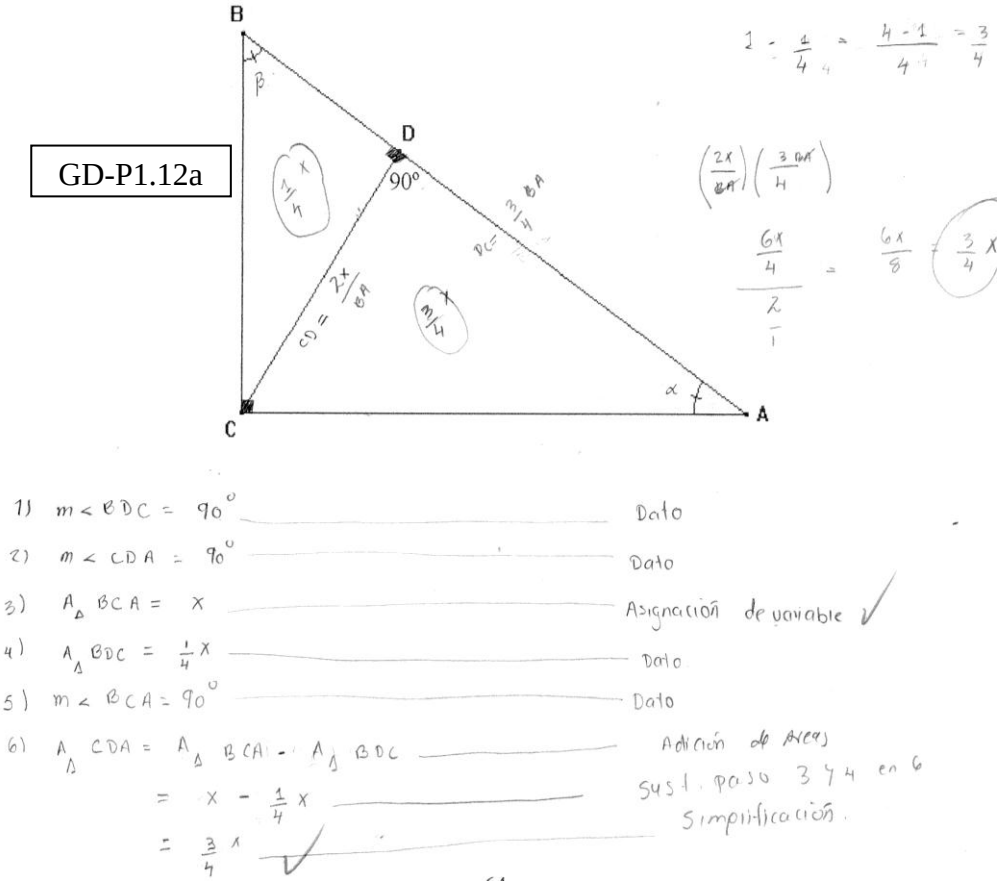


Figura 6. Desarrollo correcto de un alumno al problema 1 de la Guía Diagnóstica, pero que no llega a la respuesta final

os básicos y un planteamiento correcto pero se confunde al no poder utilizar los resultados obtenidos

para relacionar los ángulos y por lo tanto no puede llegar a la respuesta. Esta dificultad aparece en forma repetitiva en esta prueba ya que los alumnos además de hacer planteamientos incorrectos, muchas veces realizan procedimientos muy largos para realizar una demostración que requiere muy pocos pasos.

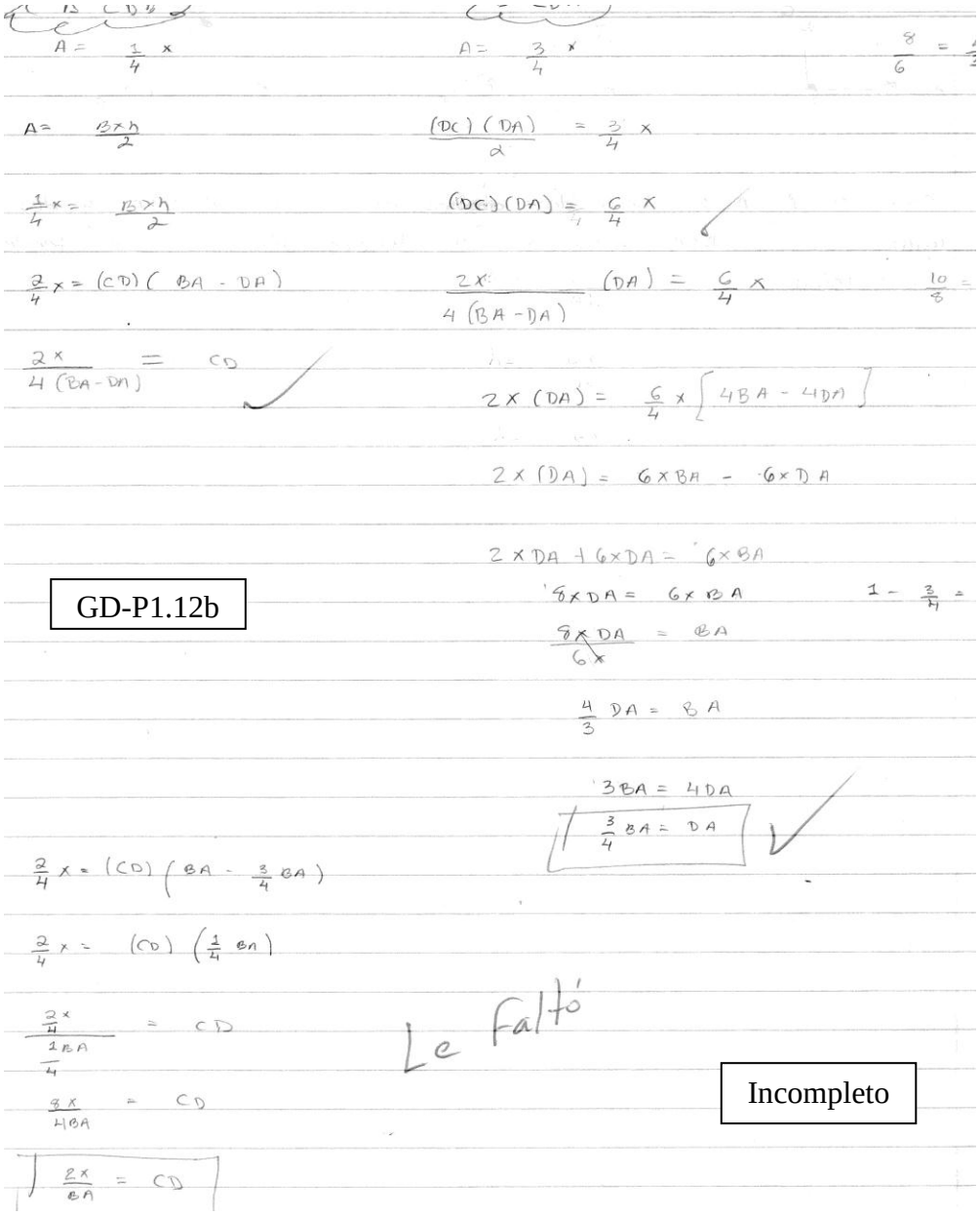


Figura 7. Continuación del desarrollo presentado en la Figura 4 al problema No. 1 de la Guía Diagnóstica.

gurosa y correcta de la relación entre las áreas de los triángulos internos y luego realiza un procedimiento

aún más largo para demostrar esa misma relación entre los segmentos BD y DA como se muestra en la siguiente imagen. Este procedimiento le lleva a decir que los tres triángulos tienen la misma medida en sus ángulos pero no determina estos valores que son los que solicita el problema.

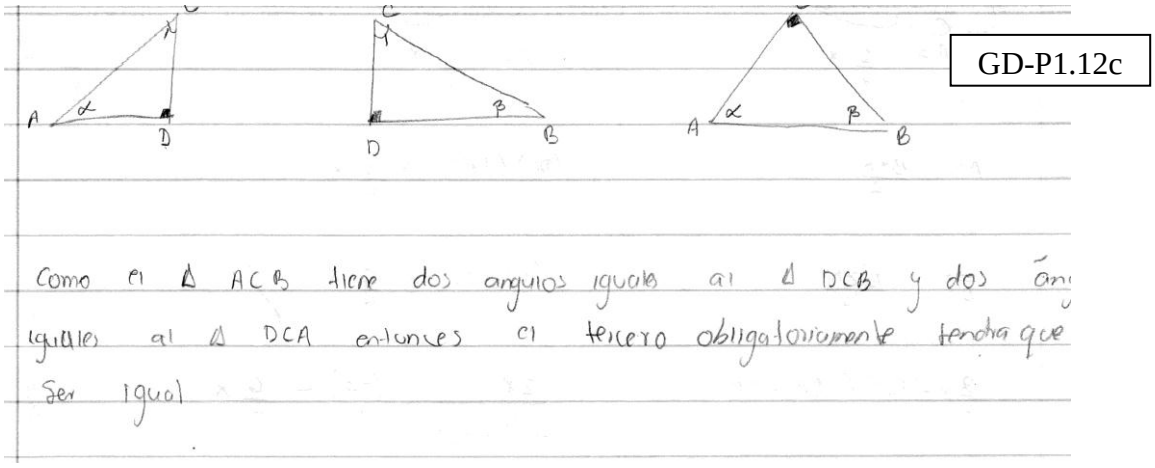
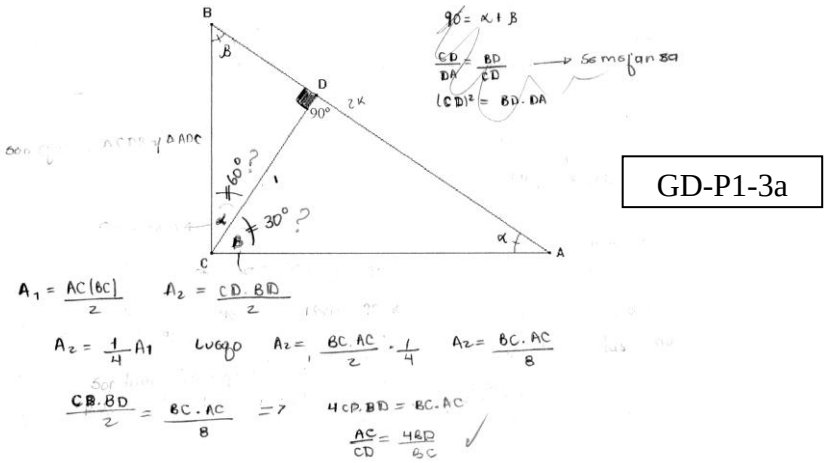


Figura 8. Resolución por semejanza de triángulos al problema 1 de la Guía Diagnóstica, pero no proporciona la respuesta solicitada.

Otro estudiante realizó los cálculos correspondientes para encontrar el valor de los ángulos, sin embargo se aprecia en el esquema que el valor del ángulo α le da 60° y el ángulo β de la 30° lo que es una contradicción ya que de acuerdo al esquema presentado el ángulo β tiene mayor abertura que el ángulo α y por lo tanto mayor medida. Este error es común entre los estudiantes ya que a veces escriben dentro de los esquemas valores que no son proporcionados ni han sido calculados, y por lo tanto, sus demostraciones pueden llevarlos a contradicciones como la que se muestra en Figura 9. Pese a que hay un problema en la colocación de los valores en el esquema sus cálculos son correctos.



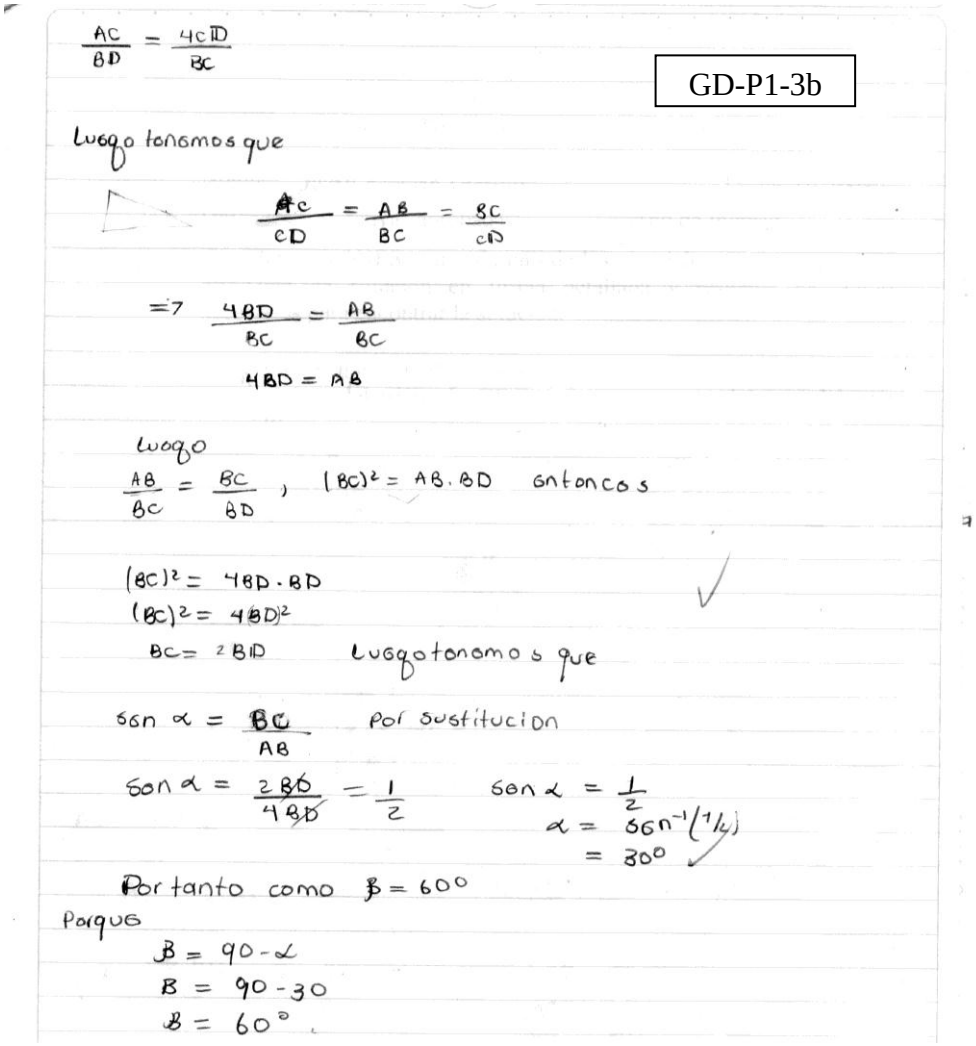


Figura 9. Respuesta correcta pero asignación de valores incorrecta

En el siguiente ejemplo (Figura 10), el alumno No. 1 no tiene planteada su estrategia por escrito pero realiza sus cálculos en forma detallada y correcta, haciendo primeramente una relación de áreas según los datos proporcionados, luego aplica conceptos de semejanza de triángulos y sustituciones de ecuaciones hasta llegar a una ecuación más que es BC=2BD que le permite utilizar funciones trigonométricas para encontrar el valor del ángulo α, y luego por la suma de ángulos internos de un triángulo encontrar el valor de β, tal como lo muestran las Figuras 10 y 11.

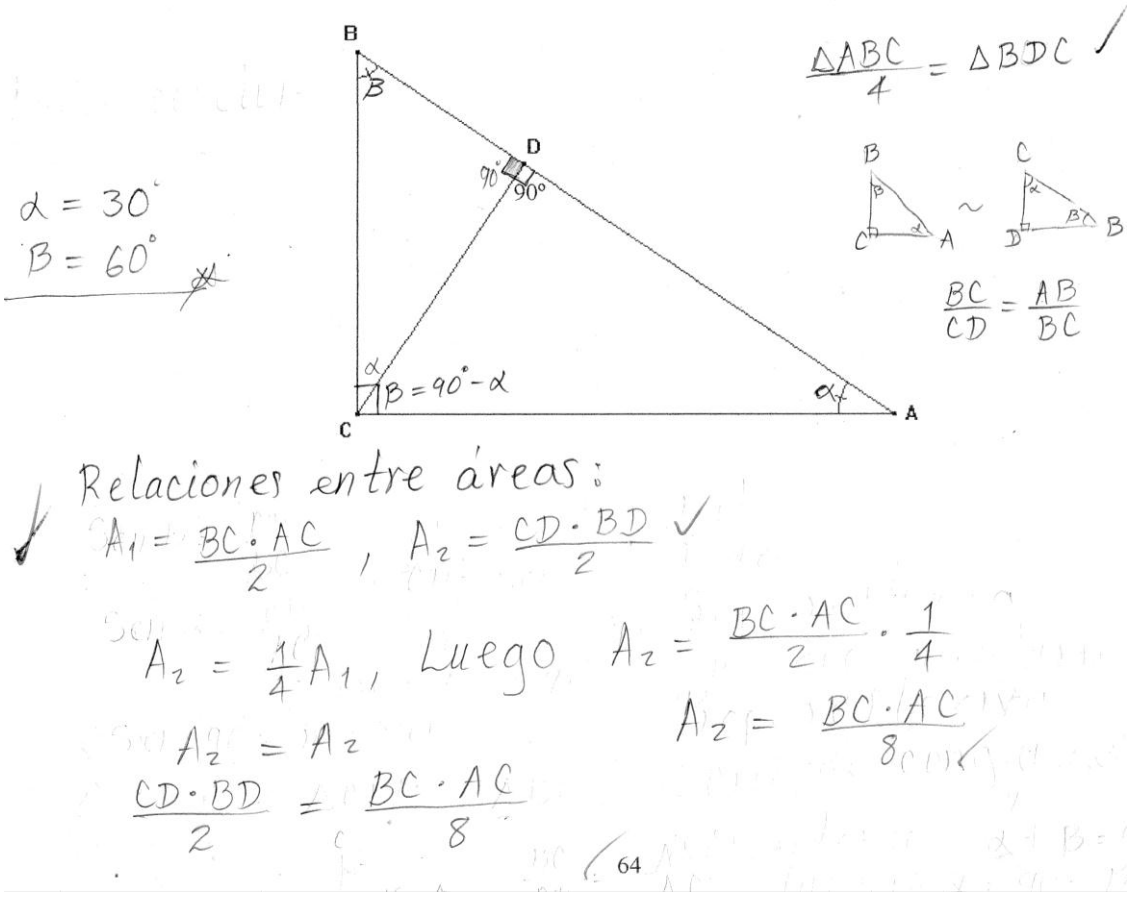
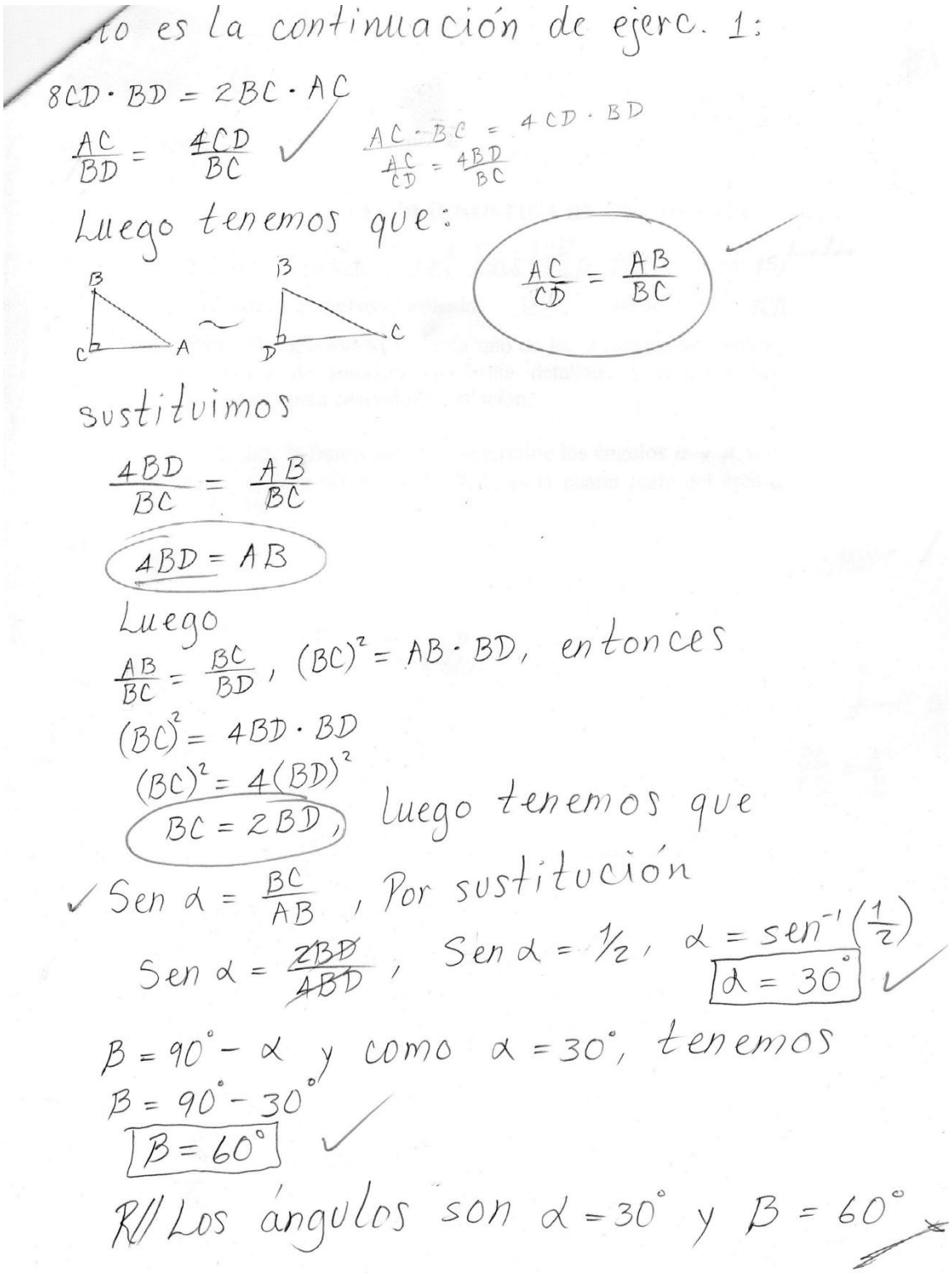


Figura 10. Primera parte de la solución donde el alumno utiliza relaciones entre áreas



to es la continuación de ejerc. 1:

$8CD \cdot BD = 2BC \cdot AC$

$\frac{AC}{BD} = \frac{4CD}{BC}$

$AC \cdot BC = 4CD \cdot BD$

$\frac{AC}{CD} = \frac{4BD}{BC}$

Luego tenemos que:

$\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$

sustituimos

$\frac{4BD}{BC} = \frac{AB}{BC}$

$4BD = AB$

Luego

$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD}$, $(BC)^2 = AB \cdot BD$, entonces

$(BC)^2 = 4BD \cdot BD$

$(BC)^2 = 4(BD)^2$

$BC = 2BD$, luego tenemos que

$\text{Sen}\,\alpha = \frac{BC}{AB}$, Por sustitución

$\text{Sen}\,\alpha = \frac{2BD}{4BD}$, $\text{Sen}\,\alpha = 1/2$, $\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$\boxed{\alpha = 30^\circ}$

$\beta = 90^\circ - \alpha$ y como $\alpha = 30^\circ$, tenemos

$\beta = 90^\circ - 30^\circ$

$\boxed{\beta = 60^\circ}$

R// Los ángulos son $\alpha = 30^\circ$ y $\beta = 60^\circ$

Figura 11. Continuación de la solución donde el alumno utiliza funciones trigonométricas para encontrar la solución

Los demás alumnos que resolvieron correctamente este problema tuvieron algunas deferencias en sus planteamientos, sin embargo se muestra un caso especial en la Figura 12 donde el estudiante comete algunos errores aparentemente involuntarios y aun así llega a la respuesta correcta.

Se ha encerrado los cálculos que contienen errores y que concluyen en que BC = 2CD y luego que 4CD = AB. Evidentemente esto no es posible según las condiciones del problema, sin embargo al continuar calculando el seno del ángulo α se llega a la respuesta deseada de α = 30°.

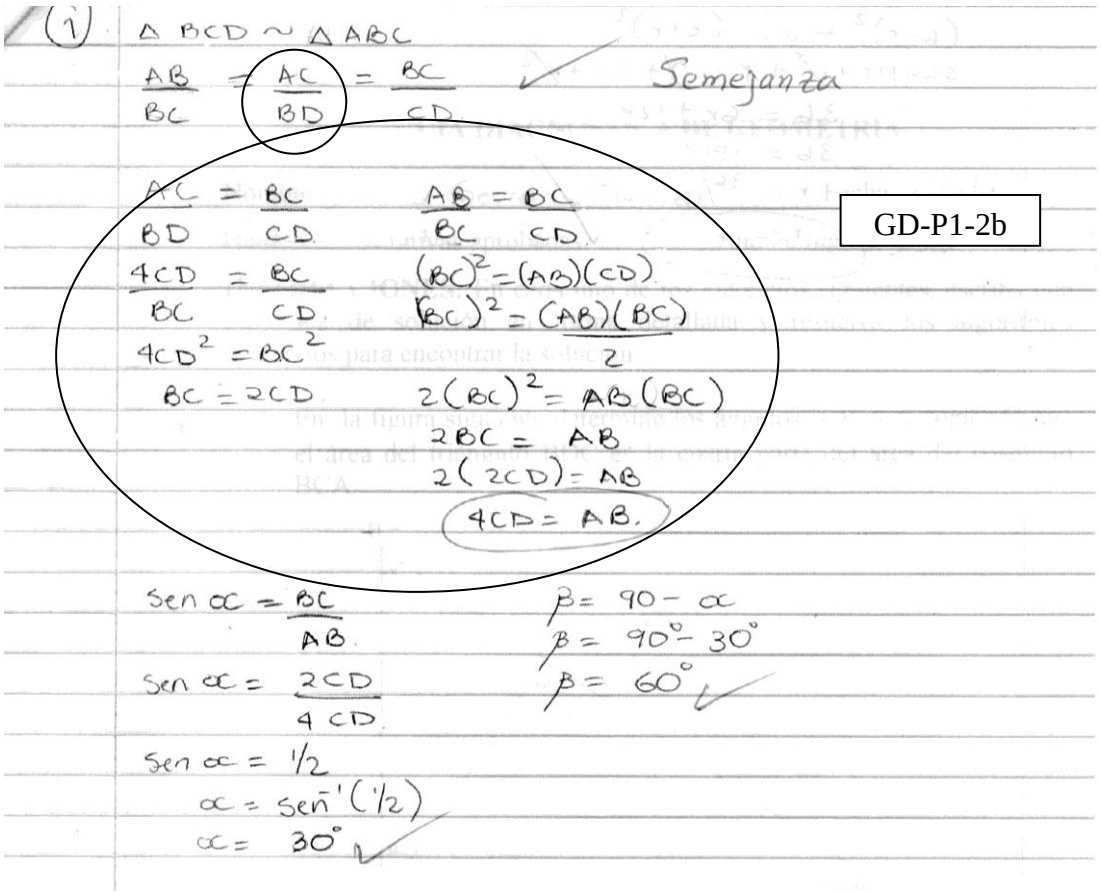


Figura 12. Parte final de la solución presentada por el alumno 2 al Problema 1.

Observando el planteamiento realizado por el alumno 10 en la Figura 13 se verá que solamente hace un planteamiento verbal de su estrategia, la cual es incorrecta, y escribe los valores de los ángulos pero no aparece ninguna operación que demuestre cómo se obtuvieron esos valores, que además son incorrectos.

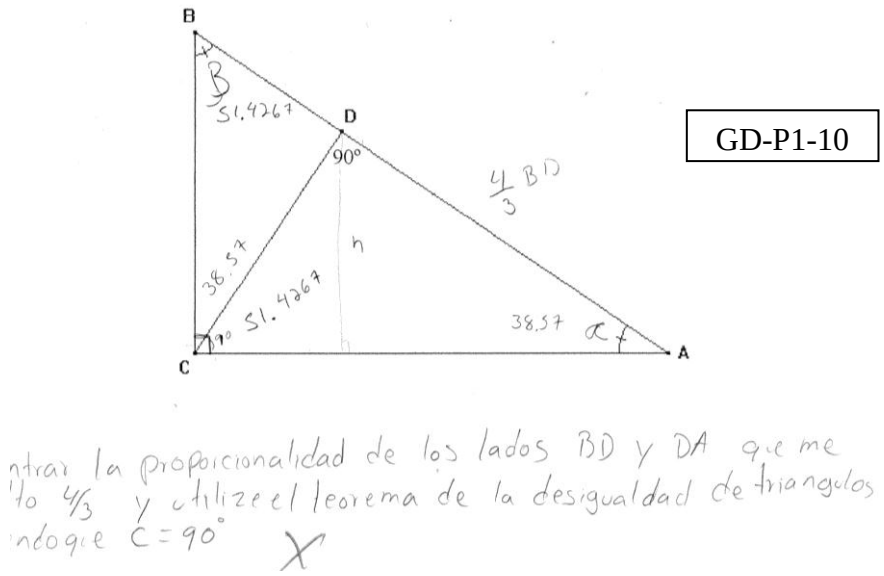


Figura 13. Descripción del, procedimiento de solución pero sin realizar operaciones.

Otra estrategia presentada por algunos estudiantes, aunque muy pocos, fue la de completar un cuadrilátero utilizando rectas adicionales, con el objeto de obtener o visualizar otras relaciones.

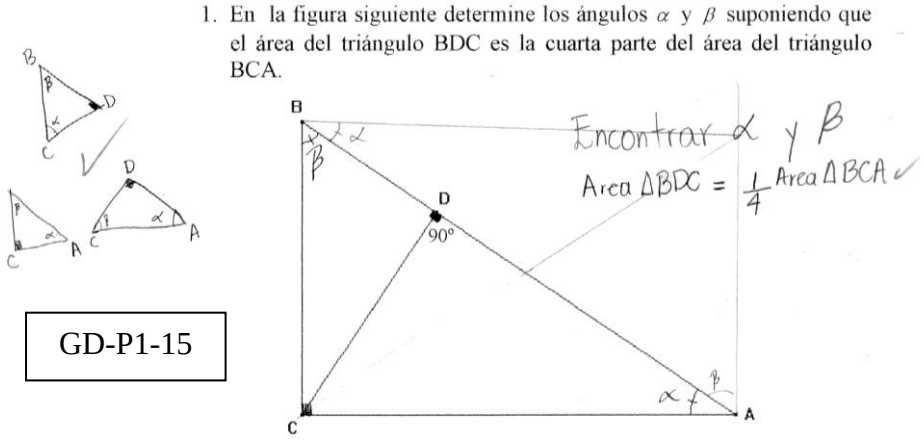


Figura 14. Completación de un cuadrilátero para facilitar la visualización del problema.

4.1.2. Segundo problema propuesto (GD-P2)

Dos semicírculos de radio 3 están inscritos en un semicírculo de radio 6, como se muestra en la figura. Un círculo de radio r es tangente a los tres semicírculos. ¿Cuánto vale r?

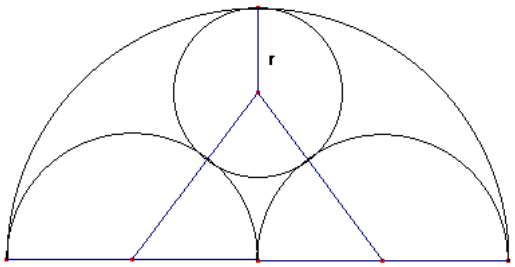


Figura 15. Esquema presentado para el Problema No. 2 de la Guía Diagnóstica.

Los aspectos que se tomaron en cuenta para realizar estas valoraciones se encuentran especificados en la **Tabla C2** (Anexos) y se resumen en el siguiente cuadro que muestra el rendimiento individual en el problema GD-P2.

TABLA 8

Rendimiento individual en el problema GD-P2

PROBLEMA GD-P2						
No. De Estudiante	Estrategia	Fundamentos teóricos	Planteamiento correcto	Solución correcta	Total	%
1	0	2	2	2	6	75.00
2	0	2	2	2	6	75.00
3	0	2	2	2	6	75.00
4	0	0	1	0	1	12.50
5	0	0	1	2	3	37.50
6	0	0	0	0	0	0.00
7	0	2	2	2	6	75.00
8	0	0	0	0	0	0.00
9	0	2	2	2	6	75.00
10	2	0	0	0	2	25.00
11	2	1	0	0	3	37.50
12	0	1	0	0	1	12.50
13	2	2	2	2	8	100.00
14	2	2	2	2	8	100.00
15	2	2	2	2	8	100.00
TOTAL	**10**	**18**	**18**	**18**	**64**	**53.33**

Los Subindicadores de la lista de cotejo que sirvieron de base para ponderar los aspectos de la tabla anterior contenidos en la **Tabla B2** de los Anexos son los siguientes:

Código	Teorema de Pitágoras	Estrategia escrita	Planteamiento incompleto	Completa el esquema	Planteamiento correcto	Respuesta correcta	Estrategia diferente

Figura 16. Encabezados de la tabla B2

En la **Tabla 9** se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes en el segundo problema de la Prueba Diagnóstica, en la cual aparecen los mismos indicadores por estudiante que en el problema No. 1, con sus respectivas frecuencias.

TABLA 9

Valoración por Indicador de los 15 alumnos evaluados

Problema GD-P2			
Indicadores	**0**	**1**	**2**
Estrategia escrita	10	0	5
Fundamentos Teóricos	5	2	8
Planteamiento del problema	5	2	8
Resolución del problema	6	0	9

Observando las frecuencias de rendimiento en el **Tabla 9** se puede apreciar que un tercio o más de los 15 alumnos obtuvieron una calificación de 0 en cada indicador de rendimiento, lo cual se puede ilustrar con las respuestas que proporcionaron, pues 10 de ellos ni siquiera presentaron una estrategia de solución. Mientras que en el problema No. 1 (Tabla 6) 6 estudiantes obtuvieron un rendimiento de 0%, en el problema No. 2 (Tabla 8) solamente 2 estudiantes obtuvieron un rendimiento de 0%. Si hacemos una

relación entre los resultados obtenidos por los estudiantes en los dos problemas planteados, veremos que hubo un mejor rendimiento en el segundo problema en cada uno de los aspectos evaluados, ya que los 9 alumnos que hicieron el planteamiento acorde a lo estipulado en el problema No. 2, encontraron en forma correcta el valor del radio solicitado, lo que representa un 60% de rendimiento en este indicador.

Sin embargo el rendimiento general en todos los indicadores del problema No. 2 es del 53.33 % como lo muestra la Tabla 8, que también es superior al 30.83% mostrado en la Tabla 6 como rendimiento general en el Problema 1.

Como en esta investigación interesa conocer el rendimiento de los estudiantes en ambos problemas se unificó la Tabla 6 y la Tabla 8 en una sola, sumando los valores de las respectivas columnas. Estos resultados permitieron encontrar el porcentaje de rendimiento general por indicador en la Guía Diagnóstica (GD) cuyos valores se presentan en la Tabla 10.

TABLA 10

Rendimiento por alumno en los dos problemas de la prueba Diagnóstica.

	PROBLEMA GD-P1 y GD-P2					
No. De Estudiante	**Tiene una estrategia**	**Fundamentos teóricos**	**Planteamiento correcto**	**Solución correcta**	**Total**	**%**
1	0	4	4	4	12	75.00
2	0	4	4	4	12	75.00
3	0	4	4	3	11	68.75
4	0	2	3	2	7	43.75
5	0	0	1	2	3	18.75
6	0	0	0	0	0	0.00
7	0	2	2	2	6	37.50
8	0	1	1	0	2	12.50
9	0	2	2	2	6	37.50
10	2	0	0	0	2	12.50
11	4	1	0	0	5	31.25
12	0	3	2	0	5	31.25
13	2	4	3	2	11	68.75
14	4	2	2	2	10	62.50
15	2	2	2	2	8	50.00
TOTAL	**14**	**31**	**30**	**25**	**100**	**41.67**

Para mostrar los resultados de los indicadores a nivel global de la prueba diagnóstica (PD) se presenta la Tabla 11, con la frecuencia absoluta (totales por columna) de la Tabla 10 y el porcentaje de rendimiento correspondiente.

TABLA 11

PROBLEMA GD-P1 y GD-P2		
Indicador	**F**	**%**
Estrategia escrita	14	23.3
Fundamentos Teóricos	31	51.7
Planteamiento del problema	30	50.0
Resolución del problema	26	43.3

Para calcular el porcentaje de cada indicador se divide la frecuencia relativa entre 60 que es el puntaje máximo para cada indicador, ya que son 15 alumnos y a cada uno se le evalúa con 2 puntos como nota máxima en cada uno de los indicadores en cada problema planteado. De acuerdo a los datos de la **Tabla 11** se elaboró un gráfico de barras simple para mostrar el rendimiento general por cada uno de los cuatro indicadores evaluados:

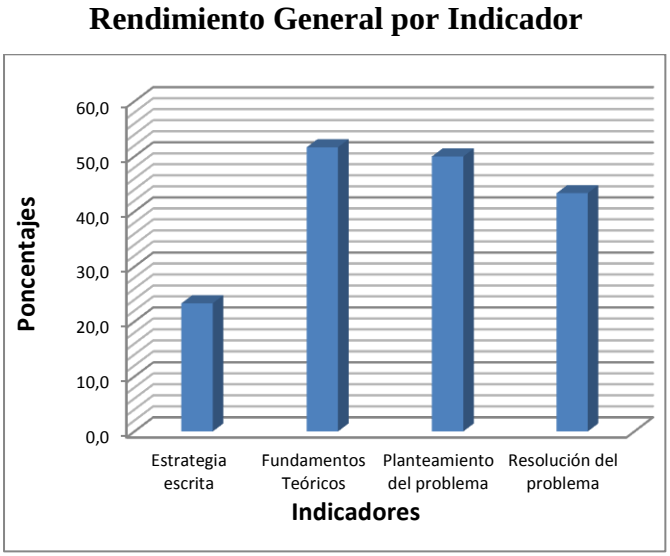


Figura 17. Gráfico comparativo del rendimiento por Indicador en la prueba Diagnóstica.

4.2. GUIA DE LABORATORIO (GL)

Con el propósito de obtener información sobre la forma en que los estudiantes utilizaban Cabri Géomètre II para resolver problemas geométricos y determinar las estrategias o heurísticas empleadas y poderlas contrastar con resultados obtenidos en la Guía Diagnóstica, se aplicó la Guía de Laboratorio (GL) la cual aparece en los Anexos como A-3 Instrumento GL.

A continuación se muestra primeramente el problema 1 y todas y cada una de las estrategias descritas por los alumnos para encontrar la solución al problema planteado, y seguidamente el Problema 2 y todas las transcripciones íntegras de las estrategias de los alumnos.

OBJETIVO: Hacer un diagrama para resolver un problema.

4.2.1. Problema 1 (GL-P1):

En un triángulo acutángulo ABC, sean H su ortocentro (intersección de las alturas) y M el punto medio de lado AC. Por M se traza una recta L paralela a la bisectriz del ángulo AHC. Demuestre que la recta L divide al triángulo ABC en dos partes que tienen el mismo perímetro.

Actividad 1

- Elabore un esquema con la información anterior
- Rotule cada uno de los puntos indicados

Actividad 2

- Enumere los pasos necesarios para demostrar este teorema utilizando Cabrí II

Las estrategias de los 15 estudiantes para hacer el diagrama utilizando software y resolver este problema se transcriben textualmente a continuación:

GL-P1.1

1. Tracé las rectas dadas.
2. Construí la bisectriz < AHC
3. Trace la recta HF || DM
4. Medí la longitud de los segmentos AB, BD, DM, AM, MC y DM
5. Con la función calcular obtuve los perímetros de la figura □ AMDB y ΔMCD
6. Compare la respuesta y concluimos que la posición dada es la cierta.

GL-P1.2

1. Dibujar triángulo acutángulo ABC y coloque etiqueta a cada vértice
2. Dibujar las alturas con recta perpendicular al lado opuesto y que pase por el vértice, para vértice A, el segmento opuesto es BC y para vértice C, el segmento opuesto es AB.
3. Coloque el punto de inserción entre las 2 alturas y coloque las etiquetas H de ortocentro.
4. Encontré el punto medio de AC y coloqué la etiqueta M
5. Tracé la bisectriz del ángulo AHC
6. Tracé una recta paralela a la bisectriz del ángulo AHC, la cual etiquete con I

7. Tracé el punto de intersección entre la recta I y el triángulo ABC y lo etiquete como D

8. Encontré las distintas entre AD, DB, BC, CM, AM y MD

9. Calcular el perímetro 1 y perímetro 2 de figura 1 y 2 respectivamente formadas al dividir el triángulo en 2 partes por la recta I.

GL-P1.3

1. Elaborar el triángulo ABC

2. Trazar las alturas del triángulo para determinar su ortocentro

3. Trazar el punto medio “M” en AC y la bisectriz del ángulo AHC; para luego trazar una recta paralela a la dicha bisectriz

4. La recta L y su intersección en lado AB del triángulo la llamamos “N”

5. Luego calculamos el perímetro del triángulo AMN y el cuadrilátero BCMN, concluyendo que: perímetro de triángulo AMN= perímetro cuadrilátero BCMN

GL-P1.4

1. Dibujar un triángulo acutángulo con la herramienta triángulo

2. Etiquete los vértices del triángulo con la opción etiqueta

3. Tracé las 3 alturas del triángulo ABC con la opción recta perpendicular

4. Marque el punto de intersección de las tres rectas

5. Etiquete el punto con la letra H

6. Con la opción punto medio, marque el punto medio del lado AC del triángulo
7. Trace la primera bisectriz del triángulo AHC, con la opción bisectriz
8. Trace una recta paralela que pase por M y paralela a la bisectriz del triángulo AHC
9. Etiquete la recta paralela con L
10. Observamos que el triángulo ABC la recta L lo divide en un cuadrilátero y en un triángulo
11. Medí cada lado del cuadrilátero ABQM con la opción distancia y longitud
12. Luego calcule el perímetro del cuadrilátero con la opción calcular, sumando cada lado del cuadrilátero
13. Medí cada lado del triángulo MQC
14. Calcule el perímetro del triángulo, sumado cada lado del mismo
15. Queda demostrado en el pgm (PROGRAMA) que estas 2 partes tienen igual perímetro

GL-P1.5

1. Construir un esquema con los datos proporcionados
2. Al trazar la paralela L a la bisectriz del ángulo AHC, el triángulo original MNC y el cuadrilátero ABNM
3. Si se miden las longitudes de cada una de los lados de estas figuras se ve claramente que las dos figuras tienen el mismo perímetro

4. Si a estos perímetros se les resta la longitud de la recta MN que es compartida por ambas figuras, entonces se prueba que cada una de las partes a cada lado de la recta L del triángulo ABC tiene el mismo perímetro, dicho de otra forma, el perímetro del triángulo está dividido en 2 partes iguales.

GL-P1.6

1. Dibujar un triángulo acutángulo con la opción de triángulo
2. Trazar las alturas con la opción recta perpendicular
3. Trazar el punto de intersección de las alturas
4. Definir el punto medio del lado AC con la opción punto medio
5. Etiquetar cada intersección y vértice del triángulo con la opción etiqueta
6. Trazar la bisectriz del ángulo AHC
7. Trazar una paralela a la bisectriz del ángulo AHC que pase por el punto medio M con la opción recta paralela
8. Medir los segmentos con la opción Distancia y Longitud
9. Calcular los perímetros respectivos con la opción calcular
10. Comparar los perímetros y si son iguales, la demostración está completa

GL-P1.7

1. Se construyó un triángulo

2. Se verificaron los ángulos para comprobar que fuera acutángulo
3. Se etiqueto cada vértice A-B-C
4. Tracé las 3 alturas del triángulo
5. A la intersección de las 3 alturas, le coloque un punto y lo etiquete con la letra H
6. Oculte las tres alturas
7. Se construyó el punto medio del segmento AC y lo etiquete con la letra M
8. Tracé segmentos AH y HC
9. Se traza bisectriz del ángulo AHC
10. Se trazó la recta que pasa por M y paralela a la bisectriz del ángulo AHC
11. Se ocultó la bisectriz y punto de intersección de bisectriz con segmento AC
12. Se etiqueto la recta con letra L
13. Se etiqueto intersección recta L con segmento AB con la letra F
14. Se calculó longitud segmentos AF+FM+MA=8.38cm
15. Se calculó longitud segmentos MC+CB+BF+FM=8.38cm
16. Los perímetros son iguales

GL-P1.8

1. Trazar un triángulo

2. Medir dos de sus ángulo y manipularlo de manera de asegurarme que sea acutángulo

3. Trazar las alturas del triángulo y marcar su punto de intersección para determinar el ortocentro, denominarlo H

4. Encontrar el punto medio de AC; denominado M

5. Medir el ángulo AHC y trazar su bisectriz

6. Trazar la recta L paralela a la bisectriz anteriormente trazada

7. Marcar la intersección L con el triángulo

8. Encontrar el perímetro del triángulo formado

9. Medir las partes del cuadrilátero formado

10. Encontrar el perímetro del cuadrilátero

11. El perímetro de ambos es igual

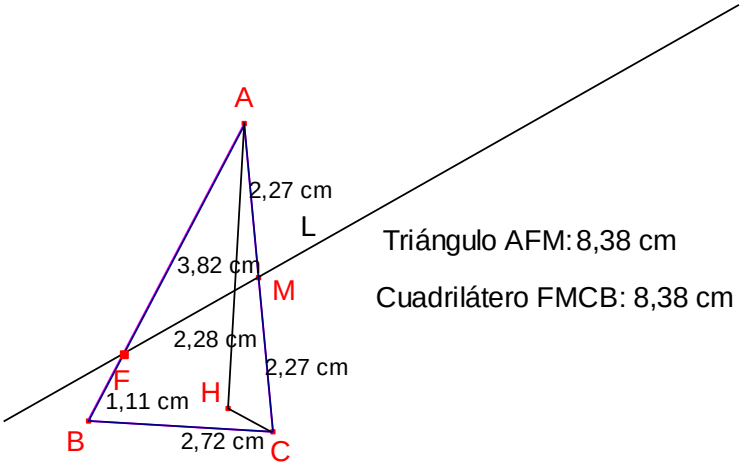


Figura 18. Esquema presentado por el alumno No. 8 para encontrar la solución del Problema No. 1 de la Guía de Laboratorio, utilizando Cabri.

GL-P1.9

1. Hacer un triángulo ABC acutángulo
2. Encontrar su ortocentro
3. M el punto medio de lado AC
4. Encontrar la bisectriz del ángulo AHC
5. Trazar una recta paralela L a la bisectriz de AHC
6. Calcular el perímetro del triángulo AMS=5.22+8.76+5.97=19.95cm
7. Calcular el perímetro del cuadrilátero MSBC=5.97+1.41+7.34+5.22=19.95cm
8. Se comprueba la validez del teorema enunciado
9. Sea AC=MC+AM=a+a M punto medio
10. AB=AS+SB S punto entre A-S-M
11. AM+AS+SM=SB+BC+MC
12. A+AS+a=

Incompleto

GL-P1.10

1. Construir el triángulo acutángulo y encontrar su ortocentro
2. Encontré el punto medio de AC(M) y trace una paralela (L) a la bisectriz de AHC que pasara por M
3. Asigne S, como punto de intersección tanto con L con BC y L con AB

4. Cuando S esta en BC, compare los perímetros de cuadrilátero ABSM y triángulo MSC y verifique la igualdad

5. Luego cuando S esta en AB, comprobé los perímetros del triángulo AMS y cuadrilátero y verifique la igualdad.

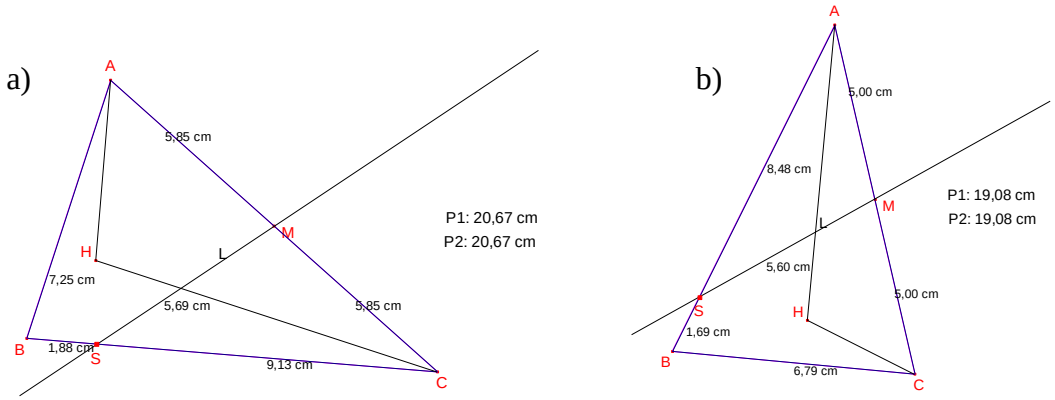


Figura 19. Esquema presentado por el alumno No. 10 para encontrar la solución del Problema No. 1, caso a) si S está entre B y C; caso b) si S está entre A y B.

GL-P1.11

1. Lo primero que hice fue crear un triángulo, luego medí los ángulos para ver si era acutángulo, y si era acutángulo, después tracé las alturas del triángulo y de donde se interceptaban coloque un punto y luego etiquete el punto con una H; después etiquete los puntos del triángulo ABC. Luego tracé el punto medio del segmento AC, después hice el triángulo, de ahí tracé una recta paralela a la bisectriz de este triángulo AHC y que esta pasara de la intersección de la recta paralela, con el triángulo ABC. Luego tomé la distancia de los segmentos AM, MC, AB, y como no había etiquetado el punto de la intersección de la recta paralela L y el triángulo lo etiquete con la letra S y tomé entonces la distancia de los segmentos MS, SB, SC.

2. Calculé el perímetro del triángulo SMC y el perímetro del cuadrilátero AMSB y el resultado fue el mismo.

GL-P1.12

1. Trazar triángulos ABC (acutángulo)
2. Trazar las tres alturas respecto a los tres lados(AC,AB,BC) marcar H a la intersección de las alturas
3. Calcular el punto medio de AC y marcarlo con M
4. Trazar la bisectriz del ángulo AMC
5. Trazar una recta que pase por el punto medio de AC(M) y que sea paralela a la bisectriz del ángulo AHC, a esta recta se etiquetará con L
6. Marcar el punto de intersección de L con lado AB con D
7. En el triángulo AMD calcular perímetro
8. En el polígono MDBC calcular la longitud de los cuatro segmentos que conforman el polígono
9. Por tanto podemos decir que la letra L divide al triángulo ABC en dos partes que tienen el mismo perímetro siendo el triángulo AMD y polígono MDBC esas dos partes y como el perímetro de ambas es igual 11.58cm

GL-P1.13

1. Elaboramos el triángulo acutángulo ABC
2. Trazamos la tres alturas
3. Marcamos el punto de intersección de las tres alturas con la letra H

4. Obtenemos la bisectriz del ángulo AHC y la denominamos b

5. Obtenemos el punto medio de AC y lo denominamos con M

6. Por M trazamos una recta paralela a b y le llamamos L

7. Marcamos el punto de intersección de L y el triángulo; lo denotamos con R

8. Usamos la opción distancia y medimos, los segmentos resultantes así en mi caso: AM, MR, RB, AB, MC, RC

9. Usamos la opción calcular y medimos los segmentos dados

10. Hacemos perímetro 1 y 2

11. Comprobamos y listo

GL-P1.14

1. Lo primero es construir el triángulo

2. Luego trazamos líneas perpendiculares de el ángulo y al cateto opuesto opción perpendicular y clic al ángulo y al cateto opuesto al ángulo y así obtuve las alturas (h) luego marque con opción punto la línea en que se interceptan y lo llame H y era el ortocentro.

3. Después opción punto medio y seleccione AC y a su punto medio lo llame M

4. Después tracé con la opción bisectriz la bisectriz del ángulo AHC. Seguido con la opción recta paralela di clic a M y luego a la recta con la cual sería paralela es decir la bisectriz de AMC

5. Luego medí con la opción calcular Am+AB+BN (BN era el punto donde la recta paralela a la bisectriz se intercepta con un cateto) y me dio 6.54 cm luego medí MC+CN y obtuve 6.54 cm con lo cual se demuestra la veracidad del teorema.

GL-P1.15

1. Primero elabore el triángulo acutángulo ABC

2. Luego las etiquetas respectivas ABC en cada vértice, además establecí como punto medio del lado AC el punto M, al punto donde se unían las alturas lo llame H

3. Luego tracé la bisectriz AHC y tracé una recta paralela llamada L que pasara por M paralela a dicha bisectriz

4. Luego dibuje un polígono ABME le calcule el perímetro=19.52cm y dibuje el triángulo EMC que tiene como perímetro 19.52cm

5. Esto me demuestra que la recta L divide al triángulo ABC en dos partes que tienen el mismo perímetro.

Al realizar un análisis de la forma en que los estudiantes resolvieron este problema, se puede notar que al describir los pasos durante la resolución estos fueron muy similares en los primeros 5 aspectos ya que 14 de los 15 alumnos mencionan que construyeron un triángulo, trazaron las alturas, encontraron el punto de intersección entre ellas, trazaron la bisectriz del ángulo, encontraron el punto medio del lado AC y trazaron una paralela a la bisectriz que pasa por este punto, excepto el alumno 1 que hace una descripción vaga de lo que hizo:

1. Tracé las rectas dadas.

2. Construí la bisectriz < AHC

3. Trace la recta HF || DM

Esto muestra que este alumno tiene dificultades para expresarse en forma escrita, ya que su esquema lo lleva a encontrar la solución del problema pero no es capaz de escribir los pasos que siguió para llegar a una conclusión.

Además, solamente los alumnos 7, 8, 9, 11 y 12 mencionan que construyeron un triángulo acutángulo como lo exige el problema, ya sea midiendo los ángulos o manipulando los vértices.

TABLA 12
Trabajo realizado por los alumnos para resolver el Problema 1 de la Guia de Laborario.

Código	Triángulo ABC	Traza las alturas	Ortocentro de ABC	Bisectriz	Paralela en M	Medir segmentos	Etiquetas	Función perímetro	Suma de segmentos	Compara perímetros	Mover puntos	Conclusión
GL-P2.1		X	X	X	X	X	X		X	X		X
GL-P2.2	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X
GL-P2.3	X	X	X	X	X		X	X	X	X		X
GL-P2.4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X
GL-P2.5	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X
GL-P2.6	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X
GL-P2.7	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
GL-P2.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
GL-P2.9	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X
GL-P2.10	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X
GL-P2.11	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
GL-P2.12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X
GL-P2.13	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X
GL-P2.14	X	X	X	X	X	X	X			X		X
GL-P2.15	X	X	X	X	X		X	X	X	X		X

Del cuadro anterior se puede concluir que todos los alumnos llegaron a una conclusión correcta del problema, aunque en la parte final hayan seguido caminos diferentes ya que algunos midieron cada segmento del esquema y luego encontraron el perímetro de las dos partes utilizando una sumatoria. Finalmente comparaban estas medidas y concluían que el teorema era verdadero.

En el caso del alumno No. 9 resuelve correctamente el problema utilizando cabri II pero luego intenta demostrarlo analíticamente y se confunde al grado de dejar inconclusa la demostración.

Otra forma de resolverlo es considerar las partes como polígonos y utilizar la función predeterminada: perímetro.

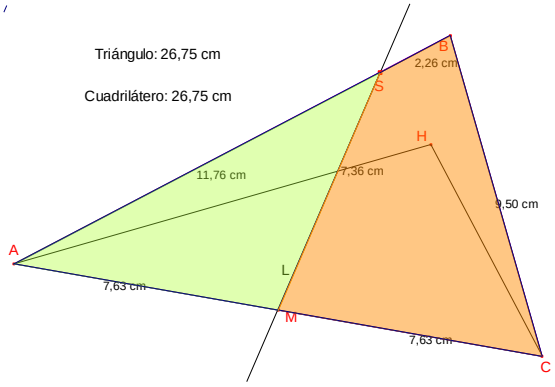


Figura 20. Diagrama elaborado por el alumno No 6 utilizando las Fórmulas predeterminadas de perímetro

El siguiente es un ejemplo del tipo de planteamiento y de la forma en que el alumno No. 6 explicó su procedimiento en forma detallada:

1. Dibujar un triángulo acutángulo con la opción de triángulo
2. Trazar las alturas con la opción recta perpendicular
3. Trazar el punto de intersección de las alturas
4. Definir el punto medio del lado AC con la opción punto medio
5. Etiquetar cada intersección y vértice del triángulo con la opción etiqueta
6. Trazar la bisectriz del ángulo AHC
7. Trazar una paralela a la bisectriz del ángulo AHC que pase por el punto medio M con la opción recta paralela
8. Medir los segmentos con la opción Distancia y Longitud

9. Calcular los perímetros respectivos con la opción calcular

10. Comparar los perímetros y si son iguales, la demostración está completa

Como en este problema la solución aparece inmediatamente después de calcular los perímetros no había necesidad de manipular los vértices del triángulo para verificar el teorema, aunque al momento de revisarles su trabajo en la pantalla se les pidió que realizaran estos desplazamientos para verificar que todo el esquema cumplía con los requisitos establecidos en el problema dado.

Dos de los alumnos (No. 5 y No. 14) entendieron que el teorema se refería a dividir el perímetro del triángulo en dos partes iguales ya que manifestaron lo siguiente:

Alumno No. 5 :

1. "Si se miden las longitudes de cada una de los lados de estas figuras se ve claramente que las dos figuras tienen el mismo perímetro

2. Si a estos perímetros se les resta la longitud de la recta MN que es compartida por ambas figuras, entonces se prueba que cada una de las partes a cada lado de la recta L del triángulo ABC tiene el mismo perímetro, dicho de otra forma, el perímetro del triángulo está dividido en 2 partes iguales."

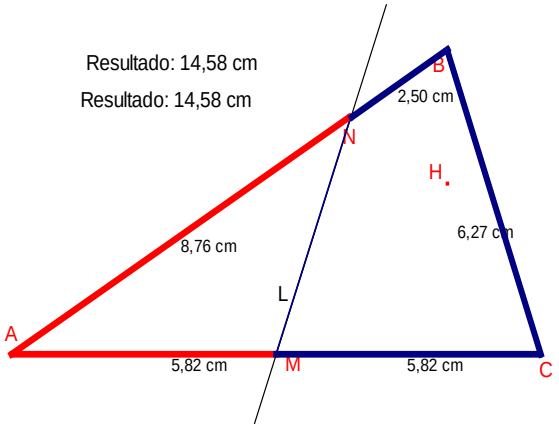


Figura 21. Esquema que muestra una solución al Problema No. 2 de la Guía de Laboratorio (GL)

Alumno No. 14:

1. Luego medí con la opción calcular Am+AB+BN (N era el punto donde la recta paralela a la bisectriz se intercepta con un cateto) y me dio 6.54 cm luego medí MC+CN y obtuve 6.54 cm con lo cual se demuestra la veracidad del teorema.

En cualquiera de los dos casos el problema está bien resuelto que ya que la longitud del segmento entre los puntos de intersección entre la recta L y el triángulo ABC pertenece a los dos polígonos por lo que se les puede restar a los dos perímetros encontrados. Además, como M es el punto medio del segmento AC, las distancias AM y MC son iguales y se pueden eliminar ya que están en ambos perímetros.

Finalmente si N es el punto de intersección de la recta L con el segmento BC el problema se reduce a demostrar que AB + BN = NC, y si N está entre A y B entonces se debe demostrar que BC + BN = NA.

4.2.2. Problema 2 (GL-P2)

En la figura siguiente determine los ángulos α y β suponiendo que el área del triángulo BDC es la cuarta parte del área del triángulo rectángulo BCA.

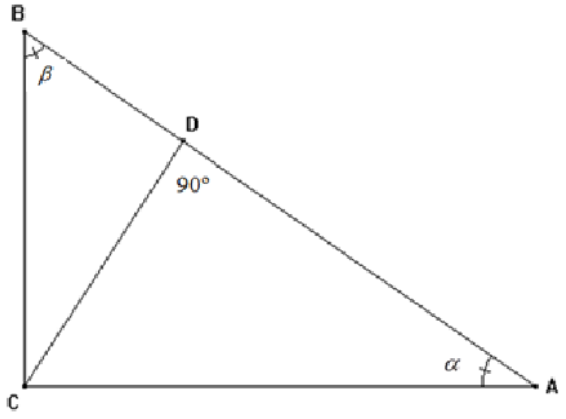


Figura 22. Esquema presentado como Problema No. 2 en la Guía de Laboratorio

.

Actividad 1

1. Elabore un esquema con la información anterior

2. Rotule cada uno de los puntos indicados

Actividad 2

1. Enumere los pasos necesarios para resolver este teorema utilizando Cabri II

A continuación se presente una transcripción textual de las estrategias escritas por los 15 estudiantes para resolver este problema utilizando el software Cabri Géomètre II.

GL-P2.1

1. Construir el triángulo rectángulo

2. Obtener las medidas de los segmentos

3. Obtener las áreas de los ΔABC y ΔDBC

4. Dividir A_1/A_2 y encontrar los ángulos cuándo a la razón de sus áreas es 4.

5. Luego usar la opción calcular para determinar las medidas.

GL-P2.2

1. Primero dibuje un punto C y luego una recta que pase por ese punto (horizontal)

2. Dibujar una recta paralela a la recta dibujada y que pase por el punto C dibujada al inicio (vertical)

3. Dibujar un punto en la parte superior de recta vertical denominado B y luego uno a la derecha de la recta horizontal llamado A

4. Trazar un triángulo con los puntos ABC

5. Marcar los ángulos A y B y encontrar la medida de esos ángulos

6. Trazar una recta perpendicular al segmento AB y que pase por el vértice C

7. Dibujar el punto de intersección de la recta perpendicular de paso 6 y ángulo ABC denominarlo D

8. Trazar el segmento CD y ocultar las rectas

9. Marcar el ángulo D

10. Dibujar un triángulo con los puntos CBD

11. Calcular el área del triángulo CBD y área de triángulo ABC

12. Encontrar las razón entre área del triángulo ABC y BCD

13. Moví el punto A hasta la razón sea 4 como lo dice el ejercicio

14. Comprobé que el ángulo A y B= 30 y 60 respectivamente

GL-P2.3

1. Primero elabora el triángulo ABC y luego una recta perpendicular que pase por el punto C y el lado BC; El secreto está en que los ángulos CAB y CBA midan 30 y 60 y siendo el triángulo ABC resto de 90, 60, 30 se cumple que:

2. Área triángulo BDC=área triángulo ABC/4 porque al calcular el área del triángulo BDC y multiplicarlo por cuatro su área será igual a la del triángulo ABC

GL-P2.4

1. Dibujar el esquema con las herramientas de Cabri II

2. Medí los lados del triángulo ABC y del BDC

3. Calcular el área de cada triángulo

4. Luego calcule la cuarta parte del área del triángulo ABC

5. Moví el triángulo ABC hasta ver que el área del triángulo BCD=1/4 ABC

6. Medí el ángulo B y el ángulo A donde el primero es β y el segundo α

7. Estas medidas me dieron 30 y 60

8. Comprobé sumando las medidas de los ángulos internos de los triángulos y esta da 180

GL-P2.5

1. Construir un triángulo rectángulo como el diagrama, luego calcula el área del triángulo ABC y BDC, ajustaré el triángulo ABC de tal modo que área ABC/área BDC= ¼

2. Medir el ángulo ABC=α=60 y el ángulo BAC=β=30

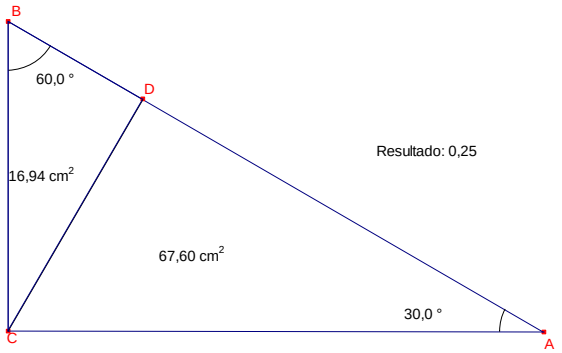


Figura 23. Esquema presentado por el alumno No. 5 para resolver el problema No. 2

GL-P2.6

1. Dibujar un triángulo con la opción triángulo

2. Trazar una recta perpendicular a AB del punto C con la opción recta perpendicular

3. Trazar un segmento del punto C a D y ocultar la recta perpendicular

4. Etiquetar todos los vértices e intersecciones con la opción etiqueta

5. Marcar ángulos con la opción marca de ángulo

6. Dibujar un triángulo BCD sobre los segmentos BC, BD y CD

7. Encontrar áreas de triángulos ABC y BCD con la opción área

8. Mover el triángulo ABC a conveniencia de tal forma que la razón entre área ABC/área BCD sea igual a 4

9. Medir los ángulos α y β para encontrar sus medidas con la opción ángulo

10. La medida del ángulo α=30 y β=60

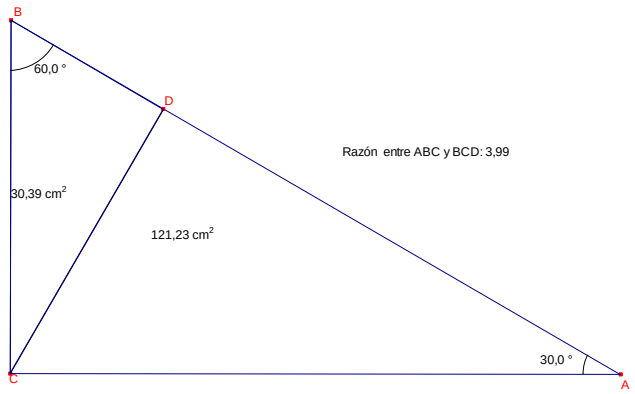


Figura 24. Esquema presentado por el alumno No. 6 para resolver el problema No. 2

GL-P2.7

1. Se construyó triángulo rectángulo

2. Se etiqueto triángulo con letra A-B-C, siendo C el ángulo recto

3. Se trazó perpendicular que pasa por C al segmento BA, con intersección en D
4. Se calcula área total del triángulo ABC
5. Se calcula el área total del triángulo CDA y BDC
6. Se calcula área triángulo ABC entre 4 y se comprueba que es la misma que la del triángulo BDC
7. Se calcula ángulo α y ángulo β, siendo 30 y 60 respectivamente.

GL-P2.8

1. Trazar el esquema
2. Desarrollar igualdad
3. Identidades trigonométricas
4. Despeje de II
5. Despeje y encontrar medidas
6. Partiendo de la igualdad de la áreas y manteniéndola, podemos encontrar la medida de los ángulos

GL-P2.9

1. Sea triángulo BCA, BDC rectángulos como el triángulo BDC=1/4BCA
2. Haciendo las proporciones se determina que el ángulo α=30 y β=60

GL-P2.10

1. Construí el triángulo ABC y trace la altura CD con respecto a la hipotenusa (BA)

2. Construí los polígonos sobre los triángulos CDB y BCA y calcule sus áreas

3. Dividí las áreas de CDB sobre BCA y me cercioré que fuera igual a 0.25

4. Calculé los ángulos que me pedían respectivamente β=60.2 y α=29.8

5. Moví el triángulo su tamaño pero manteniendo el 0.25 y se mantenía la respuesta

GL-P2.11

1. Tracé un triángulo rectángulo, luego etiquete ABC

2. Tracé la altura del triángulo ABC

3. Luego coloque un punto en la intersección del triángulo con la altura y lo etiquete con la letra D

4. Luego forme el triángulo ABD y el triángulo ABC

5. Saque el área del triángulo ABD y del triángulo ABC

6. Dividí el área del triángulo ABD entre el área del triángulo ABC

7. Luego moví el triángulo rectángulo a manera de que la división quedara en 0.25 porque es la cuarta parte

8. Después medí los ángulos BAC y salió que es 60 y luego el ángulo BCA que es 30.

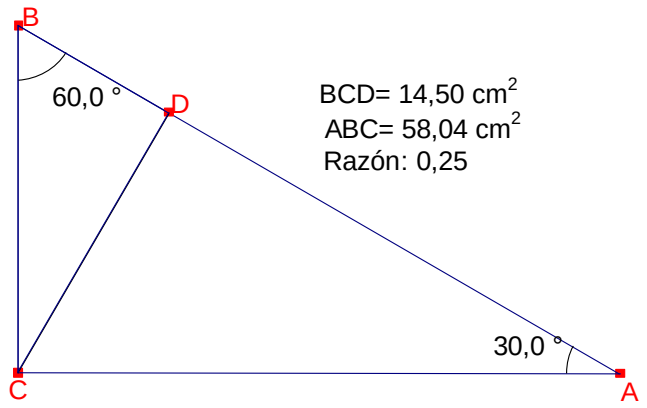


Figura 26. Solución al problema No. 2 presentados por el alumno 11

GL-P2.12

1. Trazar un triángulo rectángulo BCA
2. Trazar la altura respecto al lado BA y marcar la intersección de la altura con el lado BC como D
3. Calcular el área del triángulo BCA
4. Calcular el área del triángulo BCD
5. Dividir el área del triángulo BCA entre el área del triángulo BCD para poder obtener la proporción entre áreas
6. El resultado que se obtiene en mi paso 5 debemos llegarlo hasta cuatro porque esa es la proporción que deseamos y ¿Cómo lo hacemos? Moviendo el lado CA hasta la proporción entre áreas llega hasta cuatro
7. Cuando la proporción ya está en cuatro medimos el ángulo CBA=60 y ángulo BAC=30

GL-P2.13

1. Creamos el triángulo ABC recto en C
2. Creamos CD paralelo a AB (debería decir perpendicular)
3. Utilizamos la opción de longitud y medimos BC, CA, BD, DC que son las bases y alturas de los triángulos ABC y BDC respectivamente
4. Obtenemos el área del triángulo ABC=BC*CA/2
5. Usamos la opción calcular y dividimos el área del triángulo ABC entre 4
6. Obtenemos el área general del triángulo BDC=DC*BD/2
7. Movemos el triángulo ABC hasta que el área del inciso 6 sea igual al área del inciso 5
8. Entonces marcamos los ángulos C, A, B y mimamos cuanto miden al realizar la operación del inciso 7
9. Da como resultado α=30 y β=60

GL-P2.14

1. Construimos el triángulo con las especificaciones requeridas y medimos las áreas primero de triángulo BCA que es el triángulo grande y triángulo BCD que es el pequeño por que triángulo BCD sea triángulo BCA/4 los ángulos tienen que quedar así α=30 y β=60

GL-P2.15

1. Primero elabore el triángulo ABC y luego una recta perpendicular que pase por el punto C y el lado BA además divide el área del triángulo ABC entre el área

del triángulo BCD lo cual es igual a 4 con lo que se demuestra que el área BCD sea ¼ de ABC.

Después de leer las distintas estrategias presentadas por los estudiantes se evidencia que tienen diferentes niveles de descripción, desde las muy elementales hasta las más elaboradas y detalladas. Otro aspecto a resaltar es el hecho que el 100% de los estudiantes obtuvieron las respuestas correctas de los dos ejercicios aunque al escribir sus procedimientos algunos de ellos no lo expresen así, lo que demuestra que estos estudiantes tienen dificultades para expresarse en forma escrita.

TABLA 13
Estrategias utilizadas por los estudiantes en el Problema No. 2 de la Guía de Laboratorio

Código	Triangulo	Triángulo rectángulo	Diagonal	Perpendicular a la diagonal	Dibuja polígonos	Calcula áreas	Mover y comparar áreas	Medir segmentos	Medir ángulos	Usa razones	Conclusiones
GL-P2.1		x		x		x	x	x	x	x	
GL-P2.2		x	x	x			x		x	x	x
GL-P2.3	x			x	x	x	x		x		x
GL-P2.4		x	x	x	x	x	x	x	x		x
GL-P2.5		x	x	x	x	x	x		x		x
GL-P2.6	x		x	x	x	x	x		x		x
GL-P2.7		x	x	x	x	x	x		x		x
GL-P2.8	x		x	x	x	x	x		x		
GL-P2.9	x								x	x	x
GL-P2.10	x		x	x	x	x	x		x	x	x
GL-P2.11		x	x	x	x	x	x		x	x	x
GL-P2.12		x	x	x	x	x	x		x	x	
GL-P2.13		x	x	x		x	x	x	x	x	x
GL-P2.14		x	x	x	x	x	x		x	x	x
GL-P2.15		x	x	x	x	x	x		x	x	

Otro aspecto a resaltar de la Tabla 12 es el hecho que de los 15 alumnos evaluados, 13 utilizaron la función de cálculo de área que posee cabri II y solamente uno de ellos (alumno 13) utilizó la medida de los segmentos para calcular el área de los triángulos por medio de la fórmula tradicional $A = \frac{Bh}{2}$, sin embargo si utilizó la herramienta de calculadora para encontrar estos valores.

El alumno 1 midió los segmentos pero no específica cual fue su procedimiento para el cálculo de las áreas pero si utiliza razones para compararlas.

De los estudiantes evaluados, 9 utilizaron la razón $\frac{Area\ 1}{Area\ 2} = 4$ mientras que el resto utilizó $\frac{Area\ 1}{4} = Area\ 2$ o una equivalente como lo es multiplicar el área del triángulo BCD por 4 e igualarlo al área del triángulo ABC. Otros utilizaron la razón $\frac{Area\ 2}{Area\ 1} = 0.25$ como lo muestra el esquema 7 del alumno 11.

Es importante hacer notar que 5 estudiantes no escribieron en su procedimiento que construyeron un triángulo rectángulo, sin embargo llegaron a calcular los valores correctos de los ángulos, lo que evidencia que presentan dificultades de redacción, ya que también confunden la terminología utilizada en geometría, por ejemplo el alumno 13 dice en el numeral 2 lo siguiente: “Creamos CD paralelo a AB” cuando debería decir trazamos (o construimos) el segmento CD perpendicular al segmento AB.

Los alumnos 1, 8, 9, 14 y 15 no dejaron mucha evidencia de su trabajo y sus comentarios son muy generales por lo que no se puede precisar la estrategia utilizada por ellos al momento de resolver el problema GL-2.

Finalmente se puede afirmar que todos los estudiantes utilizaron la función de arrastre para poder transformar el esquema trazado, ya sea moviendo el vértice A o el vértice B a fin de obtener dos triángulos con razón 4:1 y de esta manera poder determinar que la medida de los ángulos eran: $\alpha = 30°$ y $\beta = 60°$, aunque el alumno 9 no lo haya expresado en forma escrita. Sin embargo todos encontraron la respuesta correcta

a los dos problemas planteados ya que al final de la sesión de trabajo se les revisó en pantalla su respuesta. (ver fotos en Apéndice C).

Haciendo un análisis comparativo con los resultados de la Guía Diagnóstica (Tabla 10) donde el rendimiento general fue del 43.68% cuando el procedimiento de resolución se hizo con papel y lápiz, en esta prueba donde se utilizó el software Cabrí Géomètre II el rendimiento en la resolución de los problemas fue del 100%.

4.3. EVALUACION FINAL ESCRITA (EF)

A continuación se presentan las respuestas de los estudiantes al instrumento de evaluación final escrita, en la cual primeramente aparecía una pregunta abierta para que ellos expresaran libremente su experiencia al utilizar Cabri II para resolver problemas de geometría.

Con este instrumento se mide la valoración que los estudiantes hacen de Cabri después de haber recibido una inducción sobre el manejo de este software y haber resuelto una serie de Guías de Laboratorio para conocer las potencialidades de esta herramienta didáctica.

Instrucciones:

Reflexione sobre el trabajo realizado durante el Taller de Capacitación sobre el uso del Software Cabri Géomètre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Pedagógica y conteste las siguientes interrogantes:

A continuación se presentan las preguntas hechas en el instrumento de Evaluación Final (EF) y las respectivas respuestas textuales brindadas por los estudiantes:

4.3.1. EF-1 Ventajas de Trabajar con Cabri Géomètre II

¿Qué ventajas encuentra usted al trabajar los problemas geométricos utilizando el software Cabri Géomètre II?

EF-1.1:

Se pueden mover las figuras. Facilidad para observar la movilidad de las figuras. Fácil manejo del software. Se pueden hacer múltiples procesos en la plataforma. Manipular figuras geométricas. Facilita la enseñanza de la geometría.

EF-1.2:

Se deducen algunos teoremas al observar que algunas propiedades de las figuras geométricas se conservan. Es flexible y de fácil manejo, esto permite la construcción de figuras geométricas, además permite realizar cálculos, simular movimientos para determinar el comportamiento de esas figuras, también por medio de ello nos planteamos y respondemos interrogantes a partir de lo que ya tenemos, sacando conclusiones

EF-1.3:

Una mayor comprensión del problema. Puede demostrar todo lo que se hace. Se puede obtener un mayor aprendizaje. Cabri nos permite manipular las figuras. Podemos comprobar teoremas, gracias a la exactitud de sus gráficos.

EF-1.4:

Las clases se vuelven más dinámicas. Hay una mejor visualización ya que se demuestran teoremas, y estos son más visibles porque podemos ver los movimientos de la figura ya que es un software dinámico. También hay un mayor aprendizaje ya que es más fácil comprender los teoremas en este programa porque lo llevamos a la realidad, cosa que een un pizarrón no se lograría.

EF-1.5:

Permite medir longitud de los segmentos. Permite calcular áreas de cualquier figura geométrica. Permite calcular volúmenes. Calcular medida de ángulos. Ayuda a demostrar problemas de geometría mediante el uso de las propiedades y el cálculo de medidas.

EF-1.6:

El software Cabri Geometre II es una gran ayuda en la resolución de problemas geométricos porque las figuras se pueden elaborar con mayor exactitud y así comprobar la hipótesis planteada en los problemas. También es una ventaja utilizarlos pues sirve para visualizar de mejor manera los problemas planteados.

EF-1.7:

Se pueden visualizar mejor los problemas, o sea, se pueden entender mejor los teoremas por tanto el aprendizaje es mejor porque el estudiante puede observar claramente las propiedades, puede mover las figuras, se puede entender y hacer mejores demostraciones, interactuar con diferentes figuras y fomenta la creatividad.

EF-1.8:

Representación de las figuras y dibujos con exactitud: importante para comprender bien los problemas y obtener una respuesta correcta y exacta. Permite observar propiedades geométricas al instante, el hecho de poder manipular las figuras con tan solo un click, nos permite deducir propiedades y observarlas. Permite visualizar mejor algún problema.

EF-1.9:

Se pueden verificar teoremas y propiedades con exactitud. Manipulación de figuras geométricas en el plano usando diversas herramientas que el programa ofrece. Construcción de figura usando diversas macros que se han construido con anterioridad.

EF-1.10:

Después de la demostración escrita se puede comprobar visualmente lo demostrado y además nos permite observar ciertos comportamientos de las figuras con distintas variantes que se le dan.

EF-1.11:

Podemos observar lo que sucede con las figuras al momento de mover algún lado y saber si se cumple para todos. Nos permite llegar a demostrar que se cumplen los teoremas. Se pueden observar mejor los lugares geométricos. Se pueden probar las propiedades.

EF-1.12:

No hay pérdida de tiempo (maestro), en otras palabras, no tiene que dibujar en la pizarra para hacer demostraciones, todo es automatizado. Mejor comprensión de los contenidos. Permite comprobar que se cumplen teoremas, propiedades, etc. Hay una mejor visualización de los lugares geométricos. Permite analizar distintas propiedades de distintas figuras geométricas. Permite manipular objetos.

EF-1.13:

Podemos realizar muchas demostraciones en poco tiempo. Manipular las figuras y ver como resulta en tiempo real. Ver la velocidad de los teoremas.

EF-1.14:

Ayuda a los estudiantes a tener más claro los conceptos de lo que se está hablando pues al tener la figura más exacta, será más fácil ver exactamente los conceptos que se manejan. Se puede deformar las figuras y observar las relaciones de las propiedades.

EF-1.15:

Se vuelve más entretenido el aprender. Facilita el aprendizaje. Las propiedades geométricas de las figuras son más fáciles de ver en el programa. En este nos permite manipular las figuras. Se manejan distintos conceptos geométricos en el programa.

En general, los estudiantes se sintieron muy motivados a trabajar la geometría utilizando medios tecnológicos y procuraban realizar el trabajo en forma individual y durante las horas de clase. Sin embargo cuando tenían dudas consultaban a sus compañeros sobre conceptos que no tenían claros o sobre la forma de realizar algún procedimiento en la computadora.

Les permitió fomentar la creatividad individual al tener que esquematizar una situación problemática sin contar con las indicaciones respectivas ni pistas para poder realizarlo.

4.3.2. EF-2 Conceptos Geométricos

A continuación se presenta un resumen de las respuestas obtenidas de los 15 alumnos a la segunda pregunta de la Evaluación Final, para lo cual se utiliza una tabla de doble entrada con los aspectos solicitados en ese instrumento.

¿Qué conceptos geométricos fueron reforzados mediante el uso de las guías didácticas?

A continuación se presentan los conceptos más reforzados por los estudiantes durante la capacitación con el Software de Geometría Dinámica Cabri II, ordenados de mayor a menor para destacar su importancia.

Estos conceptos fueron reforzados al momento de ir construyendo los esquemas ya que Cabri Géomètre II brinda una ayuda escrita sobre el elemento seleccionado para su construcción. De esta manera se puede apreciar que casi todos los elementos

geométricos obtuvieron calificaciones altas, y por lo tanto fueron asimilados por los estudiantes.

Puede notarse en la **Tabla 14** que los conceptos de Congruencia y Semejanza fueron los que tuvieron menor importancia para los estudiantes, ya que esos conceptos necesitan mayor grado de rigurosidad aplicación de teoremas que no estaban al nivel de esta capacitación. Además, se muestra claramente que el lugar geométrico de un punto, que es el desplazamiento que este hace a medida que se manipulan otros elementos de un esquema que representa una situación problemática, junto con la manipulación u movimiento d elementos fueron los que alcanzaron las más altas frecuencias, lo que viene a corroborar la viabilidad y aplicabilidad del uso de software geométrico para la resolución de problemas.

TABLA 14

Principales conceptos reforzados mediante las Guías Didácticas

CONCEPTOS	F
Lugar geométrico	15
Simulación y movimiento	15
Paralelismo	14
Perpendicularidad	14
Construcción de figuras	14
Área	13
Volumen	13
Medida y longitud	13
Plano	10
Congruencia	7
Semejanza	5

Figura 27. Conceptos más aprovechados por los estudiantes con el uso de software

4.3.3. EF-3 Dificultades para desarrollar las guías

¿Cuáles fueron las mayores dificultades encontradas al momento de desarrollar las guías didácticas?

TABLA 15
Dificultades encontradas por los alumnos al desarrollar las Guías de Laboratorio

PREGUNTA 3	F
Fallas del equipo de cómputo	5
Falta de disponibilidad del equipo de cómputo	2
Falta de tiempo extra	4
Falta de fundamentos teóricos	0
Falta de claridad en las guía de trabajo	0
Dificultad en el manejo de las herramientas del Software	4
OTROS	
Sistema operativo de la computadora no es compatible con el software	1

Las dificultades presentadas por los estudiantes durante esta investigación se relacionan con problemas en el equipo de cómputo así como también la falta de tiempo extra y dificultad en el manejo de las herramientas del software pero en grado muy bajo ya que son menores al 25 % de los participantes en este estudio.

4.3.4. EF-3 Sugerencias para mejorar

1. ¿Qué sugerencias haría para mejorar este trabajo?

Las respuestas obtenidas en este apartado del instrumento se han resumido y clasificado en la **Tabla No. 17**, ordenándolas de mayor a menor de acuerdo a la frecuencia que presenta en el estudio.

TABLA 17

Sugerencias aportadas por los estudiantes para mejorar esta investigación.

No.	SUGERERNCIAS	F
1	Llevar laboratorio junto con las clases de Geometría	15
2	Que se trabaje en la resolución de problemas	15
3	Incorporar la enseñanza de Cabri a las clases de computación	9
4	Implementar más cursos de capacitación sobre el tema	6
5	Darle seguimiento a los alumnos capacitados	4
6	Que las guías didácticas se resuelvan en parejas	1

De la Tabla 17 se concluye que los alumnos sugieren que se trabaje en la resolución de problemas y preferiblemente llevando simultáneamente la clase de Geometría, ya que esto les permitiría entender mejor y más rápido la demostración rigurosa de los teoremas geométricos dándole una menor importancia al desarrollo de las guías en parejas.

Esta inquietud de los estudiantes está más encaminada a que las clases de geometría se sirvan haciendo un mayor uso del laboratorio de computación, especialmente haciendo uso de software de Geometría Dinámica.

En la Tabla 17 se puede apreciar que los alumnos no tuvieron problemas con las Guías Didácticas ni con los fundamentos teóricos, ya que todos habían cursado las clases de Geometría I y había uniformidad en su avance académico ya que pertenecen al nuevo Plan de Estudios (Plan 2008) de la Universidad Pedagógica, y en su mayoría compañeros desde hace varios semestres en las mismas asignaturas.

CAPITULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Identificar qué habilidades de pensamiento geométrico han adquirido los alumnos a través de su experiencia de aprendizaje tradicional.

1.- Cuando los alumnos no utilizan tecnología presentan debilidades en la visualización y descubrimiento de patrones en problemas geométricos y falta de heurísticas en la solución de un problema de este tipo.

2.- Muchos de los errores cometidos al trabajar sin tecnología se debieron al mal manejo de expresiones algebraicas y al uso de datos equivocados tomados de los esquemas originales o transformados por ellos mismos.

3.- Los estudiantes no presentaron mucha variedad al momento de afrontar los problemas geométricos y tratar de encontrar la solución. Se limitaban a relacionar las áreas por medio de una ecuación y despejar la variable, sin tratar de trasformar el esquema dado en uno más sencillo o de mejor visualización.

4.- Otra estrategia común al afrentar este tipo de problemas fue la demostración rigurosa de la geometría euclidiana, basándose en postulados y teoremas combinándola con la manipulación de expresiones algebraicas, sin llegar a resultados muy satisfactorios.

Identificar qué habilidades de pensamiento geométrico se fortalecen usando el Software Cabri Géomètre II,

5.- El uso de Cabri Géomètre II permite a los estudiantes el desarrollo habilidades del pensamiento geométrico tales como: la visualización, reconocimiento, transformación, análisis, planteamiento de conjeturas y deducción informal de teoremas mediante su uso como herramienta didáctica para resolver problemas, ya que permite el máximo de interacciones (ratón, teclado...) entre el usuario y el software y, en este caso, hacer lo que el usuario espera que el software haga, por

una parte, respetando los comportamientos usuales de las aplicaciones del sistema y, por otra, el comportamiento matemático más plausible.

6.- Los estudiantes participantes en esta investigación mejoraron considerablemente las habilidades de: Visualización, Razonamiento geométrico, Construcción y Resolución de problemas después de aprender a utilizar el software Cabri Géomètre II quien permite al estudiante reforzar los conceptos básicos de geometría ya que aparecen etiquetas emergentes al colocar el mouse sobre un objeto, las cuales le orientan en el trabajo que está realizando con las funciones prestablecidas pues es un software de Reconocido Interés Pedagógico (RIP) principalmente por su simplicidad de utilización y su fundamento didáctico.

Comparar el desempeño de los estudiantes de matemáticas del Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán al resolver problemas geométricos, utilizando papel y lápiz y el software Cabri Géomètre II.

7.- Cuando los estudiantes resuelven problemas geométricos utilizando solamente papel y lápiz obtienen un rendimiento menor que cuando lo hacen utilizando un software, ya que dependen de sus conocimientos teóricos, de su habilidad para plantear y desarrollar algoritmos, así como también de su destreza en el trazo y manipulación de figuras geométricas.

8.- Los estudiantes participantes en este estudio presentaron grandes debilidades al momento de escribir una estrategia de solución a los problemas planteados.

9.- La forma de resolver problemas mediante el software Cabri es muy diferente a la utilizada por los estudiantes cuando lo hacen con papel o lápiz ya que sus conclusiones las hacen basándose en la observación directa del comportamiento matemático mediante la manipulación de los objetos geométricos.

Describir cómo los estudiantes hacen de Cabri Géomètre II una herramienta cognitiva para el aprendizaje significativo de conceptos de geometría plana.

10.- El uso de Cabri Géomètre II fortalece además fortaleza la motivación para resolver problemas al facilitar al estudiante la elaboración de diagramas que expresen una situación problemática, que permita su manipulación, la prueba de conjeturas y la demostración empírica.

11.- El uso de geometría dinámica convierte en un micromundo donde los estudiantes interactúan con los objetos y sus relaciones geométricas, ya que se ofrecen a la acción. La manipulación y la experimentación del usuario, lo cual crea un sentimiento de estar en contacto directo con los objetos geométricos y le permite adquirir un compromiso directo con el problema geométrico a resolver.

Enumerar las distintas valoraciones que los estudiantes hacen sobre las potencialidades del software como herramienta para adquirir conocimientos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas.

12.- El uso de Cabri Géomètre II fortalece además el trabajo colaborativo entre iguales y permite al docente servir de orientador durante el desarrollo de las guías de trabajo hasta lograr un desempeño independiente por parte del alumno, y por lo tanto un aumento en el desempeño académico y en su capacidad para resolver problemas.

13.- Entre las mayores valoraciones que los estudiantes dieron al uso del Software Cabri Géomètre II fueron: la facilidad de construcción y manipulación de los objetos geométricos, la rapidez con que se realizan transformaciones, visualización de propiedades, se hacen y se demuestran conjeturas empíricamente. Al mismo tiempo valoraron la forma en que se reforzaron conceptos geométricos como: lugar geométrico, simulaciones, paralelismo, construcción y demostración de teoremas, además de todos los conceptos básicos de la geometría euclidiana.

5.2. RECOMENMDACIONES

Una vez finalizado esta investigación y en virtud de las experiencias adquiridas durante el desarrollo de la misma se hacen las siguientes recomendaciones:

1. Trabajar con el software Cabri Géomètre II con libros de geometría que se utilicen en la preparación de Olimpiadas Matemáticas ya que presentan mucha variedad de problemas apropiados para el uso de geometría dinámica.

2. Qué se utilicen diferentes software que permitan mayor compatibilidad con los sistemas operativos actuales y puedan realizarse las prácticas de laboratorio no solamente en las instalaciones de la Universidad.

3. Que se capacite al personal docente de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en el uso de software de Geometría Dinámica (GD).

4. Que se le dé seguimiento a los alumnos participantes en este tipo de investigaciones para actualizarlos en el uso de nuevas tecnologías (TIC`s) u otras herramientas tecnológicas que les capaciten para desempeñarse con mayores probabilidades de éxito en el campo laboral docente.

5. Incentivar a los docentes que promuevan capacitaciones u seminarios de extensión extracurriculares con sus alumnos.

Referencias

Acosta, M. E. (2005). Geometría Experimental con Cabri: Una Nueva Praxeología Matemática. *Educación Matemática*, diciembre, año/vol. 17, número 003. México: Santillana.

Alcina C., Claudi (1997). Invitación a la Didáctica de la Geometría. *Matemáticas: Cultura y Educación*. España: Síntesis.

Alvarado, M. y Suazo, A. (2001). *Aprendizaje de las Matemáticas a Través de la Resolución de Problemas en Octavo Grado del CIIE-UPN*. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa.

Bortolussi, Jesús A; Guerrero, José L; Suárez Téllez, Liliana; Cañas Blanca, Martín; Ruiz Hernández; Blanca y Ortega, Cuenca Pedro (1995). *Un marco para el análisis de problemas.* Notas del Seminario 'Precálculo y Resolución de Problemas' realizado en el DME-CINVESTAV-IPN.

Carretero, Mario y Sierra, Benjamín (1999). Aprendizaje, Memoria y Procesamiento de la Información. *Desarrollo Psicológico y Educación.* Vol. II,. (pág. 141-158). España.

Castinblanco, A. C. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales.* Bogotá: Enlace Editores Ltda.

Castro G., Fernando (1998): "Creatividad y Computadoras". *PARADIGMA*. Revista Semestral. Vol XIX, No. 1 (pp 57-61). Tegucigalpa: Fondo Editorial UPNFM.

Corberán, R. M., Huerta, P., Margaret, J., Peñas, A. y Ruíz, E. (1989). *Didáctica de la Geometría: Modelo Van Hiele*. Universitat de València. Educació Materials. Barcelona: GRAÓ.

CTUM (1989): Enseñanza efectiva de las matemáticas. *Sugerencias Didácticas. Comité para la enseñanza de las matemáticas en el nivel universitario*. México: Grupo Editorial Iberoamericano.

De Guzmán, M. (2001). Enseñanza de la Matemática. E*nseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones*. España: ED. Popular, S.A.

Delors, J. (1999). *La educación Encierra un Tesoro*. Informe de la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XX1. México: Ediciones UNESCO.

English, L. (2002). *Hand of International Research in Mathematics Education*. London. Edit. LEA.

Ernest, P. (1988) The Problem-Solving Approach to Mathematics Teaching. *Teaching Mathematics and its Applications.,* Volume 7, No. 2, Traducción: Pedro Ortega Cuenca y Blanca Ruiz Hernández.

Fortuny, J. (2002). La educación geométrica 12-16. Sistemática para su implementación. *La Geometría: de las ideas del espacio al espacio de la ideas.* Claves para la Innovación Educativa 17. Barcelona: GRAÓ.

García, J. (1999). Aprendizaje por Descubrimiento frente a Aprendizaje por Recepción: La Teoría del Lenguaje Verbal Significativo. *Desarrollo Psicológico y Educación Vol. II*, España. (pág. 81-92).

García, J. (2002). Resolución de Problemas. *La resolución de problemas en matemáticas*: *Teoría y Experiencias*. Claves para la Innovación Educativa 12. Barcelona: GRAÓ.

Gaulin, C. (1986). Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas a nivel internacional (1). *Números*, *14*. pp. 11-18.

González, F. (1995): *El Corazón de la Matemática*. Maracay,Venezuela: Copiher.

Gutierrez, A. (1991). Procesos y habilidades en Visualización Espacial. *Memorias del 3er. Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática.* Valencia, España.

Gutiérrez, A. (2005). *Aspectos Metodológicos de la Investigación sobre Aprendizaje de la Demostración mediante exploraciones con Software de Geometría Dinámica.* Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM. Universidad de Córdova, 2005.

Larios, V. (2005). Un Micromundo para el Estudio de paralelismo con Triángulos y Cuadriláteros en la Escuela Secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Diciembre, Año/vol. 17, número 003. México.

Larios, V. (2006). La Rigidez Geométrica y la Preferencia de Propiedades Geométricas en un Ambiente de Geometría Dinámica en el Nivel Medio. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Noviembre Año/vol. 9, número 003. México.

López, F. (2002). *La geometría: de las ideas del espacio al espacio de las ideas en el aula*. Claves de la innovación educativa, No. 17, España. GRAÓ.

Monagas, O. (1998): Resolución de Problemas: Autorretrato Heurístico y Protocolos. *PARADIGMA*, Revista Semestral. Vol XIX, No. 1 (pp 17-38). Tegucigalpa: Fondo Editorial UPNFM.

Montezuma, A.; Rodríguez, J. (1998): *Problemas de Fácil Dominio para Matemática. Séptimo Grado*. Caracas: McGRAW – HIL.

Moreno, L. y Santos, M. (2001). *Proceso de Transformación del Uso de Tecnología en Herramienta para Solucionar Problemas de Matemáticas por los Estudiantes.* Investigación realizada en el CINVESTAV-IPN, México.

Murillo, J. (2000). *Un Entorno Interactivo de Aprendizaje con Cabri-Actividades, Aplicado a la Enseñanza de Geometría en la E.S.O.* Memoria de la Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.

Nieto, J. (1993). *Problemas y Soluciones*. Divulgaciones Matemáticas, 1(1).

Pérez, R. (2002): Construir la geometría. *La geometría: de las ideas del espacio al espacio de las ideas en el aula*. Claves para la innovación educativa No. 17. Barcelona: GRAÓ.

Polya, G. (1987): *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Decimocuarta reimpresión en español. México: Trillas.

Pozo, J. (1989). Adquisición de Estrategias de Aprendizaje. *Cuadernos de Pedagogía No. 175.* Noviembre.

Pozo, J. (1999). *Aprendices y Maestros: La Nueva Cultura del Aprendizaje*. Madrid. Alianza Editorial.

PREAL/FEREMA(2010). *Educación: Un Desafío Impostergable*. INFORME DE PROGRESO EDUCATIVO. HONDURAS.

Rico, P. (2003). *La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje.* Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Rodríguez, I. (2005). La Resolución de Problemas y el Pensamiento matemático Divergente. Una nota científica sobre el pensamiento divergente en matemática. Universidad de Carabobo, Valencia.

Rojano, T. (2003). Incorporación de Entornos Tecnológicos de Aprendizaje a la Cultura Escolar: Proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*. No. 33 Septiembre – Diciembre. México: OEI.

Salomón, C. (1987). *Computer Enviroment for Childrens*. (trad. cast. Entornos de Aprendizajes con Ordenadores: Una Reflexión sobre las Teorías del Aprendizaje y la Educación, por Carlos García Velasco, Temas de educación). Barcelona: Paidós.

Sánchez, E. (2003). La Demostración en Geometría y los Procesos de Reconfiguración: Una Experiencia en un Ambiente de Geometría Dinámica. *Educación Matemática*. Agosto, año/vol. 15, número 002. México: Santillana.

Santos, L. (1997). *Didáctica Lecturas: Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. (2º edición). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Secretaría de Educación (2002). *Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica (DCNB). Primer Ciclo, Versión Preliminar*. República de Honduras. Tegucigalpa.

Tarifa, L. (2002). *Didáctica de las Matemáticas. Recopilación de Textos*. Universidad de Matanzas. Material utilizado en el Curso de Post Grado: Tendencias Actuales en la Investigación en Matemática Educativa, desarrollado en San Pedro, Honduras en los años 2002 y 2003.

Torregosa, G. y Quezada, H. (2007). "Coordinación de Procesos Cognitivos en Goemetría". Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Julio, año/vol. 10, número 002. México

Yábar, J. (2000). La Computadora en la Enseñanza Secundaria dentro de un Enfoque Constructivista de Aprendizaje. *El Constructivismo en la Práctica. Claves para la Innovación Educativa No. 2*. (pp. 133-142). Barcelona: GRAÓ.

Documentos Electrónicos.

Barba Téllez, Marìa Nela &, Garcìa Bargados, Martha (2004). *La creatividad : un valor cultural.* Recuperado de: http://www.monografias.com/trabajos22/creatividad/creatividad.shtml?monosearch#ixzz2N016fSfB

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 1, Número 1. Recuperado el 7 de mayo de 2011 de http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM

Cabrilog. Creador de herramientas matemáticas. Recuperado el 6 de octubre de 2012 de http://www.cabri.com/es/

Aprendizajes Instrumentales Matemáticos. Tratamiento diversificado en Resolución de Problemas. Primaria y ESO. Barcelona. Recuperado el 10 de agosto de 2012 de http://www.xtec.es/~jcorder1/aprend.htm

Inspiration Software Inc. (2001). *¿Por Qué Implementar el Aprendizaje Visual?*. Recuperado el Mayo 11 de 2002, de http://www.eduteka.org/PQAprenVisual.php3.

Goldenberg, P. (2003). *Thinking (and Talking) About Technology in Math Classrooms*. (http://www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf). Publicado por Education Development Center, Inc. traducida al español por *EDUTEKA: Septiembre 6 de 2003.* Recuperado de http://www2.edc.org/mcc/pdf/iss_tech.pdf

Hernández, R. (2005). *La Resolución de problemas*. Manuscrito sin publicar. Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica. San Pedro Sula.

Mariscal Antezana, Gonzalo (2010). *Una aproximación a la Didáctica en el Proceso del Aprendizaje de las Matemáticas.* Recuperado el 30 de junio 2010, de http://www.monografias.com/trabajos14/didactica-matem/didactica-matem.shtml?monosearch

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2003). *Reseña de Software para Matemáticas*. Recuperado el 31 de octubre de 2012 de http://www.eduteka.org/SoftMath2.php

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales: Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media en Colombia*. Recuperado el 30 de junio 2010 de http://www.slideshare.net/colsaludcoopnorte/articles-p-g-archivo

Poggioli, L. (1999): 5 Estrategias de resolución de problemas. *Serie Enseñando a aprender. Recuperado el 9 de Noviembre de 2012 de* http://www.adunca.com.ar/biblioteca/Estrategias%20cognoscitivas.pdf

Villani, V. (2001). *Perspectives en l´Ensenyament de la Geometria pel segle XXI.* Documento de discusión para un estudio ICMI *PMME-UNISON. Recuperado* el 3 de abril de 2008 *de http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm*

6. ANEXOS

6.1. Apéndice A. Instrumentos

6.1.1. A-1. Instrumento GD

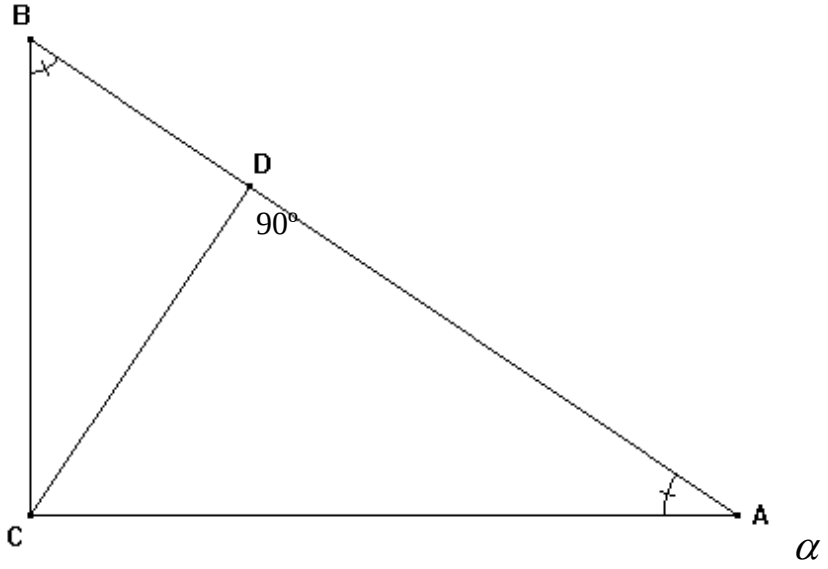
GUIA DIAGNOSTICA DE GEOMETRIA

Nombre: _____ Año de Ingreso_____

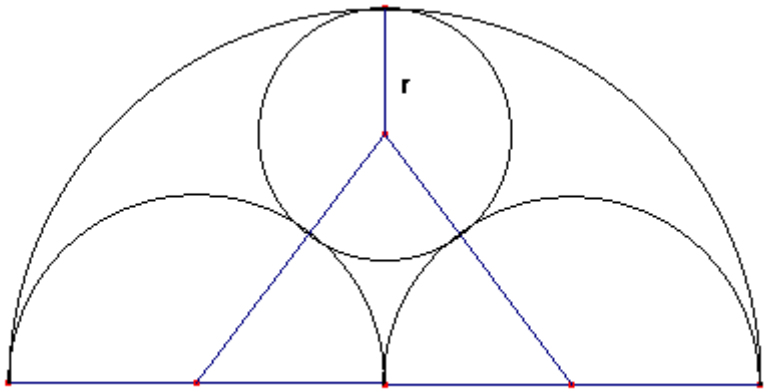
Unidades Valorativas aprobadas: _____

INSTRUCCIONES: En cada uno de los ejercicios siguientes, escriba una estrategia de solución en forma detallada y resuelva los algoritmos necesarios para encontrar la solución.

1. En la figura siguiente determine los ángulos α y β suponiendo que el área del triángulo BDC es la cuarta parte del área del triángulo BCA.



2. Dos semicírculos de radio 3 están inscritos en un semicírculo de radio 6, como se muestra en la figura. Un círculo de radio r es tangente a los tres semicírculos. ¿Cuánto vale r?



6.1.2. A-2. Instrumento GL

GUIA DE LABORATORIO

EVALUACION FINAL

OBJETIVO: Hacer un diagrama para resolver un problema.

Problema 1:

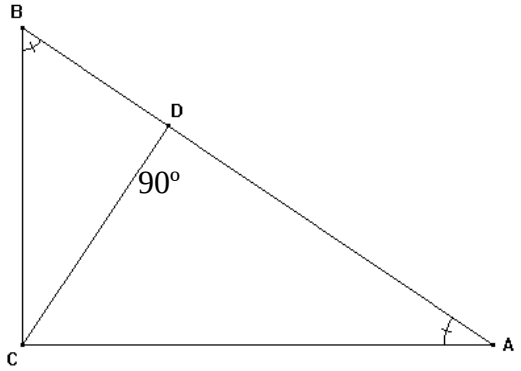
En un triángulo acutángulo ABC, sean H su ortocentro (intersección de las alturas) y M el punto medio de lado AC. Por M se traza una recta L paralela a la bisectriz del ángulo AHC. Demuestre que la recta L divide al triángulo ABC en dos partes que tienen el mismo perímetro.

Actividad 1
Elabore un esquema con la información anterior
Rotule cada uno de los puntos indicados

Actividad 2
Enumere los pasos necesarios para demostrar este teorema utilizando Cabrí II

Problema 2

En la figura siguiente determine los ángulos α y β suponiendo que el área del triángulo BDC es la cuarta parte del área del triángulo rectángulo BCA.



Actividad 1
Elabore un esquema con la información anterior
Rotule cada uno de los puntos indicados

Actividad 2
Enumere los pasos necesarios para resolver este teorema utilizando Cabrí II

6.1.3. A-3. Instrumento EF

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
FRANCISCO MORAZÁN
Centro Universitario Regional, San Pedro Sula

Evaluación Final

Nombre: _____ Registro:_____

Instrucciones:

Reflexione sobre el trabajo realizado durante el Taller de Capacitación sobre el uso del Software Cabrí Geómètre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Pedagógica y conteste las siguientes interrogantes:

---

1. ¿Qué ventajas encuentra usted al trabajar los problemas geométricos utilizando el software Cabrí Geómetra II?

   _____
   _____
   _____
   _____
   _____

2. ¿Qué conceptos geométricos fueron reforzados mediante el uso de las guías didácticas?

- ○ Paralelismo
- ○ Perpendicularidad
- ○ Semejanza
- ○ Congruencia
- ○ Plano
- ○ Construcción de figuras
- ○ Lugar geométrico
- ○ Area
- ○ Volumen
- ○ Medida y longitud
- ○ Simulación de movimiento
- ○ Otros. _____

3. ¿Cuáles fueron las mayores dificultades encontradas al momento de desarrollar las guías didácticas?

- ○ Fallas del equipo de computo
- ○ Falta de disponibilidad de equipo de cómputo
- ○ Falta de tiempo extra
- ○ Falta de fundamentos teóricos
- ○ Falta de claridad en las guías de trabajo.
- ○ Dificultad en el manejo de las herramientas del software
- ○ Otras. Especifique:

_____

_____

4. ¿Qué sugerencias haría para mejorar este trabajo?

- ○ Llevar laboratorio junto a las clases de Geometría
- ○ Implementar más cursos de capacitación sobre el tema

- ○ Incorporar la enseñanza de Cabrí a las clases de Computación
- ○ Darle seguimiento a los alumnos capacitados
- ○ Que las guías didácticas se resuelvan en parejas
- ○ Que se trabaje en la resolución de problemas
- ○ Otras. Especifique:

_____

_____

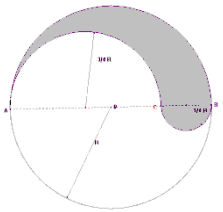
_____

_____

6.1.4. A-4. Instrumento Guías de Laboratorio

GUIA DE LABORATORIO No. 1

Objetivo: Encontrar la Razón entre dos Areas



PROBLEMA: Sobre el diámetro de una Circulo de radio R se trazan dos arcos de radio $\frac{3}{4}R$ y $\frac{1}{4}R$ como lo muestra el siguiente esquema. ¿Cuál es la razón entre el área superior y el área inferior del círculo?

ACTIVIDAD 1

- Trace el segmento AB y etiquete los extremos.
- Encuentre el punto medio de este segmento y escriba la etiqueta O.
- Encuentre el punto medio del segmento AO.
- Encuentre el punto medio entre este punto y el punto O. escriba la etiqueta M.
- Utilice la función Circunferencia con centro en O y radio OA.
- Trace la circunferencia con centro en M y radio MA.
- Marca el punto C en la intersección de esta circunferencia y del segmento AB.
- Encuentre el punto medio del segmento BC y escriba la etiqueta N.
- Trace la circunferencia con centro en N y radio NB.

ACTIVIDAD 2

- Use la función Arco para trazar el arco superior AC marcando el punto inicial A, un punto intermedio y el punto final C.
- Trace el arco inferior CB.
- Utilice la función Área para encontrar el área de los tres círculos.
- Use la función Ocultar/Mostrar para ocultar los dos círculos internos.
- Active la función Calcular y divida cada área entre 2 para encontrar el área de los semicírculos, colocándolos en el área de trabajo con las etiquetas SM1, SC2 y SC3 en orden de tamaño.
- Encuentre el área superior con la función calcular (AS=SM1-SC2+SC3) y colóquela en el área de trabajo
- Encuentre el área inferior con la función calcular (AI=SM1+SC2-SC3) y colóquela en el área de trabajo
- Calcule la razón entre las áreas anteriores (Razón= AS/AI)

ACTIVIDAD 3

- Mueva el punto B con respecto al punto A ¿Qué sucede con las áreas? ¿Qué sucede con la razón?

_____

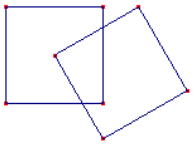
Existe alguna relación entre la razón de las áreas y la razón entre los radios de los círculos internos?

_____

- ¿Qué pasaría si el punto C estuviera más cerca de A? ¿Qué pasaría si el punto C se acerca al punto B? _____

GUIA DE LABORATORIO No. 2

Objetivo: Encontrar la Razón entre dos Areas



Problema: Sobre el centro de un cuadrado de lados x se ha colocado un vértice de otro cuadrado del mismo tamaño, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región común?

ACTIVIDAD 1

- Trace dos puntos separados para la base de un cuadrado.
- Utilice la opción Macro de un cuadrado y trace el primer cuadrado sobre los dos puntos anteriores.
- Encuentre el punto medio del cuadrado utilizando la opción Punto Medio y dos vértices opuestos. Coloque la etiqueta P a este punto.
- Para trazar el otro cuadrado de la misma medida, utilice la opción Compás con dos vértices consecutivos como radio y centro en el punto P.
- Marque un punto Q sobre esta circunferencia.
- Utilice la opción Macro de cuadrado con puntos iniciales P y Q.
- Oculte la circunferencia utilizando la opción Mostar/Ocultar.
- Mueva el punto Q para verificar la funcionalidad del diagrama.

ACTIVIDAD 2

- Marque los puntos de intersección entre los dos cuadrados utilizando la opción Punto(s) de Intersección.
- Utilice la opción Polígono para seleccionar el área de intersección de los cuadrados.
- Coloree este polígono mediante la opción Rellenar.
- Utilice la opción Area (de este polígono) para encontrar el área de un cuadrado.
- Utilice la opción Area (de este polígono) para encontrar el área de la intersección de los dos cuadrados.
- Active la opción Calcular, seleccione con el Mouse el área del cuadrado y divida este número entre el área de la intersección y oprima el signo =.
- Arrastre la respuesta hacia el área de trabajo.
- Seleccione la opción Puntero y edite la respuesta con un doble clic sobre ella y escribiendo la viñeta Razón.

ACTIVIDAD 3

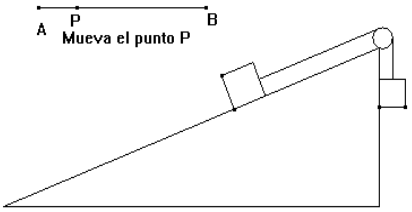
- Mueva nuevamente el punto Q para cambiar la forma del polígono de intersección.
- Verifique el efecto de este movimiento sobre el valor de la razón encontrada. ¿Qué se puede afirmar?

- Cambie el área de los cuadrados, utilizando primero la opción Puntero y luego moviendo cualquiera de los dos puntos iniciales. ¿Cambia el Valor de la Razón entre las áreas?
- En base a lo observado, de una respuesta al problema planteado.

_____
_____
_____
_____

GUIA DE LABORATORIO No. 3

Objetivo: Simular el movimiento de un cuerpo en el plano inclinado



ACTIVIDAD 1

- Trace un segmento AB y etiquete los extremos
- Coloque un punto P sobre el segmento AB.
- Etiquete el punto P y luego utilizando la función Comentario escriba: Mueva el punto P.

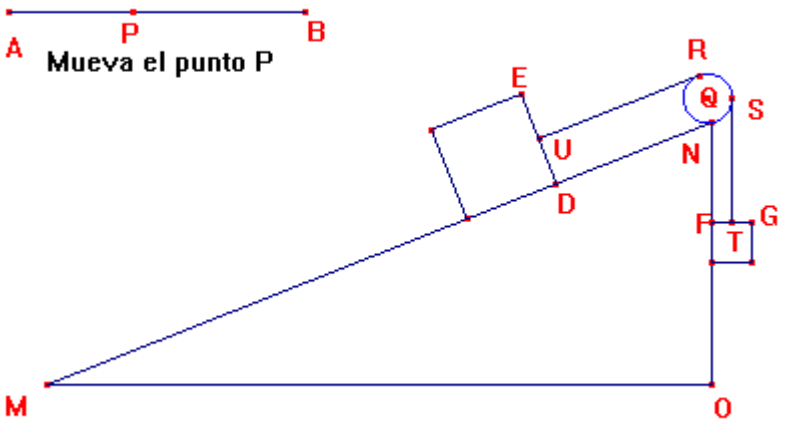
ACTIVIDAD 2

- En la parte inferior de la hoja de trabajo dibuje dos rectas perpendiculares para formar un plano cartesiano. Marque el punto de intersección O.
- Marque un punto M a la izquierda de O sobre la recta horizontal.
- Marque un punto N arriba del punto O sobre el eje vertical.
- Construya un triángulo MON utilizando la función Triángulo.
- Oculte las rectas con la función Mostrar/Ocultar
- Marque un punto Q cercano al punto N en la parte superior derecha.
- Trace la circunferencia con centro en Q y radio QN.
- Trace una perpendicular al segmento MN que pase por el punto O
- Trace una paralela a esta recta que pase por el centro del círculo y marque el punto R en la intersección superior del círculo y esta recta.
- Oculte las dos rectas paralelas.
- Trace una recta paralela al segmento MO que pase por el centro del círculo y marque el punto S en la intersección derecha del círculo y esta recta. Oculte la recta paralela.
- Trace una recta paralela al segmento MN que pase por el punto R
- Trace una recta paralela al segmento NO que pase por el punto S
- Utilice la función Compás con radio AP y centro en S. Marque la intersección inferior con la recta vertical y rotule como punto T. Oculte la recta vertical.
- Trace el segmento ST
- Utilice la función Compás con radio PB y centro en R. Marque la intersección izquierda con la recta y rotule como punto T. Oculte la recta vertical.
- Trace el segmento RU y oculte la recta UR.

- Oculte las etiquetas: R, S, N.
- Trace la recta perpendicular al segmento RU que pasa por U y marque la intersección con el triángulo con el punto D.
- Trace la recta perpendicular al segmento ST que pasa por T y marque la intersección con el triángulo con el punto F. Oculte las rectas.
- Encuentre el simétrico del punto D con respecto a U y márquelo como E
- Encuentre el simétrico del punto F con respecto a T y márquelo como G
- Utilice la función Macro de cuadrado con los puntos iniciales DE
- Utilice la función Macro de cuadrado con los puntos iniciales GF
- Mueva el punto P sobre el segmento AB para ajustar el diagrama.
- Visualice el centro del círculo (punto Q) y muévalo para ajustar el tamaño del círculo y de los cuadrados.

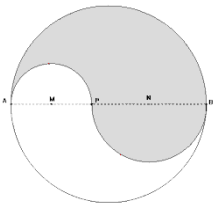
ACTIVIDAD 3

- Borre todas las etiquetas
- Seleccione la opción Animación y luego el punto manteniendo oprimido de mouse y arrastrando un poco, se formará un resorte. Cuando lo suelte el punto P se moverá automáticamente y con el ello todo el esquema de movimiento en el plano
- Realice los ajustes necesarios para mejorar su diagrama.



GUIA DE LABORATORIO No. 4

Objetivo: Encontrar el Lugar Geométrico de una razón



PROBLEMA: Sobre el diámetro de una Circulo de radio R se trazan dos arcos que se intersecan en un punto P sobre el diámetro de tal manera que sus radios R1 + R2 = R como lo muestra el siguiente esquema. ¿Cuál es la razón entre el área superior y el área inferior del círculo cuando P se mueve entre A y B?

ACTIVIDAD 1

- Trace el segmento AB y etiquete los extremos.
- Coloque el Punto P entre A y B
- Encuentre el punto medio del segmento AB y escriba la etiqueta O.
- Utilice la función Circunferencia con centro en O y radio OA.
- Encuentre el punto medio del segmento AP. escriba la etiqueta M.
- Trace la circunferencia con centro en M y radio MP.
- Encuentre el punto medio del segmento PB y escriba la etiqueta N.
- Trace la circunferencia con centro en N y radio NB.

ACTIVIDAD 2

- Use la función Arco para trazar el arco superior AP marcando el punto inicial A, un punto intermedio y el punto final P.
- Trace de la misma manera el arco inferior PB.
- Utilice la función Área para encontrar el área de los tres círculos.
- Use la función Ocultar/Mostrar para ocultar los dos círculos internos.
- Active la función Calcular y divida cada área entre 2 para encontrar el área de los semicírculos, colocándolos en el área de trabajo con las etiquetas SM1, SC2 y SC3 en orden de tamaño.
- Encuentre el área superior con la función calcular (AS=SM1-SC2+SC3) y colóquela en el área de trabajo
- Encuentre el área inferior con la función calcular (AI=SM1+SC2-SC3) y colóquela en el área de trabajo
- Calcule la razón entre las áreas anteriores (Razón= AS/AI)

ACTIVIDAD 3

- Mueva el punto P sobre el segmento AB y observe el comportamiento de la razón.
- Trace dos rectas perpendiculares a la derecha del gráfico para formar un plano cartesiano.
- Trace un vector con vértice en el origen sobre cada recta y luego ocúltelas.
- Utilice la opción Compás con radio PB y centro en el origen del plano.
- Marque el punto X en la intersección del eje horizontal y este círculo. Luego oculte el círculo.
- Utilizando la opción transferencia de Medidas, seleccione el valor de la Razón encontrada en la Actividad 2 y llévela al origen del Plano Cartesiano.
- Trace un circunferencia con centro en el vértice y esta medida como radio.

- Marque el punto Y en la intersección del eje vertical y la circunferencia, luego oculte la circunferencia.
- Trace los ejes de las coordenadas (x,y) utilizando la función Recta Perpendicular y marque el punto Q en la intersección. Oculte estos ejes.
- Mueva el punto P sobre el diámetro AB y observe el comportamiento del punto Q sobre el plano.

- Grafique la curva de la razón entre las áreas superior e inferior del círculo utilizando la función Lugar Geométrico, seleccione el punto Q y luego el punto P.
  ¿Puede escribirse la razón entre las áreas como una función de los radios R y R_1? Si es así ¿cuál sería esa función?
  _____
  ¿Para qué valores de R_1 está definida la función?
  _____
- Utilice la función calcular para encontrar el valor de esa función y compárela con el valor encontrado anteriormente.

GUIA DE LABORATORIO No. 5

Objetivo: Descubrir el Teorema de Euler

Actividad 1

- Construya un triángulo (opción Triángulo)
- Llámele A,B y C a los vértices del triángulo . (Etiqueta)
- Obtener los puntos medios dos lados AB y AC (opción Punto Medio)
- Dele el nombre de M y N a los puntos medios de AB y AC.
- Cree el segmento MN (opción Segmento), luego mida los segmentos MN y BC (opción Distancia y longitud)
- Mueva uno de los puntos A, B ó C. Investigue a razón MN/BC
- Lo que usted observó, es una propiedad geométrica que puede ser probada rigurosamente sin el uso de Cabri. Ahora, enuncie con sus propias palabras esta propiedad:

  _____

Actividad 2

- Borre la figura anterior (opción edición)
- Construya un triángulo ABC.
- Obtenga los puntos medios M, N y P de los segmentos AB, BC y AC
- Construya las medianas AM, BN y CP. Obtener el punto G (baricentro) que es intersección de las medianas. (opción Segmento : intersección de dos objetos)
- Mida AG y GM.

- Mueva uno de los puntos A, B o C. Investigue la razón AG/GM
- Enuncie con sus palabras la propiedad geométrica que usted observó:

_____

Actividad 3

- Construya un cuadrilátero ABCD.
- Obtener los puntos medios M,N,P y Q de los lados AB,BC,CD y DA respectivamente.
- Cree los segmentos MN,NP,PQ y QM.
- Mueva uno de los puntos A,B,C o D.
- Cuál es la naturaleza del cuadrilátero MNPQ?

_____
_____

Actividad 4

- Construya un triángulo ABC.
- Construya las alturas AH, BR y CS. (opción construcción: recta perpendicular)
- Obtener el ortocentro O del triángulo (opción construcción: intersección de dos objetos)
- Colorear el triángulo de verde. (opción Rellenar)
- Mueva uno de los puntos A, B o C. Observe la posición del ortocentro.
- Clasifique los triángulos (acutángulo, obtusángulo o rectángulo) según la posición del punto O.

_____
_____

Actividad 5

- Construya un triángulo MNP
- Construya dos medianas para encontrar el baricentro **B** del triángulo.
- Borre con la brocha las medianas dejando apenas el punto **B**. (opción edición: aspectos de los objetos)
- Construya dos alturas para encontrar el ortocentro **O** del triángulo.
- Borre con la brocha las alturas dejando el punto **O**.
- Construya dos mediatrices para encontrar el circuncentro **C** .
- Borre con la brocha las mediatrices dejando el punto **C**.
- Mueva uno de los vértices M, N o P e investigue a posición de los puntos B, O y C.
- Enuncie con sus palabras la propiedad geométrica que usted observó.

_____

- Utilice la opción Alineado, y los puntos B, C y O. Escriba el resultado. _____

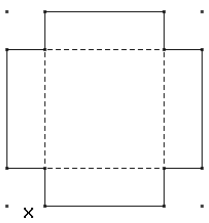
- Es posible mover los puntos M, N o P de modo que el baricentro, el ortocentro y el circuncentro coincidan? _____ ¿Qué sucede con el triángulo?

  _____

GUIA DE LABORATORIO No. 6

Objetivo: Encontrar el lugar Geométrico de un punto.

PROBLEMA: Un fabricante de cajas de cartón quiere elaborar cajas abiertas a partir de trozos cuadrados de carón cortando pequeños cuadrados en las esquinas y doblándolos lados hacia arriba. Se desea encontrar la longitud del lado de los cuadrados que se debe cortar de modo que la caja tenga el mayor volumen posible.



Actividad 1

- Cree un segmento horizontal AB
- Coloque un punto P en el segmento AB
- Utilice la opción Macro de un cuadrado con los puntos iniciales A y B para crear un cuadrado sobre el segmento AB.
- Utilice la opción Compás y el radio AP para dibujar una circunferencia en cada vértice del cuadrado.
- Mueva el pinto P sobre el segmento para comprobar que las 4 circunferencias aumentan o disminuyen su tamaño de manera uniforme.

Actividad 2

- Marque los puntos de intersección del cuadrado con cada circunferencia
- Oculte las 4 circunferencias utilizando la opción Mostrar/Ocultar.
- Utilice la opción Segmento para unir los puntos correspondientes de los lados opuestos del cuadrado para simular los cortes y dobleces de la lámina.
- Marque los puntos de intersección entre estos segmentos.
- Utilice la opción Punteado sobre cada uno de los segmentos en el interior del cuadrado y los puntos donde estaban sus vértices.
- Oculte el cuadrado utilizando la opción Mostrar/Ocultar.
- Dibuje la cruz del patrón de la caja al recortar las esquinas utilizando la opción Polígono.
- Mueva el punto P horizontalmente para comprobar el funcionamiento del diagrama.

Actividad 3

- Visualice nuevamente el punto A y el punto B

- Encuentre la distancia entre los puntos a y B utilizando la función Distancia.
- Encuentre la distancia entre dos vértices consecutivos del cuadrado interior del patrón de la caja.
- Utilice la función Calcular para encontrar el volumen de la caja. La longitud de la arista del cuadrado interno elévela al cuadrado (área de la base) y luego multiplíquela por la longitud del corte AP (alto de la caja).
- Coloque este resultado en la parte superior del área de trabajo y escriba la etiqueta Volumen de la caja.

Actividad 4

- Construya un sistema de tres dimensiones a la derecha del esquema anterior (una recta horizontal, una vertical y una oblicua que se unan en un mismo punto). No utilice la opción Recta Perpendicular.
- Traslade la longitud de la base de la caja con la opción Transferencia de medidas al punto de intersección de las tres rectas y trace una circunferencia con este radio.
- Marque los puntos de intersección de este círculo con el eje horizontal (punto M) y el eje oblicuo (inclinado) (punto N)
- Trace una paralela al eje vertical que pase por el punto M
- Trace una paralela al eje horizontal que pase por N, y marque el punto de intersección.
- Oculte el círculo, el punto de transferencia de medidas y las rectas paralelas.
- Forme un cuadrilátero con los 4 puntos visibles.
- Oculte las medidas de los segmentos en el patrón de la izquierda
- Utilice la opción Compás, los puntos A y P como radio y el punto de intersección del cuadrilátero y la recta vertical para trazar un círculo.
- Marque el punto superior de intersección del círculo con la recta vertical
- Oculte el círculo
- Trace rectas paralelas a la vertical en cada uno de los otros tres vértices del cuadrilátero (base de la caja)
- Trace dos paralelas a los segmentos horizontal y oblicuo que pasen por el punto sobre el eje vertical.
- Marque los puntos de intersección de estas paralelas con las otras dos rectas que pasan por los demás vértices.
- Oculte las cuatro rectas verticales y construya las aristas de la caja determinadas por los puntos existentes.
- Trace las rectas paralelas por los puntos superiores para encontrar el último vértice.
- Marque el punto de intersección, oculte las rectas y complete la caja con los segmentos restantes.
- Mueva el punto P y observe la forma que adquiere caja con los cambios de dimensiones.

Actividad Opcional

- Construya un polígono sobre cada una de las caras visibles de la caja (Superior, frontal y lateral)
- Coloree cada cara de un color diferente utilizando la opción Rellenar

- Visualice los ejes horizontal y oblicuo y muévalos para obtener una mejor perspectiva de la caja.

Actividad 5

- Construya un plano cartesiano (independiente de los esquemas anteriores) utilizando la opción Recta Perpendicular y el punto de creación de la primera recta (esto facilitará la reubicación posterior del plano).
- Utilice la opción Vector y el punto de intersección de las rectas para trazar sobre el eje X sobre la horizontal y el eje Y sobre la vertical.
- Oculte las rectas perpendiculares
- Utilice la opción Compás, los puntos A y P como radio y el origen del plano como centro para trazar un circulo
- Marque el punto X en la intersección del círculo con el vector horizontal y oculte el círculo
- Utilice la opción Transferencia de medidas, el valor del volumen de la caja y el origen del plano para trazar un círculo con esa medida como radio.
- Marque el punto Y en la intersección con el eje vertical. Oculte el circulo y el punto de transferencia
- Trace una perpendicular al eje vertical que pase por este punto Y
- Trace una paralela al eje vertical que pase por el punto X
- Marque el punto de intersección Q y oculte las rectas
- Trace el lugar geométrico del punto Q con respecto al punto P.

Actividad 6

- Mueva el punto P de manera que el punto Q permanezca en la parte más alta de la curva.
- Encuentre el valor de x (distancia AP) en que el volumen es máximo.
- Encuentre la razón entre la altura x de la caja y el ancho de la base. ¿A cuÁndo se aproxima? ¿Qué se puede concluir?

_____

_____

GUIA DE LABORATORIO No. 7

Objetivos: - Introducir las opciones marcar y medir, para ángulos, círculos y segmentos

---

Actividad 1

- Construya una circunferencia (Creación : Circunferencia)
- Obtenga su centro, llámelo O.(función Etiqueta)
- Considere 3 puntos A, B y C sobre la circunferencia. (Construcción: Punto sobre objeto)
- Cree los segmentos AB, AC, OC y OB.
- Marque y mida el ángulo BAC y el ángulo BOC.(Varios: marcar un ángulo; seleccione primero B, luego A y por último C con el mouse).
- Después de salir de la opción medir, mueva uno de los puntos A, B o C. Mire las medidas de los ángulos BAC y BOC.
- Enuncie con sus propias palabras la propiedad geométrica que observó.

_____
_____
_____

Actividad 2

- Construya una circunferencia de centro O.
- Considere 4 puntos sobre la circunferencia (A, B, C, D; opción: Punto sobre objeto).
- En el cuadrilátero ABCD, mida dos ángulos opuestos.
- Mueva uno de los puntos A, B, C o D. Y comente sus observaciones.

_____
_____

Actividad 3

- Construya una circunferencia.
- Obtenga un diámetro AB.
- Cree un punto C. Sobre la circunferencia.
- Marque y mida el ángulo ACB.
- Mueva el punto C sobre la circunferencia y observe qué sucede con la medida del ángulo ACB.
- Describa la propiedad observada.

_____
_____
_____

Actividad 4

- Construya una recta y llámela R.(Creación: Recta def. 2 ptos)
- Cree un punto C sobre la recta. (Construcción : Punto sobre objeto)
- Trace una recta perpendicular a R, que pase por C.(Construcción : Recta perpendicular). Llame a esta recta S.
- Construya un punto A <u>sobre</u> la recta S y un punto B <u>sobre</u> la recta R.
- Cree el segmento AB. Cree el punto medio de AB y llámelo M.
- Cree y mida el segmento MC.
- Mida la distancia AB
- Mueva uno de los puntos A o B. Note la medida de la mediana CM, y de la hipotenusa AB, del triángulo rectángulo ABC. Explique sus observaciones.

_____
_____
_____

GUIA DE LABORATORIO No. 8

Objetivo: Crear la Macro de un cuadrado, triángulo equilátero y hexágono a partir de un lado como base.

Cabri-Géomètre II permite memorizar una serie de construcciones que pueden ser reproducidas instantáneamente. Esta serie de construcciones es llamada macroconstrucción o Macro.

ACTIVIDAD 1

- Trace un segmento AB y una perpendicular en cada extremo.
- Utilice la función circunferencia para construir una circunferencia con el segmento AB como radio
- Marque las intersecciones superiores de estas circunferencia con las perpendiculares
- Oculte el segmento AB, los círculos
- Construya un cuadrado con los cuatro puntos utilizando la opción Polígono.
- Para gravar la macro utilice la opción Objetos iniciales y marque los extremos del segmento AB.
- Con la opción Objetos Finales seleccione el polígono.
- Oculte las letras A y B
- Definir Macro. En el cuadro de diálogo escriba el nombre para la macro, seleccione Guardar archivo y luego Ok. Seleccione la carpeta en la que desea guardar la macro y guárdela.

ACTIVIDAD 2

- Trace un segmento AB y utilice la función circunferencia para construir un triángulo equilátero sobre este segmento, utilizando los puntos A y B como centros y el segmento AB como radio.
- Marque el punto superior de intersección de las circunferencias
- Oculte las dos circunferencias y el segmento AB
- Construya un triángulo utilizando la opción Polígono.
- Para gravar la macro utilice la opción Objetos iniciales y marque los extremos del segmentoAB.
- Con la opción Objetos Finales seleccione el polígono.
- Definir Macro. En el cuadro de diálogo escriba el nombre para la macro, seleccione Guardar archivo y luego Ok. Seleccione la carpeta en la que desea guardar la macro y guárdela.

ACTIVIDAD 3

- Trace un segmento AB y utilice la función circunferencia para construir un triángulo equilátero sobre este segmento, utilizando los puntos A y B como centros
- Trace un circunferencia con centro en el vértice superior o y radio OA.
- Marque los puntos de intersección entre las tres circunferencias.
- Encuentre el simétrico del punto A con respecto al punto O.
- Encuentre el simétrico del punto B con respecto al punto O.
- Oculte el punto O, las tres circunferencias y el segmento AB
- Construya un hexágono utilizando la opción Polígono.
- Para gravar la macro utilice la opción Objetos iniciales y marque los extremos del segmento AB.
- Con la opción Objetos Finales seleccione el polígono.
- Definir Macro. En el cuadro de diálogo escriba el nombre para la macro, seleccione Guardar archivo y luego Ok. Seleccione la carpeta en la que desea guardar la macro y guárdela.

GUIA DE LABORATORIO No. 9

Objetivo: - Trabajar con la opción Macroconstrucción

Actividad 1

- Construya un triángulo ABC.
- Trace el circuncentro D del triángulo (intersección de las mediatrices)
- Construya una circunferencia circunscrita al triángulo con centro en D.
- Seleccionar Objetos iniciales y haga Click sobre el triángulo
- Haga Click en la opción Objetos finales. Haga Click sobre la circunferencia circunscrita para continuar
- Seleccione la opción Definir macro y aparecerá un título "Nueva construcción", dé usted mismo el nombre que desea para este macro, por ejemplo: "circ. circuns."
- Verifique que en el menú construcción hay una nueva opción que usted acaba de crear.
- Borre toda la pantalla.
- Construya nuevamente un triángulo y para continuar utilice la macro que usted acaba de crear para construir una circunferencia circunscrita al triángulo.

Actividad 2

- Construya un triángulo.
- Obtenga el incentro del triángulo. (intersección de las bisectrices)
- Marque este punto I y oculte las bisectrices.
- Trace una perpendicular a uno de los lados del triángulo que pase por I.
- Marque el punto de intersección P y oculte la recta perpendicular.
- Construya una circunferencia inscrita al triángulo con radio PI y centro en I.
- Cree una macro con el nombre "circunf. inscrita."
- Borre la pantalla y verifique su macro que acaba de crear.

Actividad 3

- Construya un triángulo equilátero ABC comenzando con la ubicación de dos puntos cualquiera el la pantalla.
- Cree una macro con el nombre "triángulo equilátero" (Por ejemplo: objetos iniciales: puntos A y B. Objetos finales: segmentos AC y BC)
- Borre la pantalla y verifique su macro que acabó de crear.

Actividad 4

- Construya un triángulo cualquiera ABC
- Obtenga el baricentro G del triángulo.
- Cree una macro con el nombre "baricentro del triángulo" (Por ejemplo: objetos iniciales: puntos A, B y C. Objeto final: punto G)
- Borre la pantalla y verifique su macro que acabó de crear.

Actividad 5

- Construya un triángulo cualquiera ABC.
- En cada uno de sus lados construya externamente un triángulo equilátero (use la macro).

- Obtenga los baricentros M,N y P de esos triángulos (use la macro). Cree los segmentos MN, MP y NP y mídalos.
- Mueva uno de los puntos A, B o C e investigue la naturaleza del triángulo MNP.

Actividad 6

- Construya un cuadrado.
- Cree una macro con el nombre cuadrado.
- Borre la pantalla y verifique su macro que acabó de crear.

Actividad 7

- Construya un cuadrado.(use la macro)
- Obtenga el centro del cuadrado.
- Cree una macro con el nombre "centro del cuadrado"
- Borre la pantalla y verifique su macro que acabó de crear

Actividad 8

- Construya un cuadrilátero cualquiera A, B, C y D.
- Sobre cada uno de sus lados construya externamente un cuadrado (use la macro). Obtenga los sus centros M, N, P y Q (use la macro)
- Cree los segmentos MN, NP, PQ y MQ que deberán formar los lados del cuadrilátero MNPQ. Cree las diagonales del cuadrilátero.
- Mueva uno de los puntos A, B, C o D para investigar las posibles propiedades entre las diagonales del cuadrilátero MNPQ.

Explique :

_____

_____

_____

_____

6.2. Apéndice B. Tablas

TABLA B1

Trabajo realizado por los 15 estudiantes para resolver el problema 1 de la Guía Diagnóstica. (GD-P1)

Código	Relación de áreas	Estrategia escrita	Semejanza de triángulos	Sustitución de igualdades	Función seno	Calculo de ángulos	Planteamiento correcto	Respuesta correcta	Suma de ángulos - relaciones	Invierte la figura	Otro teorema
GD-P1.1	X		X		X	X	X	X			
GD-P1.2	X		X		X	X	X	X			
GD-P1.3	X		X		X	X		X			
GD-P1.4	X		X	X	X	X	X	X	X		
GD-P1.5			X								
GD-P1.6	X										
GD-P1.7										X	
GD-P1.8	X			X	X						
GD-P1.9			X								
GD-P1.10											X
GD-P1.11	X	X									
GD-P1.12	X						X				
GD-P1.13	X		X	X							
GD-P1.14		X									
GD-P1.15			X								

TABLA B2

Trabajo realizado por los 15 estudiantes para resolver el problema 2 de la Guía Diagnóstica. (GD-P2)

Código	Teorema de Pitágoras	Estrategia escrita	Planteamiento incompleto	Completa el esquema	Planteamiento correcto	Respuesta correcta	Estrategia diferente
GD-P2.1	X				X	X	
GD-P2.2	X				X	X	
GD-P2.3	X				X	X	
GD-P2.4			X				
GD-P2.5			X			X	
GD-P2.6				X			X
GD-P2.7	X			X	X	X	
GD-P2.8				X			
GD-P2.9	X				X	X	
GD-P2.10		X					
GD-P2.11	X	X					
GD-P2.12	X						
GD-P2.13	X	X			X	X	
GD-P2.14	X	X			X	X	
GD-P2.15	X	X			X	X	

6.3. Apéndice C. Figuras

A continuación aparece una serie de fotografías que muestran el momento en que los estudiantes estaban realizando el trabajo práctico resolviendo los problemas GL-P1 y GL-P2 de la Guía de Laboratorio Final utilizando el Software de Geometría Dinámica.

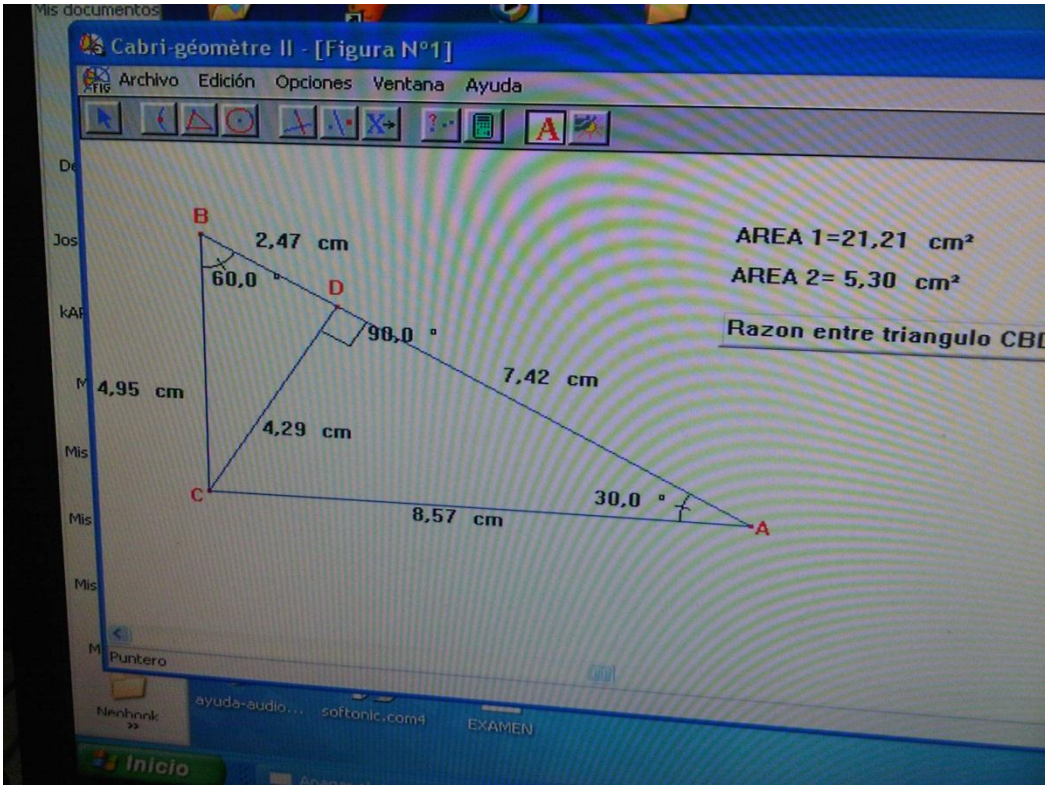


Figura 28. Esta primera fotografía muestra un esquema de solución presentado por uno de los estudiantes al Problema GL-P1 utilizando el software.

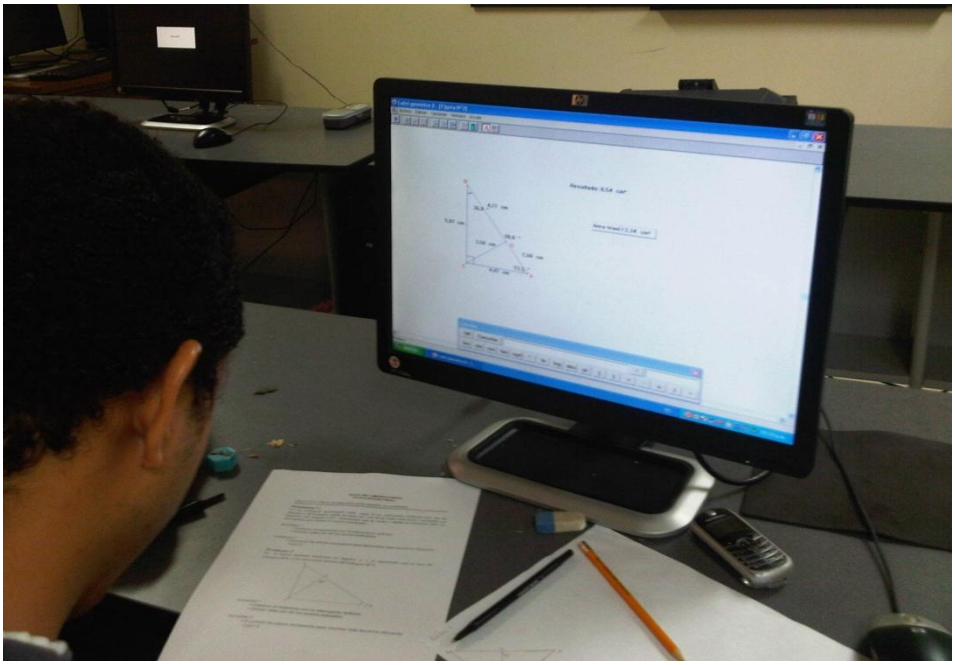


Figura 29. Alumno utilizando el software cabrí Géomètre II
para resolver el Problema GL-P2.

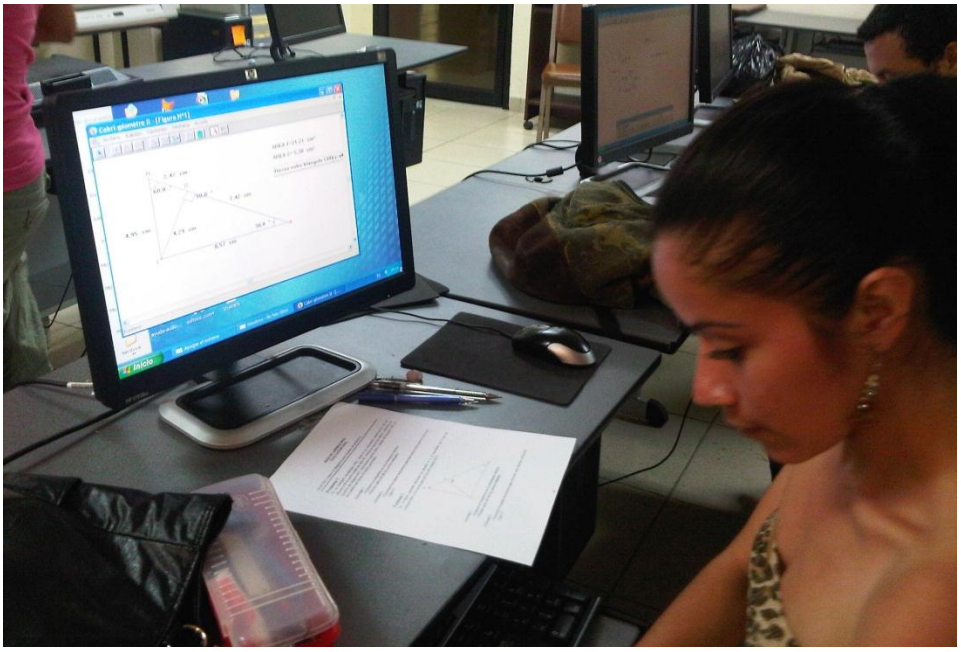


Figura 30. Alumna utilizando el software cabrí Géomètre II
para resolver el Problema GL-P21

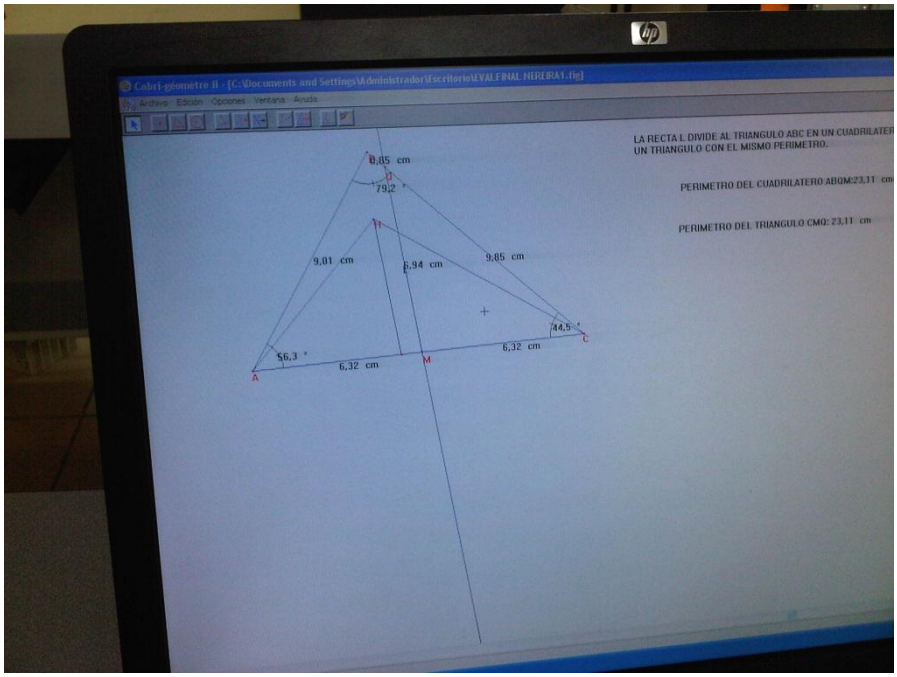


Figura 31. Esquema elaborado por un estudiante para encontrar la solución del el Problema GL-P1.

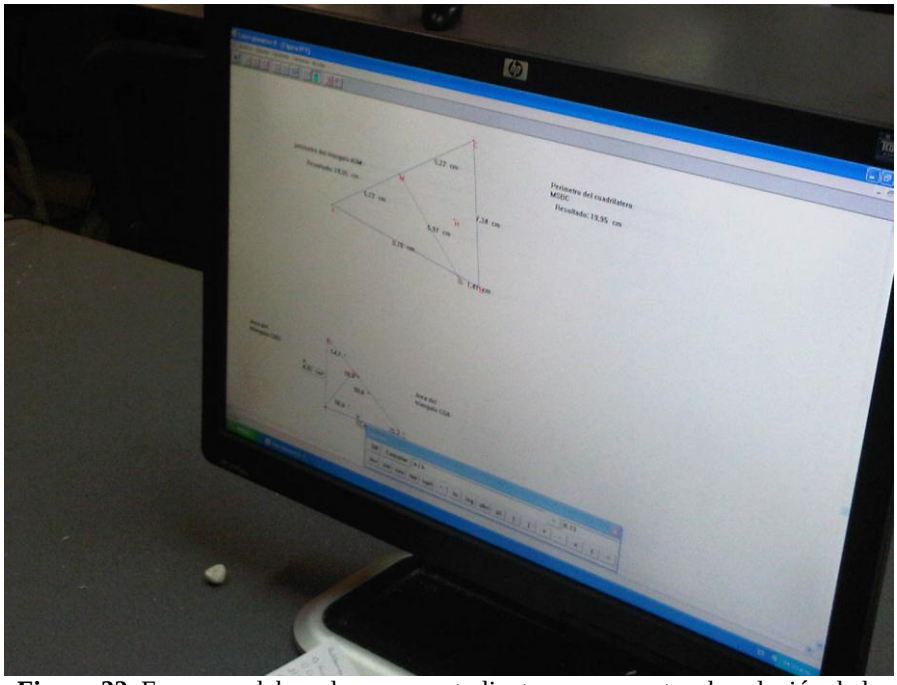


Figura 32. Esquema elaborado por un estudiante para encontrar la solución de los Problemas GL-P1 y GL-2 en una sola hoja de trabajo del Cabri Géomètre II.